

网络出版时间:2016-11-24 13:52

DOI:10.13207/j.cnki.jnwafu.2017.01.028

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1390.S.20161124.1352.056.html>

基于改进粒子群算法的重力坝断面优化研究

杜占科^{1,2}, 司 政¹, 李守义¹, 程 帅¹

(1 西安理工大学 水利水电工程学院, 陕西 西安 710048; 2 国网新疆电力公司 阿克苏供电公司, 新疆 阿克苏 843000)

[摘 要] **【目的】**将改进粒子群算法用于重力坝断面的优化计算, 为重力坝的优化设计提供支持。**【方法】**针对传统粒子群算法(PSO)中线性递减的惯性权重极易导致算法陷入局部极值的不足, 提出一种改进的粒子群算法(Improved PSO), 该算法利用三角函数的相关性改进惯性权重(w)随时间的动态变化模式, 以使惯性权重值在算法的初期保持较大取值, 然后逐渐递减而在算法的末期保持较小取值, 从而提高粒子群算法的全局搜索能力, 增强算法的收敛性能。编制基于改进粒子群算法的重力坝断面优化设计计算程序, 对某水利枢纽工程的非溢流重力坝断面进行优化计算分析, 并与遗传算法和标准粒子群算法的计算结果进行比较。**【结果】**采用改进粒子群算法得到的非溢流重力坝的最优断面面积为 $5\,147.3\text{ m}^2$, 而采用标准粒子群算法(PSO)得到的非溢流重力坝的最优断面面积为 $5\,416.5\text{ m}^2$, 前者较后者减小 9.45% , 极大地提高了经济性; 采用改进的粒子群算法得到最优解需要计算 15 步, 而采用标准粒子群算法得到最优解需要计算 22 步, 粒子群算法收敛速度提高了 31.8% 。通过 2 种算法计算结果的对比, 表明改进的粒子群算法不仅能得到更好的优化结果, 而且保持了较快的收敛速度。**【结论】**改进粒子群算法可以用于大型水利工程结构的优化计算与设计。

[关键词] 重力坝; 断面优化; 粒子群算法; 惯性权重

[中图分类号] TV642.3

[文献标志码] A

[文章编号] 1671-9387(2017)01-0205-06

Improved PSO based optimal design of gravity dam section

DU Zhanke^{1,2}, SI Zheng¹, LI Shouyi¹, CHENG Shuai¹

(1 Institute of Water Resources and Hydro-Electric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China;

2 State Grid Xinjiang Akesu Electric Power Company Limited, Akesu, Xinjiang 843000, China)

Abstract: **【Objective】**This study applied the improved particle swarm optimization algorithm (PSO) to optimization of gravity dam section to provide support for the optimization design of gravity dam. **【Method】**Aiming at the fact that general PSO algorithms have the disadvantages of falling into local extremum caused by linear decreasing inertia weight, an improved PSO was proposed. The improved PSO uses the related properties of the trigonometric function to improve the dynamic changes of inertia weight along with time. It makes inertia weight maintain a large value in the initial stage, which decreases gradually and maintained a small value at the end. Thus, the global search capability and convergence performance were improved. A calculation program of gravity dam section optimal design based on the improved PSO was compiled and a non-overflow gravity dam section optimal design of a water conservancy project was calculated. The calculation results were compared with the results of GA and SPSO. **【Result】**The optimal result of

[收稿日期] 2015-08-03

[基金项目] 国家自然科学基金项目(51409207, 51309190); 中央财政支持地方高校发展专项(106-5X1205); 陕西省重点学科建设专项(106-00X903)

[作者简介] 杜占科(1988—), 男, 甘肃武威人, 在读硕士, 主要从事水工结构应力分析及结构优化设计研究。

E-mail: 645471248@qq.com

[通信作者] 司 政(1981—), 男, 湖北黄冈人, 副教授, 硕士生导师, 主要从事水工结构应力及温度应力分析研究。

E-mail: sz123hlz@163.com

gravity dam section based on the improved PSO was $A(X)=5\ 147.3\ \text{m}^2$, while that based on SPSO was $A(X)=5\ 416.5\ \text{m}^2$. The 9.45% decrease greatly improved the economy. The steps needed to obtain optimal solution were reduced by 31.8% from 22 steps of SPSO to 15 steps. The proposed improved PSO algorithm obtained better optimal results with less steps. 【Conclusion】 Structure optimization calculation and design of large-scale water conservancy project can be achieved by the improved PSO algorithm.

