

DOI:CNKI:61-1390/S.20120109.1219.007

网络出版时间:2012-01-09 12:19

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1390.S.20120109.1219.007.html

基于粒子群组合神经网络的原岩应力预测研究

高峰¹,王连国²

(1 山西大同大学 工学院,山西 大同 037003;

2 中国矿业大学 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室,江苏 徐州 221008)

[摘要] **【目的】**建立原岩应力准确预测方法,为岩石力学研究及地下岩土开挖工程设计与施工提供参考。**【方法】**充分利用区域实测原岩应力数据资料,选取岩石埋藏深度、岩石类别等参数作为原岩应力的评判指标,在分析基于群体智能(GI)的粒子群优化算法(PSO)和 BP 神经网络算法特点的基础上,提出一种新的组合训练方法,建立了 PSO-BP 组合人工神经网络模型,并对原岩应力进行实际算例预测。**【结果】**PSO-BP 组合人工神经网络模型整体工作性能优良,研究区域原岩应力场最大主应力、最小主应力、垂直应力的网络输出与目标输出相关程度较高,相关系数分别为 0.994 0,0.997 0,0.992 0,该组合模型基本可以预测研究区域原岩应力场的分布规律。**【结论】**应用建立的 PSO-BP 组合人工神经网络模型可以进行原岩应力的准确预测,对岩体初始应力研究和地下工程设计具有一定的指导意义。

[关键词] 原岩应力;预测模型;组合人工神经网络;粒子群算法

[中图分类号] TD311;TU452

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2012)02-0212-07

Research on in-situ rock stress prediction based on particle swarm combined artificial neural network

GAO Feng¹, WANG Lian-guo²

(1 Engineering School, Shanxi Datong University, Datong, Shanxi 037003, China; 2 State Key Laboratory for

Geo-Mechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221008, China)

Abstract: **【Objective】** The method to predict the in-situ rock stress is built to provide reference for rock mechanics research and underground geotechnical excavation engineering design and construction. **【Method】** The factors of rock burial depth and rock category etc. are selected as the judging indexes, and the measured rock stress data are used for the researched area. On the basis of the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm based on Group Intelligence (GI) and the standard Back Propagation (BP) artificial neural network method, a new type of combined training method is put forward, and PSO-BP combined artificial neural network model is successfully built in the end. **【Result】** The combined artificial neural network has good performance from the global aspect. The network output data and target output data of maximum principal stress, minimum principal stress and vertical stress of the studying in-situ rock stress field show closer relationship. The correlation coefficients are respectively equal to 0.994 0, 0.997 0, 0.992 0, in the multivariate regression calculation results. The combined artificial neural network can predict stress field distribution law in the studied area rock. **【Conclusion】** The PSO-BP combined model can accurately predict in-situ rock stress, and it has certain guiding significance to theoretical study of rock initial

* [收稿日期] 2011-08-29

[基金项目] 国家自然科学基金项目(50874103);山西省科学技术发展计划项目(20100322013)

[作者简介] 高峰(1977—),男,山东泰安人,副教授,博士,主要从事工程力学及岩土工程研究。E-mail:gfgengdax@126.com.cn

stress and underground engineering design.

Key words: in-situ rock stress; prediction model; combined artificial neural network; PSO algorithm

原岩应力是引起水利工程、采矿等地下岩土开挖工程变形甚至破坏的根本原因,是岩石力学研究的重要课题之一^[1-4]。面对地下岩体工程这样一个包含各种复杂、随机因素在内的“黑箱”式系统,仅靠几个测点的原岩应力数值来确定其整个研究范围内的原岩应力场及分布规律显然是不够的。以大脑生理研究成果为基础,模拟生物神经网络信息处理的人工神经网络(ANN),采用类似黑箱方法,宜于表现多影响因子间的复杂因果规律,通过学习、记忆,建立输入变量与输出变量间的非线性关系,具有自组织、自学习、自适应和非线性动态处理等特性。ANN 提供了全新思维方式和研究方法,为突破参数、模型不准等岩石力学确定性的研究瓶颈提供了强有力的工具^[3];并在一定程度上避免了通过大量的室内试验或现场试验确定岩石应力-应变关系,节省了大量人力和物力。

