

# 非线性理论在土体结构性研究中的应用

陈 茜, 骆亚生, 程大伟

(西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100)

**【摘要】** **【目的】**分析可变性和可稳性在土体结构性演化过程中发挥的作用。**【方法】**运用分岔理论构建可变性和可稳性引发应变的演化模型,并对陕西省杨凌地区土样进行侧限压缩试验,分别测试原状土、饱和土和重塑土的应变曲线,计算杨凌地区黄土平衡态迁移过程。**【结果】**土体结构性系统共有 4 种平衡态;陕西杨凌黄土土体结构性系统平衡态迁移过程表现为,随着荷载的增大,系统以非周期的曲线或直线运动的形式远离平衡态 A,由于可稳性和可变性之间的竞争力存在悬殊,且可变性具有较强的竞争力,系统远离平衡态 D 和 C,最终向平衡态 B 演化。**【结论】**可变性和可稳性之间竞争力的强弱决定土体结构性演化过程的走势。

**【关键词】** 土体结构性;非线性理论;平衡态

**【中图分类号】** TU41

**【文献标识码】** A

**【文章编号】** 1671-9387(2011)03-0219-05

## The application of nonlinear theory in the soil constitutive

CHEN Xi, LUO Ya-sheng, CHENG Da-wei

(College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling, Shaanxi 712100, China)

**Abstract:** **【Objective】** This paper analysed the variability and stability in the soil constitutive evolution processes. **【Method】** Using bifurcation theory, the research constructed variability causing strain and stability causing strain evolution model. Based on the compression test of loess samples from Yangling region of Shaanxi province, the paper tested intact specimen, saturation specimen and remolding specimen strain curve separately, and calculated Yangling loess equilibrium migration process. **【Result】** The soil structural system has four kinds of equilibrium. The equilibrium migration process of Yangling loess is of non-cycle curve or linear motion far away from equilibrium A. As there exists great gap between the competitiveness of stability and variability, and variability has strong competitiveness, the system is far away from equilibrium D and C, and finally evolves to the equilibrium B. **【Conclusion】** The final state of the soil constitutive evolution depends on the strength of the competition between variability and stability.

**Key words:** soil constitutive; non-linear theory; equilibrium

关于土结构性研究的重要性,最早的论述始于土力学的奠基人太沙基<sup>[1]</sup>,沈珠江等<sup>[2-3]</sup>将其称为“21 世纪土力学的核心”。黄土由于具有特殊的颗粒架空体系<sup>[4-5]</sup>和颗粒间的联结强度,使其具有很强的结构性。目前,对黄土结构性研究分为细观形态学途径、固体力学途径和土力学途径 3 种方法。谢定义等<sup>[6-8]</sup>、齐吉琳等<sup>[9]</sup>和谢永涛等<sup>[10]</sup>利用土力学

途径,以原状土、重塑土和饱和土的压缩曲线为基础,求取能够反映结构性的量化参数——综合结构势,通过其定量揭示土结构性及其变化的力学效果,较定性显示土结构性的形象特征或从个别侧面定量描述土结构性的差异更具有优越性<sup>[11]</sup>。依据结构性的观点<sup>[6-10]</sup>,土体结构性包括反映土体排列特征的可变性和反映土体联结特征的可稳性 2 个方面。

\* [收稿日期] 2010-08-30

[基金项目] 国家自然科学基金项目(50578134);教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NECT-06-0864)

[作者简介] 陈 茜(1984—),女,陕西泾阳人,在读博士,主要从事水工程与环境研究。E-mail:616137105@qq.com

[通信作者] 骆亚生(1967—),男,陕西泾阳人,教授,博士生导师,主要从事黄土土动力学研究。E-mail:yt02@nwsuaf.edu.cn

土体的应变受多种因素的综合影响,具有复杂的机理。若依据谢定义等<sup>[6-8]</sup>、齐吉琳等<sup>[9]</sup>提出的土结构性观点,可将土体的应变划分为,由可稳性变化引发的应变和由可变性变化引发的应变。然而可稳性和可变性的概念本身就包含诸多复杂多变的因素,因此依据结构性观点划分的土体应变仍具有不确定性和测量数据的不完备性等特征,使得基于应变考虑的常规分析方法难以准确地对可稳性和可变性在土体结构性演化过程中的作用做出评价。

非线性理论<sup>[12]</sup>可以用于描述和表征系统的非线性和复杂性,其中分岔理论主要研究由于子参数的变化,系统因平衡态失稳而进入新的平衡态的现象。它能够比较真实地反映子因素的变化对系统产生的影响。基于此,本研究将非线性理论中的分岔理论引入土体的结构性研究,并建立模型分析可变性和可稳性在土体结构性演化过程中发挥的作用,以期为土体结构性的研究提供参考。