Key words: gravity dam; section optimization; particle swarm optimization; inertia weight

粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 算法是由 Kennedy 和 Eberhart 博士于 1995 年受人工生命研究结果的启发, 在模拟鸟类觅食和迁徙的群聚行为中提出的一种基于群体智能的进化优化算法^[1]。与其他仿生学算法相比, PSO 算法具有控制参数少、收敛速度快、简便易行等优点, 并在解决实际问题中展示了其优越性能, 因而引起了学术界的重视并被广泛应用于各种工程领域^[2]。

近年来, 国内外学者对粒子群算法的收敛性能及其在工程中的应用进行了深入研究, 并取得了大量科研成果。陈贵敏等^[3]通过数值试验研究了标准粒子群算法中的惯性权重(w)对算法收敛性能的影响; 傅阳光等^[4]通过一系列数值仿真试验, 研究了标准粒子群优化算法在经验区域的各个子区域内的收敛和发散行为, 并对系统特征根与算法参数的关系进行了分析; 潘峰等^[5]根据粒子群优化算法的差分模型分析了其马尔科夫性质, 研究了 PSO 算法的惯性权重(w)和加速度因子(c)对算法早熟收敛和发散性的影响等; Nickabadi 等^[6]通过大量数值试验研究并分析了自适应改变惯性权重(w)对标准粒子群算法全局收敛性能的影响; Ashar^[7]采用排除搜索空间中的非可行域方法, 研究了标准粒子群算法在水库优化调度中的应用。另有大量的科研人员采用混沌粒子群算法、交叉粒子群算法和自适应粒子群算法深入研究了粒子群算法的收敛性能及其在工程中的应用, 表明标准粒子群优化算法的缺点在于该算法中恒定不变的惯性权重极易导致 PSO 算法陷入局部最优解, 进而影响了算法的全局收敛性能^[8-15]。为此, 本研究在前人已有研究成果的基础上, 参照三角函数的相关性质, 针对惯性权重值提出了一种改进的粒子群算法, 将其应用于重力坝非溢流断面优化设计的计算与分析, 以期为大型水利工程结构的优化设计研究提供新途径。

1 标准粒子群优化算法

标准粒子群优化算法的实现过程可以描述如下: 以 M 维搜索空间的 N 个粒子为 1 组, 将其称为

种群。其中第 i 个粒子是 1 个 M 维的向量, 有 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{iM})$, 其中 $i \in [1, N]$ 。每个粒子表示搜索空间中潜在的可行解, 可由适应度函数计算得到。在搜索空间中, 每个粒子以一定的速度及方向运动, 当到达新的位置时, 用适应度函数进行评价, 根据适应度值的优劣来决定粒子未来的方向与速度。

在标准全局粒子群算法 (Standard global particle swarm optimization, SG-PSO) 中, 将一个粒子 X_i^t 自身搜索到的历史最优解表示为 p_{best} , 称为自身历史最优解, 所有粒子搜索到的最优解表示为 g_{best} , 称为全局历史最优解。粒子运行的速度记为 v_i , 其按下式进行速度、位置的更新:

$$v_i^{t+1} = w \cdot v_i^t + c_1 r_1 (p_{\text{best}}^i - X_i^t) + c_2 r_2 (g_{\text{best}}^t - X_i^t). \quad (1)$$

$$X_i^{t+1} = X_i^t + r v_i^{t+1}. \quad (2)$$

式中: t 表示迭代次数; v_i^t 表示第 t 次迭代时第 i 个粒子的速度; v_i^{t+1} 表示第 $t+1$ 次迭代时第 i 个粒子的速度; X_i^t 表示第 t 次迭代时第 i 个粒子的位置; X_i^{t+1} 表示第 $t+1$ 次迭代时第 i 个粒子的位置; w 表示惯性权重; c_1 、 c_2 表示学习因子; r 表示约束系数或者收敛因子, r_1 和 r_2 为 $[0, 1]$ 域内的随机数。