在 ANN 实际应用中,约 90% 的 ANN 模型都是采用 BP 神经网络或者其变化形式。标准 BP 算法由正向计算、误差反传 2 部分组成,数学意义明确、步骤分明,非线性模式识别能力强大,是求解非线性问题的有效方法。BP 神经网络广泛应用于函数逼近、模式识别、数据压缩等,现已成为人工智能研究的重要领域之一,也是土木工程领域应用最多、最成熟的方法之一。管新建等^[5]基于 BP 神经网络对淤地坝次降雨的泥沙淤积问题进行了研究,并取得了较为准确的预测结果。杨峰等^[6]将 BP 神经网络应用于岩体初始应力预测研究。然而,BP 算法是一种梯度下降搜索方法,不可避免地存在固有的不足,如初始权值、阈值随机设定,初值选取不当将直接影响网络收敛性能和最终稳定状态,网络学习易陷入局部极小,对于较大的搜索空间,多峰值、不可微函数不易保证全局最优解。为此,国内外学者将遗传算法、模拟退火算法等与 BP 算法融合,以期改善 BP 神经网络的性能^[7-9]。上述方法虽满足了一定的计算精度要求,但操作步骤复杂,应用较为不便。

生物群体内个体间的合作与竞争产生群体智能,提供了一种新的问题高效求解方法^[10]。基于对鸟群捕食行为研究和演化计算理论的粒子群优化算法(PSO)^[11-13],具有记忆粒子最佳位置的能力和粒子间信息共享的机制,整个群体表现出强大的处理

复杂问题的能力,适宜于寻求全局最优解等复杂问题的求解。如李晓龙等^[14]采用改进粒子群算法进行了岩土工程的弹塑性反分析。Park 等^[15]应用粒子群算法对电力系统的经济调度进行了优化,并取得了良好效果。颜七笙等^[16]构建了 PSO-SVR 模型,并将其用于岩质边坡的稳定性评价。可见,PSO 算法是一种行之有效的全局寻优计算方法。然而将标准 BP 算法与 PSO 算法有效结合,用于原岩应力预测的研究尚未见报道。为此,本研究将 PSO 算法与 BP 神经网络融合,应用 Matlab7.0 软件编制相应计算程序,建立 PSO-BP 组合人工神经网络模型,以充分发挥 PSO 算法全局寻优能力和 BP 算法局部搜索优势,缩短训练时间,克服连接权值随机问题,以期原岩应力的预测研究提供一种新途径。

1 BP 神经网络简介

ANN^[3,5-7]是模仿人脑神经网络结构和功能而建立的信息处理系统,由众多神经元(图 1)组成并行分布式信息处理网络,显示出人脑的某些基本特征。

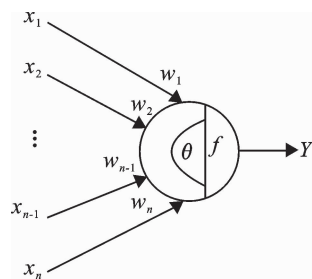


图 1 人工神经元模型
Fig.1 Artificial neural net model

ANN 具有高度非线性,可从工作经验中学习知识,能进行复杂逻辑操作和非线性关系实现,对处理内部规律不甚了解或不能用一组规则、方程进行描述的复杂问题或开放系统优势明显,是传统工程系统与人工智能领域处理技术的混合,也是迅速发展中的非线性科学。

传递函数 $f(\cdot)$ 是神经元的核心,决定了神经网络求解问题的能力与效率,其数学表达式为:

$$Y=f(\sum_{i=1}^n w_i x_i - \theta)。(1)$$

式中:Y 为输出信号; w_i 为连接权值; x_i 为输入信号; i 为输入信号个数,最大值为 n ; θ 为神经元阈值。

由 Kolmogorov 定理^[3,6]可知,神经网络可任意精度逼近任一连续函数。增加层数可降低误差、提高精度,但网络趋于复杂,网络训练时间增加。因此,在 BP 神经网络设计时,应先考虑增加隐层神经元,节点很多仍不能改善网络性能时,才考虑增加隐层数。较小规模网络学习较困难,适当增加神经元可提高误差精度,训练效果也易于观察和调整。但隐层神经元过多,训练时间增加,模型泛化性能降低。初始连接权值 w_i^0 决定了非线性系统的收敛性,加权输出值应接近于零,以保证 w_i^0 在传递函数变化最大处调节;学习速率决定每一循环训练中权值的变化量,其值过大可导致系统不稳定,值过小则收敛速度太慢,效率太低。