基本 PSO 算法的描述如下:

步骤 1: 设置 $t=0$, 依照粒子群的初始化过程对粒子群的初始位置和初始速度进行随机初始化。

步骤 2: 计算所有粒子的当前位置 $X_i(t)$ 所对应的适应度值。

步骤 3: 针对每一个粒子, 将其 $X_i(t)$ 的适应度值与其个体最好位置 $p_{\text{best}}(t)$ 的适应度值进行比较, 如果该值优于 $p_{\text{best}}(t)$ 的适应度值, 则应令 $p_{\text{best}}(t) = X_i(t)$ 。

步骤 4: 针对每个粒子, 将其适应度值与粒子群所经历的全局最好位置 $g_{\text{best}}(t)$ 的适应度值进行比较, 如果优于 $g_{\text{best}}(t)$ 的适应度值, 则应将其作为当前的全局最优位置。

步骤 5: 根据方程 (1)、(2) 对粒子群的速度和位置进行计算更新。

步骤 6:若未达到结束计算的条件(常取为足够的适应度值或达到预设的最大代次数 $t_{\max}$),则应置 $t=t+1$,返回步骤 2 进行循环计算。

2 非线性权重递减策略

在 PSO 算法搜索的过程中,可以对惯性权重值 w 作动态调整。陈贵敏等^[3]指出,在算法早期和末期可以通过放慢惯性权重值的递减速度来加强算法的全局和局部寻优性能。这 2 种惯性权重值 w 的递减策略分别如图 1 所示,即开口向下的抛物线函数 w_1 和开口向上的抛物线函数 w_2 ,其表达式分别如(3)、(4)式所示:

$$w_1(t+1) = -(\omega_{\text{start}} - \omega_{\text{end}})(t/t_{\max})^2 + \omega_{\text{start}} \quad (3)$$

$$w_2(t+1) = (\omega_{\text{start}} - \omega_{\text{end}})(t/t_{\max})^2 + (\omega_{\text{end}} - \omega_{\text{start}})(2t/t_{\max}) + \omega_{\text{start}} \quad (4)$$

式中: $w_1(t+1)$ 为开口向下的抛物线型递减函数的惯性权重值, $w_2(t+1)$ 为开口向上的抛物线型递减函数的惯性权重值, ω_{start} 为惯性权重值 w 的初始值, ω_{end} 为惯性权重值 w 的末期值, t 为迭代次数, $t_{\max}$ 表示最大迭代次数。

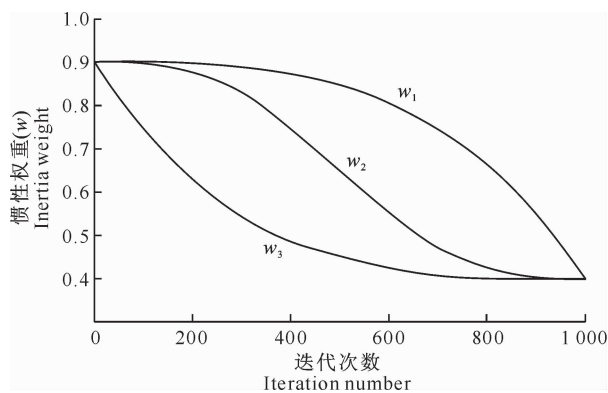


图 1 惯性权重的动态变化趋势

Fig. 1 Evolution of dynamic inertia weight

因此,在算法开始时,给 w 赋予较大值,随着算法搜索的不断进行动态地递减 w 的取值,这样可以保证算法在开始时,所有粒子以比较大的速度步长在全局范围内开发出比较好的种子;在算法搜索后期,较小的 w 值可以保证粒子能够在极值点附近进行精细搜索,使算法有较大的几率以较高精度收敛于全局最优解。