2 PSO-BP 组合人工神经网络算法

2.1 粒子群优化算法

Reynolds^[12]研究鸟群飞行时发现,单只鸟仅追踪它有限数量的邻居,但最终结果是整个鸟群好像处于一个中心的控制下。一群鸟在随机搜寻食物,若某区域里只有 1 块食物,找到食物最简单有效的策略是搜寻当前离食物最近的鸟周围区域^[12]。

Kennedy 等^[13]将问题搜索空间与鸟类飞行空间相联系,用粒子(质量、体积不记)来代替飞鸟,并为粒子制定简单行为规则,从而使整个粒子群的运动表现出鸟类觅食特性,使粒子最终能够飞向解空间的最优解处(图 2)。

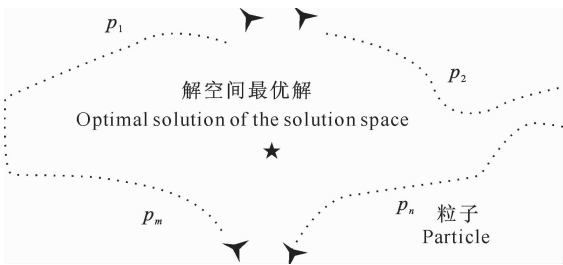


图 2 粒子群算法原理图

Fig. 2 Particle swarm optimization principle diagram

利用 PSO 算法求解优化问题时,将解空间初始化为一群随机粒子,每一粒子都有自己的位置、速度以决定飞行方向、距离,还有一个由被优化函数决定的适应值。各粒子记忆、追踪当前的最优粒子,在解空间中进行搜索。在每次迭代中,粒子通过跟踪个体极值、全局极值更新自己的速度、位置,更新方程为:

$$\begin{aligned} v_{id}^{k+1} &= \omega v_{id}^k + c_1 r_1^k (pbest_{id}^k - x_{id}^k) + \\ &c_2 r_2^k (gbest_{id}^k - x_{id}^k), \end{aligned} \tag{2}$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + v_{id}^{k+1}. \tag{3}$$

式中: v_{id}^{k+1} 为粒子 i 第 $k+1$ 次迭代第 d 维的速度, ω 为惯性权重, v_{id}^k 为粒子 i 第 k 次迭代第 d 维的速度, c_1 、 c_2 为学习因子, r_1^k 、 r_2^k 为第 k 次迭代时 $[0,1]$ 的随机数, $pbest_{id}^k$ 为粒子 i 第 k 次迭代第 d 维个体极值点位置, $gbest_{id}^k$ 为群体第 k 次第 d 维全局极值点位置, x_{id}^k 为粒子 i 第 k 次迭代第 d 维当前位置, x_{id}^{k+1} 为粒子 i 第 $k+1$ 次迭代第 d 维当前位置。

PSO 算法采用速度-位移模型,避免了复杂的遗传操作,特有的记忆使算法可动态跟踪当前搜索情况以调整搜索策略,算法简单有效,应用领域已扩展到多元函数与参数优化、模式识别、聚类分析、神经网络等方面^[14-16]。

2.2 PSO-BP 组合人工神经网络算法设计

BP 算法基于梯度下降算法,本质上属于局部寻优算法。复杂网络的误差曲面是一高维空间中的曲面,非常复杂、不规则,局部极小点多,一旦陷入就很难逃脱出来,学习效果变差。PSO 算法以群体智能为核心理论体系,收敛速度快,操作简单,易于编程实现,属于全局优化算法。因此,引入 PSO 算法对 BP 神经网络初始权值、阈值等参数进行优化,可产生一种新的组合人工神经网络模型,其流程如图 3 所示。PSO-BP 组合人工神经网络模型的计算步骤如下。

(1)初始化 BP 神经网络结构,设定网络输入层、输出层的神经元个数,设置网络参数,编程计算最佳隐层神经元数。

(2)初始化粒子群规模、维度以及每个粒子的初始速度、位置。种群规模一般取 10~40,复杂问题大于 100;初始速度、位置可随机赋值。

(3)根据适应度函数计算每个粒子的适应度方差:①按当前网络结构和权值、阈值计算每个样本的输出值。

②计算每个训练样本输出值的误差 I_i ,即:

$$I_i = \sum_{j=1}^m (Y_{ij} - y_{ij})^2. \tag{4}$$

式中: j 为样本输入参数个数,最大值为 m ; Y_{ij} 为实际输出值; y_{ij} 为理想输出值。

③计算该粒子的适应度方差 MSE 。有:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i. \tag{5}$$

式中: n 为训练集样本总数。

(4)更新每一粒子的个体极值、全局极值,生成下一代粒子。惯性权重 ω 按式(6)进行自适应调

解,即:

$$w=w_{\max}-(w_{\max}-w_{\min})\times(t/T_{\max})。$$
 (6)

式中: $w_{\max}$ 为最大惯性权重, $w_{\min}$ 为最小惯性权重, t 为当前迭代次数, $T_{\max}$ 为最大迭代次数。

(5)检查粒子适应度方差和当前最大迭代次数,若误差或迭代次数不能满足,返回步骤(3)进行下一代粒子计算;否则,计算结束。

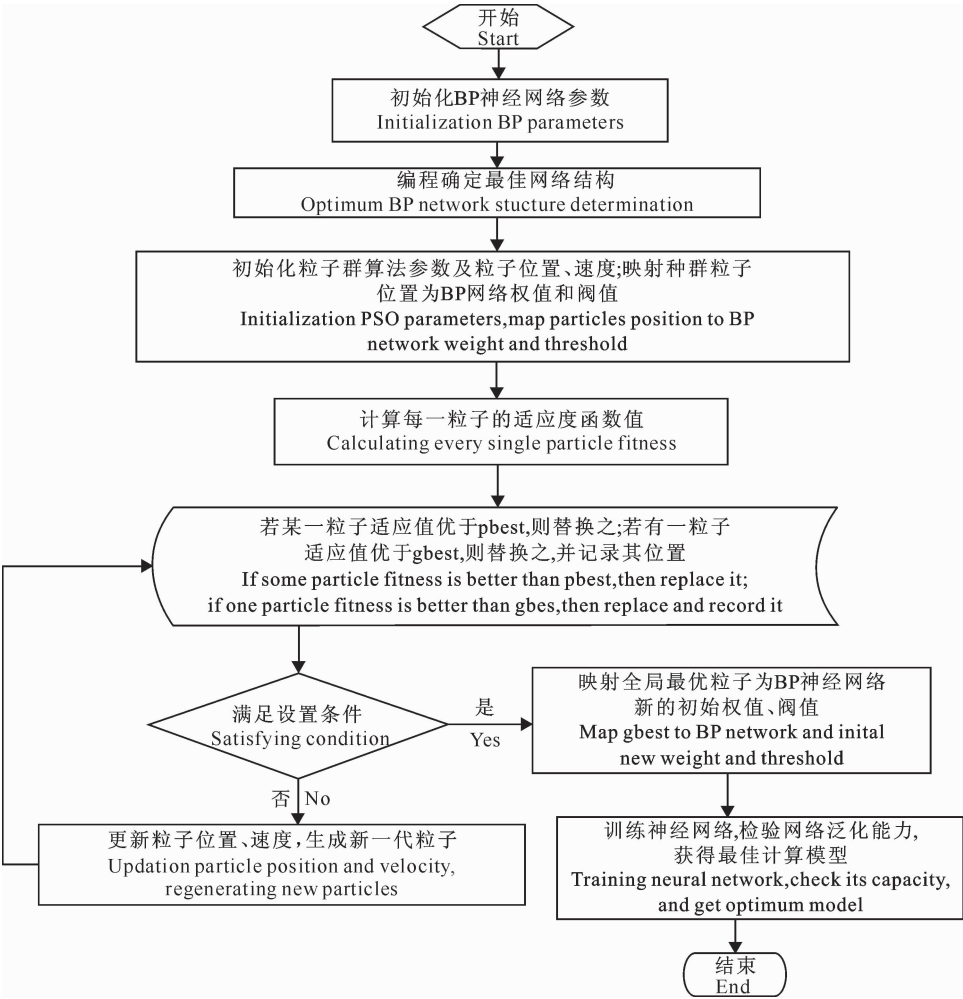


图 3 PSO-BP 组合人工神经网络模型的计算流程

Fig. 3 PSO-BP combined neural network calculation flow

3 原岩应力 PSO-BP 组合人工神经网络模型的建立及应用

3.1 原岩应力 PSO-BP 组合人工神经网络模型的建立

原岩应力影响因素众多,若全部输入网络学习,势必增加工作难度,影响网络模型的整体工作性能。经分析,选取位置、岩石埋深、岩石类别 3 个影响因素作为输入变量,预测指标为原岩应力大小和方向,建立 3-X-4 结构。神经网络性能与训练样本密切相关,训练样本数量越多、代表性越强,训练结果越能反映研究对象的内在规律性。首先,对原岩应力测试数据(参见文献[17]表 3)进行归一化处理,结果