在标准 PSO 算法中,存在粒子易于较早收敛于局部极值的早熟现象,尤其是在惯性权重线性递减策略中表现得更为突出。由于仅仅简单地按线性关系减小惯性权重 w ,会使函数一旦进入局部极值点邻域,就很难跳出该局部极值领域而继续搜索全局

极值,从而极易收敛到局部极值点。

其主要原因是在算法的搜索过程中,种群中的粒子在位置上缺乏多样性,从而会导致早熟。因此可以设想在搜索初期尽可能地保持比较大的惯性权重值 w ,使得该种群的粒子能够飞跃整个搜索空间,以得到较好的多样性,从而尽可能地摆脱由于局部极值带来的干扰;而当算法搜索到种群的全局极值附近时,应该及时快速地降低惯性权重值 w ,并且在搜索的后期保持比较小的惯性权重值 w ,使得该种群以较强的局部搜索能力收敛到全局极值。基于以上分析,根据正弦函数 $\sin(x)$ 和余弦函数 $\cos(x)$ 的特征,提出一种基于三角函数(Trigonometric function)特征动态调整惯性权重 w 策略的改进粒子群算法,使惯性权重值 w 按图 1 中的 w_3 呈反 S 形曲线非线性递减。其变化公式为:

$$w_3(t+1) = [0.65 + 0.25 \times \cos(\pi \times t/t_{\max})] \times [a \times \sin(2\pi \times t/t_{\max}) + 1] \quad (5)$$

式中: $w_3(t+1)$ 表示经 t 次迭代得到的第 $t+1$ 个惯性权重值; a 为调整因子,取值范围为 $a > 0$,经多次数值试验确定本研究中取 $a = 0.02$ 。

因此,粒子群的速度按下式更新:

$$v_i^{t+1} = w_3(t+1) \cdot v_i^t + c_1 r_1 (p_{\text{best}}^i - X_i^t) + c_2 r_2 (g_{\text{best}}^t - X_i^t) \quad (6)$$

为了保证粒子的位置变化在合适的范围内,对粒子的速度按式(7)控制在最大速度 $V_{\max}$ 以内,即:

$$v_i^{t+1} = \min(V_{\max}, \max(-V_{\max}, v_i^{t+1})) \quad (7)$$

3 改进粒子群算法的寻优性能试验

利用经典测试函数 Griewank 函数来测试 w_1 -PSO、 w_2 -PSO 和 w_3 -PSO 算法的寻优性能,其中函数的全局极小值为 0,算法中的粒子数取 40, $c_1 = c_2 = 2$,优化的结束条件为迭代精度达到 10^{-10} 或者迭代次数超过 1 000。图 2 给出了试验平均最优解随迭代次数的变化过程。由图 2 可知, w_2 -PSO 的优化性能最差,算法 w_1 -PSO 和 w_3 -PSO 早期的收敛速度相对较快,而 w_3 -PSO 的早期收敛速度最快,而且全局极值也更为接近理论值。由此可知,与 w_1 -PSO 和 w_2 -PSO 2 种算法相比较,本研究所提出的基于三角函数(Trigonometric function)特征动态调整惯性权重 w 的算法 w_3 -PSO 更为合理。

4 约束处理技术

PSO 算法应用于无约束优化问题时,只要粒子有界则必能收敛于全局极值。但若存在约束条件,

粒子群多样性会在收敛过程中有所降低,从而会影响算法的全局收敛性。因此,对有约束的实际优化问题,约束处理技术是提升算法本身效率的关键。

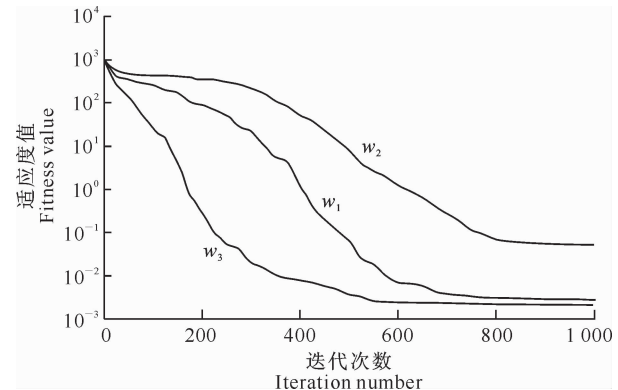


图 2 不同算法寻优性能的 Griewank 函数测试
Fig. 2 Griewank function test of different optimization algorithms