(图 4)表明,样本点分布均匀,能满足样本集设计的基本要求。

应用 Matlab7.0 软件编制程序,确定网络系统误差最小、计算时间较少,整体工作性能良好的最佳神经网络结构。不同隐含层神经元数的 BP 网络的训练误差如表 1 所示。由表 1 可知,当隐含层神经元数 $X=5$ 时,神经网络未收敛,训练集误差最大; $X=8$ 时,网络训练次数大幅度下降,快速收敛于训练目标,且网络检验误差最小; $X=9$ 时,神经网络的训练次数最少,收敛速度也较快,但检验集误差逼近误差较大,网络泛化能力弱,不适于预测研究; X 继续增加,训练次数和系统误差明显增大,网络逐渐失去学习和预测能力。因此,最佳 BP 神经网络拓扑

结构为 3-8-4。

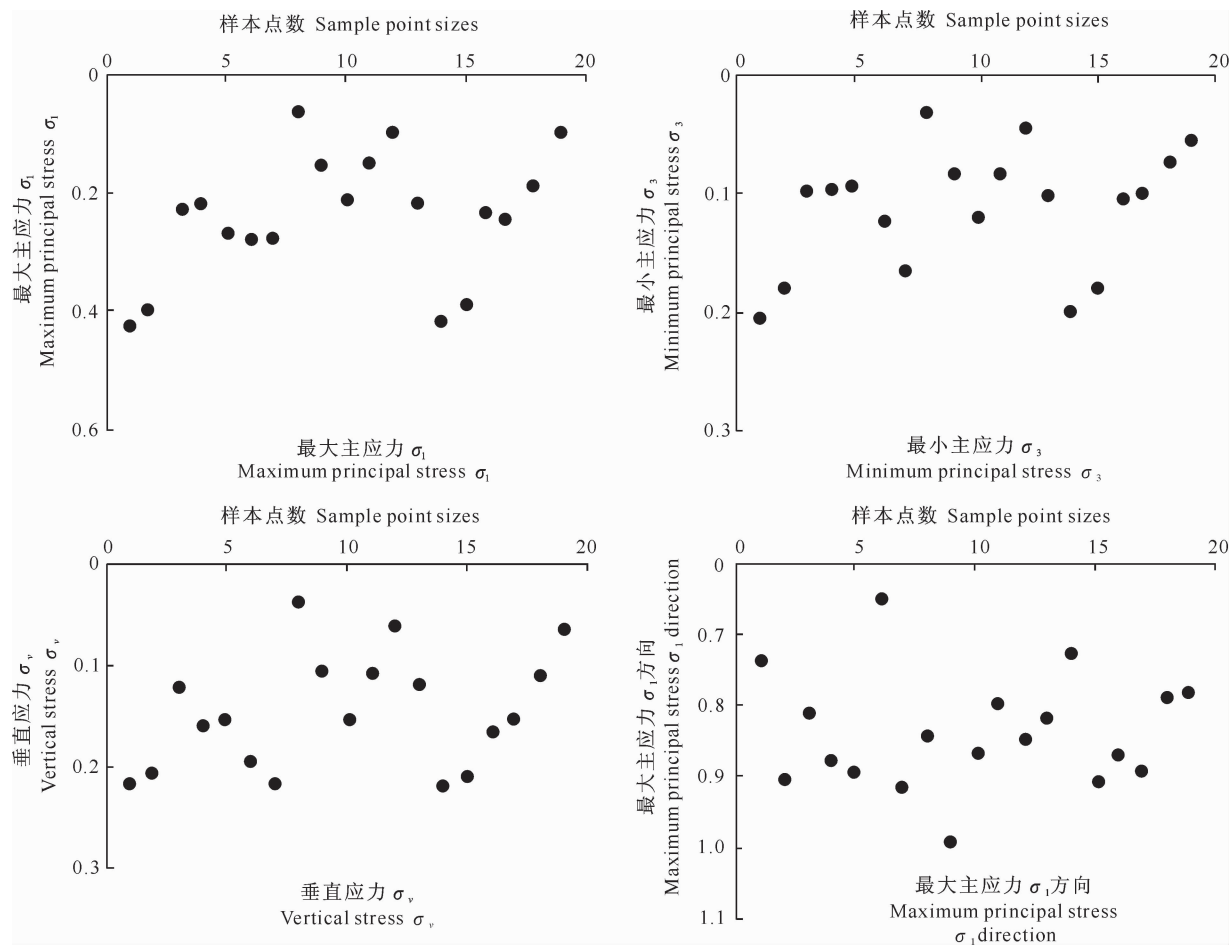


图 4 原岩应力样本点分布状态

Fig. 4 In-situ rock stress samples distribution state

表 1 BP 神经网络输出数据

Table 1 BP artificial neural network output data

隐含层神经元 X Hiding layer cell number	网络训练次数 Network training time	网络训练误差 Network training error	网络检验误差 Network testing error
5	10 000	2.198×10^{-3}	1.980×10^{-3}
6	10 000	2.202×10^{-4}	5.030×10^{-3}
7	10 000	7.190×10^{-4}	4.110×10^{-3}
8	3 359	9.999×10^{-5}	4.030×10^{-3}
9	2 178	9.968×10^{-5}	8.560×10^{-3}
10	7 129	9.994×10^{-5}	5.040×10^{-3}
15	10 000	2.218×10^{-4}	2.032×10^{-2}

3.2 PSO-BP 组合人工神经网络的训练与预测

参数选择为:粒子 68 维,种群规模 30,粒子最大速度 0.30,最大迭代次数 300,学习因子 2.0,待优化权值和阈值为 68 个。映射最优全局粒子位置得到输入网络初始权值、阈值,将原岩应力基本数据^[17]中选定的训练样本输入所建立的 PSO-BP 组合人工神经网络,最终得到网络训练误差曲线如图 5 所示。

训练结果中最大主应力 σ_1 、最小主应力 σ_3 、垂直应力 σ_v 的相关系数分别为 0.994 0,0.997 0 和 0.992 0,与传统 BP 算法及其他组合算法相比^[6-9],PSO-BP 组合人工神经网络的输出与目标输出相关程度较高,组合神经网络模型整体工作性能优良,可以认为该模型基本可以预测研究区域原岩应力场的分布规律。

应用本研究建立的 PSO-BP 组合人工神经网络模型,对霍州矿区^[17]1# 矿泥岩体内的原岩应力分布

进行预测,其结果如图 6 所示。

1)不同深度原岩应力大小不同,但 σ_1 、 σ_3 、 σ_v 均为压应力,并随深度增加而增大,增幅呈先快后慢的趋势。在深度为 100~320 m 时, σ_1 略有减小, σ_3 和 σ_v 水平波动;之后三者均以较大斜率增加直至深度 720 m,并最终趋于平缓。

2) σ_v 位于 σ_1 和 σ_3 之间; σ_1 为 σ_v 的 1.5~2.0 倍,说明矿区原岩应力状态以水平构造应力为主,原

岩应力大小属中等偏上水平,符合原岩应力实测结果的统计规律^[17]。

3)最大主应力 σ_1 与最小主应力 σ_3 的比值 $k = \sigma_1/\sigma_3 = 1.2 \sim 3.0$,对深部岩体开挖工程稳定性不利;并且随深度增加, k 值趋于 1.0,即深部岩体向静水应力场逼近,围岩变形破坏从剪切脆性破坏转向塑性屈服破坏。