罚函数法是将有约束非线性极值问题转换成一系列无约束极值问题来求解的算法,是目前应用较广的解决约束极值问题的方法。其基本概念如下:

在满足约束条件 $g_j(\{X\}) \leq 0 (j=1, 2, \dots, m)$ 的前提下,求 $\{X\} = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}^T$,使得 $Y = F(\{X\})$ 趋于最小。其中 $\{X\}$ 为 n 维优化变量, $Y = F(\{X\})$ 为目标函数, $g_j(\{X\})$ 为约束函数。为解决上述约束极值问题,现定义以下的罚函数:

$$\Psi(\{X\}, \gamma) = F(X) + \gamma \sum_{j=1}^m \langle g_j(\{X\}) \rangle^r. \quad (8)$$

式中: γ 为惩罚因子,是一单调上升的正系数序列, $0 \leq \gamma \leq \infty$; j 为叠加次数; m 为约束条件的总数; r 为非负常数,常取 $r=2$; $\langle g_j(\{X\}) \rangle$ 为括号运算符,其意义如下:

$$\langle g_i(\{X\}) \rangle = \begin{cases} g_i(\{X\}), & g_i(\{X\}) > 0, \\ 0, & g_i(\{X\}) \leq 0. \end{cases} \quad (9)$$

5 重力坝断面优化设计

5.1 工程概况

某水电枢纽工程为混凝土重力坝,坝高为 132 m,设计水位为 129.5 m,下游尾水位为 17 m;坝前泥沙淤积高程为 26.88 m,泥沙浮容重为 5 kN/m³;建基面混凝土与基石抗剪断摩擦系数 $f' = 0.82$,凝聚力 $c' = 610$ kPa,排水孔幕距上游面的距离为 12 m;坝体断面设计的约束条件为:

- (1)上游坝坡坡率: $0 \leq i_1 \leq 0.4$;
- (2)下游坝坡坡率: $0.5 \leq i_2 \leq 1.0$;
- (3)上游折坡点高度 h_1 与坝高 H 比值:

- $0 \leq h_1/H \leq 1$;
- (4)下游折坡点高度 h_2 与坝高 H 比值: $0 \leq h_2/H \leq 1$;
- (5)坝底宽度 L 与坝高 H 比例: $0.6 \leq L/H \leq 1.0$;
- (6)稳定约束: $\Sigma P \leq f' \Sigma W + c' A$;

式中: ΣP 为作用于坝体上的全部荷载对于计算滑动面的切向分力, kN; ΣW 为作用于坝体上的全部荷载对于计算滑动面的法向分力, kN; A 为单位宽度坝体的底面积。

- (7)坝踵应力 σ_u : $\sigma_u = (\Sigma W/L + 6 \Sigma W/L^2) \geq 0$ 。

式中: L 为坝体的宽度, m。

- (8)坝趾应力 σ_d : $\sigma_d = (\Sigma W/L - 6 \Sigma W/L^2) \leq [\sigma_{允许}]$ 。

式中: $[\sigma_{允许}]$ 为坝体混凝土最大允许压应力, MPa。

- (9)上游坝面折坡点应力 σ_{uz} : $\sigma_{uz} = (\Sigma W_z/L_z + 6 \Sigma W_z/L_z^2) \geq 0$ 。

式中: ΣW_z 为作用于上游坝面折坡点以上坝体上的全部荷载对于计算滑动面的法向分力, kN; L_z 为上游坝面折坡点处的坝体宽度, m。

5.2 优化模型

重力坝基本断面如图 3 所示,其中坝高为 H ,坝顶宽度 $B = 10.0$ m,因此设计变量 X 取为上游折坡点到设计水位的高度 x_1 ,坝踵到坝顶上游边的水平距离为 x_2 ,坝趾到坝顶上游边的水平距离为 x_3 ,目标函数取重力坝断面面积 $A(X)$ 。设计水位到防浪墙顶的高差 $\Delta h = 2.5$ m。

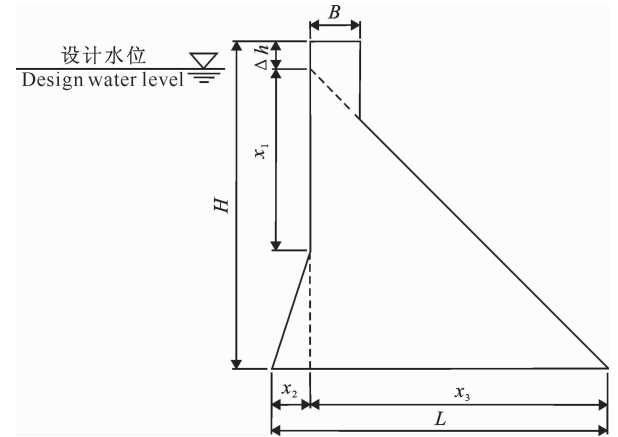


图 3 重力坝基本断面图

Fig. 3 Basic section of gravity dam

优化计算模型为:求设计变量 $X = \{x_1, x_2,$

$x_3\}^T$,使得重力坝断面面积 $A(X)$ 趋于最小,并且满足 5.1 节所述(1)~(9)的约束条件。

在该重力坝断面的优化计算过程中,采用分项系数极限状态设计方法,抗滑稳定和坝趾抗压强度约束按承载能力极限状态计算,坝踵应力约束按正

常使用极限状态计算。

5.3 重力坝断面优化及其结果分析

利用 MATLAB 编制改进的粒子群优化算法的计算程序,计算上述重力坝断面优化设计问题。改进粒子群算法的核心程序代码如表 1 所示。

表 1 改进粒子群优化算法的 MATLAB 程序核心代码
Table 1 Core code of the improved PSO MATLAB program

行数 Rows	程序核心代码 Core code of program	程序代码解释说明 Interpretations for core code of program
1	<i>InitSwarm=rand(SwarmSize,2 * ParticleSize+1);</i>	初始化粒子群的位置和速度 Initialize the position and velocity of particle swarm
2	<i>InitSwarm(k,2 * ParticleSize + 1) = AdaptFunc (ParSwarm(k,1;ParticleSize));</i>	计算初始粒子群的适应度值 Calculate the fitness value of the initial particle swarm
3	<i>while Criteria>Termination Condition</i>	当计算结果满足结束条件时结束循环 End cycle when result meeting the end condition
4	<i>w=(0.65+0.25 * cos(pi * k/LoopCount)) * (a * sin(2 * pi * k/LoopCount)+1);</i>	更新惯性权重值 Updated inertia weight value
5	<i>For i=1;SwarmSize</i>	
6	<i>V(i+1)=w * V(i) + c1 * rand (pbest(i) - x(i)) + c2 * rand (gbest(i) - x(i));</i>	更新速度 Update velocity of article swarm
7	<i>V(i+1)=min(Vmax,max(-Vmax,V(i+1)));</i>	限制粒子群的速度 Limit the speed of particle swarm
8	<i>x(i+1)=x(i)+r * V(i+1);</i>	更新粒子群的位置 Update position of particle swarm
9	<i>ParSwarm(row,2 * ParCol+1) = AdaptFunc (ParSwarm(row,1;ParCol));</i>	更新粒子群的适应度值 Update the fitness value of the particle swarm
10	<i>end</i>	
11	<i>ParSwarm(row,1;ParCol) = AdaptFunc(ParSwarm(row,1;ParCol));</i>	计算粒子群的当前最优解 Calculate the current optimal solution of particle swarm
12	<i>Criteria=OptSwarm(ParRow+1,:) - ParSwarm(row,1;ParCol);</i>	计算历史最优解与当前最优解的差值 Calculate the difference between current optimal solution and optimal solution
13	<i>end</i>	
14	<i>Output the Best Solution</i>	输出全局最优解 Output the best solution