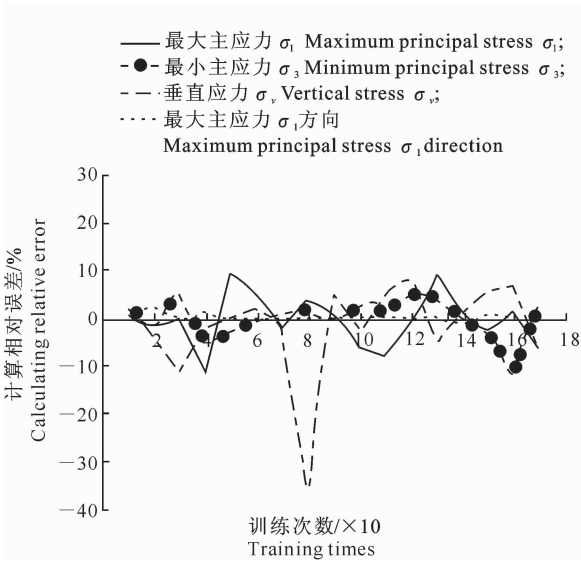


图 5 PSO-BP 组合人工神经网络的训练误差曲线
Fig. 5 PSO-BP neural network training error curves

4 结 论

地下岩体工程影响因素复杂、随机,仅靠有限实测原岩应力数值来直接确定区域范围内的原岩应力场分布规律难度极大。ANN 采用类似黑箱方法,通过学习、记忆,建立输入变量与输出变量间的非线性关系,具有自学习、自适应和非线性动态处理等特性。因此,ANN 为解决岩石力学确定性研究时参数不足、模型不准等难题提供了有力工具;并在一定程度上,避免了通过大量的室内试验或现场试验确定岩石应力-应变关系,节省了大量的人力和财力。

本研究运用 PSO 算法的全局寻优能力,对 BP 神经网络初始权值、阈值等参数进行优化,有效弥补了标准 BP 算法在网络初始值随机设定,网络学习容易陷入局部极小,训练时间长等方面的不足,建立了一种新的 PSO-BP 组合人工神经网络结构模型,并应用该组合网络模型对文献^[17]中原岩应力的实测数据进行预测研究,得出研究区域埋深 50~1 000

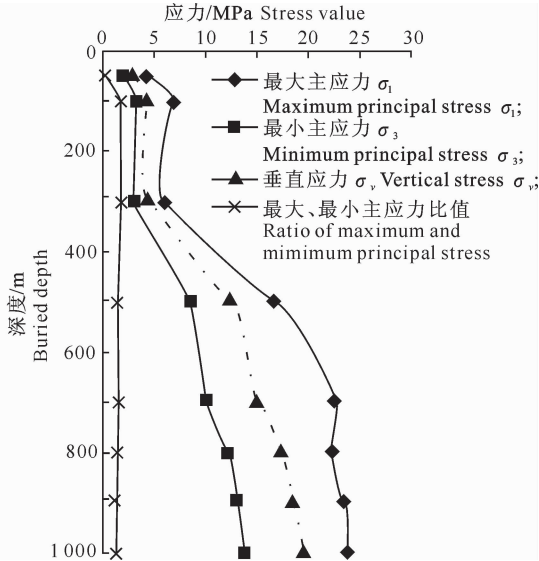


图 6 1# 矿泥岩体内原岩应力的分布曲线
Fig. 6 In-situ rock stress distribution curves in mudstone of 1# coal mine

m 时,不同平面位置和深度处原岩应力状态的分布规律:不同深度原岩应力大小不同,但 σ_1 、 σ_3 、 σ_v 均为压应力,并随深度增加而增大,增幅呈先快后慢的特点; $\sigma_1 = (1.5 \sim 2.0)\sigma_v$,且 $\sigma_v > \sigma_3$,说明原岩应力场以水平构造应力为主,符合原岩应力实测结果的统计规律; $k = \sigma_1/\sigma_3 = 1.2 \sim 3.0$,对深部岩体开挖工程稳定性不利;随深度逐渐增大, k 值趋于 1.0,即深部岩体趋向于静水应力场,围岩从剪切脆性破坏转向塑性屈服破坏。

本研究基于以群体智能为核心理论体系的 PSO 算法,建立了 PSO-BP 组合人工神经网络模型,采用自适应模式识别方法,建立了研究区域测点相关参数与对应点原岩应力之间的非线性映射,其相关系数及相对误差等指标均优于传统 BP 算法,充分发掘了数据内隐藏的规律,为深部岩体原岩应力的预测开辟了一条新的途径,但对于更大埋深的岩体原岩应力的分布特征,尚有待于进一步研究。

[参考文献]