将程序在 MATLAB 2012b 上运行计算,得到的结果为: $x_1=92.123\ 5\ \text{m}$; $x_2=14.750\ 6\ \text{m}$; $x_3=64.852\ 3\ \text{m}$ 。

为了检验基于改进的粒子群优化算法进行结构优化设计的可行性以及优化计算结果的合理性,本研究同时采用遗传算法(GA)和标准粒子群算法(PSPO)对该问题进行计算,表 2 对这 3 种优化算法的计算结果进行了比较。从表 2 可以看出,利用改进粒子群算法(Improved PSO)的优化计算结果的目标函数值为 $A(X)=5\ 147.3\ \text{m}^2$,而遗传算法优化计算结果为 $A(X)=5\ 861.0\ \text{m}^2$,标准粒子群算法优化计算结果为 $A(X)=5\ 416.5\ \text{m}^2$,可见利用改进粒子群算法的断面优化结果较遗传算法的优化断面面

积减小了 12.2%,较标准粒子群算法的优化断面面积减小了 9.45%,极大地提高了经济性;另外,采用改进的粒子群算法得到最优解需要计算 15 步,而采用遗传算法和标准粒子群算法得到最优解分别需要计算 26 和 22 步,改进粒子群算法的收敛速度分别提高了 42.3%和 31.8%。与标准粒子群算法相比,用改进粒子群算法进行优化计算后大坝设计断面上游坝坡坡率、下游坝坡坡率以及坝底宽度与坝高的比值均达到了临界值,因此改进的粒子群算法的计算结果更为接近全局最优解。此外,坝趾压应力有所降低,坝踵应力储备有所加大,优化计算所得结果偏安全,重力坝的安全性有所提高。

表 2 改进粒子群优化算法与遗传算法和标准粒子群算法优化设计结果的比较
Table 2 Comparison of optimization design by the improved PSO,GA and PSPO

计算方案 Calculation scheme	重力坝断面设计参数/m Design parameters of gravity dam section			应力/MPa Stress		目标函数 $A(X)/\text{m}^2$ Objective function $A(X)$
	x_1	x_2	x_3	坝趾 Dam toe	坝踵 Dam heel	
遗传算法 GA	82.467 5	16.259 6	74.226 5	2.345 2	0.314 9	5 861.0
标准粒子群算法 PSPO	87.226 5	15.845 6	69.856 8	2.823 6	0.365 2	5 530.7
改进粒子群算法 Improved PSO	92.123 5	14.750 6	64.852 3	3.189 0	0.895 6	5 147.3

6 结 语

粒子群算法中的惯性权重(w)是一个非常重要的控制参数,可以用来控制算法对潜在可行解的开发能力和探索能力。由于粒子群优化算法中线性递减的惯性权重极易导致 PSO 算法陷入局部最优解,因而本研究提出了一种惯性权重随时间动态变化的非线性递减策略来提高收敛性能,并将其用于重力坝体型优化设计,与遗传算法和标准粒子群算法计算结果的比较证明,改进的粒子群优化算法更具有有效性和优越性。由于粒子群算法具有控制参数少、收敛速度快、简便易行及不需利用函数导数确定搜索方向等特性,从而使得粒子群算法对设计变量类型、目标函数及约束函数的适应性增强,在大型水利工程结构优化中具有广阔的应用前景。

[参考文献]