- [1] 陈胜宏. 计算岩体力学与工程 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006.
Chen S H. Calculating rock-mass mechanics and engineering [M]. Beijing: China Water Power Press, 2006. (in Chinese)
- [2] 高峰, 王连国. 深部原岩应力场有限元反演与工程应用研究 [J]. 西北农林科技大学学报: 自然科学版, 2011, 39(6): 229-234.
Gao F, Wang L G. Study on finite element method inversion of deep in-situ rock stress field and its engineering application [J]. Journal of Northwest A&F University: Nature Science Edition, 2011, 39(6): 229-234. (in Chinese)
- [3] 冯夏庭. 智能岩石力学导论 [M]. 北京: 科学出版社, 2000.
Feng X T. Intelligent rock mechanics introduction [M]. Beijing: Science Press, 2000. (in Chinese)
- [4] 陈子光. 岩石力学性质与构造应力场 [M]. 北京: 地质出版社, 1986.
Chen Z G. Rock mechanics property and tectonic stress field [M]. Beijing: Geological Publishing House, 1986. (in Chinese)
- [5] 管新建, 李占斌, 李勉, 等. 基于 BP 神经网络的淤地坝次降雨泥沙淤积预测 [J]. 西北农林科技大学学报: 自然科学版, 2007, 35(9): 221-225.
Guan X J, Li Z B, Li M, et al. Sediment deposition prediction of warping dam in single event rainfall based on BP neural network [J]. Journal of Northwest A&F University: Nature Science Edition, 2007, 35(9): 221-225. (in Chinese)
- [6] 杨峰, 王连国, 高峰. BP 神经网络在岩体初始应力预测中的应用 [J]. 矿业安全与环保, 2009, 36(3): 25-27.
Yang F, Wang L G, Gao F. The application of BP neural network in rock stress prediction [J]. Mining Safety & Environmental Protection, 2009, 36(3): 25-27. (in Chinese)
- [7] 杨朴, 游大海, 谢培元. 基于遗传算法和 BP 神经网络的电价预测 [J]. 水电能源科学, 2003, 21(2): 84-86.
Yang P, You D H, Xie P Y. Price forecasting based on generic algorithm and BP neural network [J]. Water Resource and Power, 2003, 21(2): 84-86. (in Chinese)
- [8] 李眉眉, 丁晶, 覃光华. 基于混沌分析的 BP 神经网络模型及其在负荷预测中的应用 [J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2004(4): 15-18.
Li M M, Ding J, Tan G H. BP neural network model based on chaotic analysis and its application on power load forecasting [J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2004(4): 15-18. (in Chinese)
- [9] 包惠明, 胡长顺. 基于经验模式分解与 LM-BP 神经网络的大坝变形预报模型 [J]. 福州大学学报: 自然科学版, 2011, 39(3): 1-5.
Bao H M, Hu C S. Dam deformation prediction model based on empirical mode decomposition and LM-BP neural network [J]. Journal of Fuzhou University: Natural Science Edition, 2011, 39(3): 1-5. (in Chinese)
- [10] Bonabeau E, Dorig M, Theraulaz G. Inspiration for optimization from social insect behavior [J]. Nature, 2000, 406(6): 439-442.
- [11] 王凌, 刘波. 微粒群优化与调度算法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2008: 40-54.
Wang L, Liu B. Particle group optimization and dispatching algorithm [M]. Beijing: Tsinghua Publishing House, 2008: 40-54. (in Chinese)
- [12] Reynolds C W. Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model [J]. Computer Graphics, 1987, 21(4): 25-34.
- [13] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization [C]// Proc of IEEE international conference on neural networks Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- [14] 李晓龙, 王复明, 李晓楠. 岩土工程弹塑性反分析的改进粒子群算法 [J]. 采矿与安全工程学报, 2009, 26(1): 50-54.
Li X L, Wang F M, Li X N. Improved particle swarm optimization for elas-plastic back analysis in geotechnical engineering [J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2009, 26(1): 50-54. (in Chinese)
- [15] Park J B, Lee K S, Shin J R, et al. A particle swarm optimization for economic dispatch with non-smooth cost functions [J]. IEEE Transaction on Power Systems, 2005, 20(1): 34-42.
- [16] 颜七笙, 王士同. 基于 PSO-SVR 的岩质边坡稳定性评价模型 [J]. 计算机与工程应用, 2011, 47(16): 235-238.
Yan Q S, Wang S T. Stability evaluation model of rock mass slope based on PSO-SVR [J]. Computer Engineering and Application, 2011, 47(16): 235-238. (in Chinese)
- [17] 王连国, 路银龙, 杨新华, 等. 霍州矿区地应力分布规律实测研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(增刊 1): 2768-2774.
Wang L G, Lu Y L, Yang X H, et al. Study of distribution characteristics of in-situ stresses for Huozhou mining area [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(Supp. 1): 2768-2774. (in Chinese)