- [1] 李 丽,牛 奔. 粒子群优化算法 [M]. 北京:冶金工业出版社,2009.
Li L, Niu B. Particle swarm optimization algorithm [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2009.
- [2] 于 颖,李永生,於孝春. 粒子群算法在工程优化设计中的应用 [J]. 机械工程学报,2008,44(12):226-231.
Yu Y, Li Y S, Yu X C. Application of particle swarm optimization in the engineering optimisation design [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(12): 226-231.
- [3] 陈贵敏,贾建援,韩 琪. 粒子群优化算法的惯性权重递减策略研究 [J]. 西安交通大学学报,2006,40(1):53-61.
Chen G M, Jia J Y, Han Q. Study on the strategy of decreasing inertia weight in particle swarm optimization algorithm [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(1): 53-61.
- [4] 傅阳光,周成平,丁明越. 标准粒子群优化算法的收敛性分析 [J]. 应用数学,2011,24(1):187-194.
Fu Y G, Zhou C P, Ding M Y. Convergence analysis of standard particle swarm optimization algorithm [J]. Mathematica Application, 2011, 24(1): 187-194.
- [5] 潘 峰,周 倩,李位星,等. 标准粒子群优化算法的马尔科夫链分析 [J]. 自动化学报,2013,39(4):381-389.
Pan F, Zhou Q, Li W X, et al. Analysis of standard particle swarm optimization algorithm based on Markov Chain [J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(4): 381-389.
- [6] Nickabadi A, Ebadzadeh M M, Safabakhsh R. A novel particle swarm optimization algorithm with adaptive inertia weight

- [J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(4): 3658-3670.
- [7] Ashar M H. Extension of the constrained particle swarm optimization algorithm to optimal operation of multi-reservoirs system [J]. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 2013, 51: 71-81.
- [8] 陈秀铜,李 璐. 基于改进粒子群算法的土石方调配优化研究 [J]. 水力发电学报,2010,29(2):68-72.
Chen X T, Li L. Study on earthwork allocation method based on modified particle swarm optimization [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, 29(2): 68-72.
- [9] 赵远东,方正华. 带有权重函数学习因子的粒子群算法 [J]. 计算机应用,2013,33(8):2265-2268.
Zhao Y D, Fang Z H. Particle swarm optimization algorithm with weight function's learning factor [J]. Journal of Computer Applications, 2013, 33(8): 2265-2268.
- [10] 刘 锋,张俊葆,李丽娟. 基于粒子群算法的板结构离散优化设计 [J]. 工程力学,2009,26(4):27-37.
Liu F, Zhang J B, Li L J. Optimal design of plate structures with discrete variables based on particle swarm optimizers [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(4): 27-37.
- [11] 刘道华,原思聪,兰 洋,等. 混沌映射的粒子群优化方法 [J]. 西安电子科技大学学报,2010,37(4):764-769.
Liu D H, Yuan S C, Lan Y, et al. Method of particle swarm optimization based on the chaos map [J]. Journal of Xidian University, 2010, 37(4): 764-769.
- [12] 高 磊. 一种动态非线性改变惯性权的自适应粒子群优化算法 [J]. 科学技术与工程,2011,11(17):3985-3988.
Gao L. An adaptive particle swarm optimization algorithm with dynamic nonlinear inertia weight variation [J]. Science Technology and Engineering, 2011, 11(17): 3985-3988.
- [13] 周建中,李英海,肖 舸,等. 基于混合粒子群算法的梯级水电站多目标优化调度 [J]. 水利学报,2010,41(10):1212-1219.
Zhou J Z, Li Y H, Xiao G, et al. Multi-objective optimal dispatch of cascade hydropower stations based on shuffled particle swarm operation algorithm [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 41(10): 1212-1219.
- [14] Bahmanikashkooli A, Zare M, Safarpour B, et al. Application of particle swarm optimization algorithm for computing critical depth of horseshoe cross section tunnel [J]. APCBEE Proceedings, 2014, 9: 207-211.
- [15] 门朝光,何忠政,陈拥军,等. 应用混合粒子群优化的检查点全局优化算法 [J]. 哈尔滨工业大学学报,2015,47(5):91-96.
Men C G, He Z Z, Chen Y J, et al. The checkpoint global optimization algorithm based on the mixed particle swarm optimization [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2015, 47(5): 91-96.