## 1 非线性理论模型

非线性理论可以用于描述和表征系统的非线性和复杂性。分岔理论是非线性理论的一个分支,其主要研究由于子参数的变化,系统因平衡态失稳而进入新的平衡态的现象,讨论动力系统平衡态的迁移规律。

### 1.1 模型的建立

依据结构性观点<sup>[6-10]</sup>,在土体系统中,可将荷载作用下土体的应变分为由可变性引发的应变  $S_1$  和由可稳性引发的应变  $S_2$ 。 $S_1$  和  $S_2$  是 2 个相互之间具有竞争、共存关系的应变参数,它们共用土体系统提供的资源,依据各自的规律变化和发展。当它们惟一单独地存在于土体中时,在荷载  $p$  继续增大的条件下,其应变扩大再发展遵循以下模式:

$$\begin{cases} \frac{dS_1}{dp} = r_1 S_1 \left(1 - \frac{S_1}{N_1}\right), \\ \frac{dS_2}{dp} = r_2 S_2 \left(1 - \frac{S_2}{N_2}\right). \end{cases} \quad (1)$$

式中: $r_1$  和  $r_2$  分别为可变性和可稳性引发的应变增长率, $N_1$  和  $N_2$  分别为 2 个应变单独存在时应变发展的最大值。

对于任一发生小变形破坏的土体而言,其应变扩大再发展总是要受到该系统特定条件的影响,如应变发展的最大值总是有限大的,系统所能提供的发展应变的资源总是有限度的等。如果用 1 表示在特定条件下所允许某一应变的最大再发展能力,则

可用  $\left(1 - \frac{S_1}{N_1}\right)$  和  $\left(1 - \frac{S_2}{N_2}\right)$  表示土体系统应变所能允许的再发展能力。

当由可变性引发的应变  $S_1$  和由可稳性引发的应变  $S_2$  共存于土体系统中时,由于这两类应变同时竞争占有同一土体系统的资源, $S_1$  的再发展必然对  $S_2$  的再发展产生负面影响,同样  $S_2$  的再发展也必然对  $S_1$  的再发展产生负面影响,因此在它们各自的再发展能力项中减去竞争效应项,从而可得到土体系统随着荷载的增大,可变性和可稳性各自引发应变的再发展能力。该再发展能力遵循如下的动力学方程:

$$\begin{cases} \frac{dS_1}{dp} = r_1 S_1 \left(1 - \frac{S_1}{N_1} - b_1 \frac{S_2}{N_2}\right) = f(S_1, S_2), \\ \frac{dS_2}{dp} = r_2 S_2 \left(1 - \frac{S_2}{N_2} - b_2 \frac{S_1}{N_1}\right) = g(S_1, S_2). \end{cases} \quad (2)$$

式中: $b_1$  为可稳性引发单位应变变量所侵害或消耗供引发可变性应变的资源量与供可变性单独存在于土体系统中引发单位应变所需资源量的倍数,简单地说,就是可稳性对可变性引发应变的制约能力; $b_2$  为可变性引发单位应变变量所侵害或消耗供引发可稳性应变的资源量与供可稳性单独存在于土体系统中引发单位应变所需资源量的倍数,也就是可变性对可稳性引发应变的制约能力; $f(S_1, S_2)$  为竞争效应存在时可变性引发应变再发展的动力学函数; $g(S_1, S_2)$  为竞争效应存在时可稳性引发应变再发展的动力学函数。

### 1.2 模型的求解与分析

通过对式(2)进行求解,可得到 4 个平衡态,即:

$$A(0, 0); B(N_1, 0); C(0, N_2); D\left(N_1 \frac{1-b_1}{1-b_1 b_2}, N_2 \frac{1-b_2}{1-b_1 b_2}\right).$$

对于平衡态  $A(0, 0)$ , Jacobi 矩阵元为:

$$\begin{cases} a_{11} = \left(\frac{\partial f(S_1, S_2)}{\partial S_1}\right)_{S_1=0, S_2=0} = r_1, \\ a_{12} = \left(\frac{\partial f(S_1, S_2)}{\partial S_2}\right)_{S_1=0, S_2=0} = 0, \\ a_{21} = \left(\frac{\partial g(S_1, S_2)}{\partial S_1}\right)_{S_1=0, S_2=0} = 0, \\ a_{22} = \left(\frac{\partial g(S_1, S_2)}{\partial S_2}\right)_{S_1=0, S_2=0} = r_2. \end{cases} \quad (3)$$

式中: $a_{im}$  ( $i=1, 2; m=1, 2$ ) 为动力学方程式(2)的特征方程的 Jacobi 矩阵元。此时,式(2)的特征方程解为  $\omega_1 = r_1 > 0, \omega_2 = r_2 > 0$ , 即 2 个特征根均为大于零的实根,故  $A(0, 0)$  是不稳定的焦点。这意味着在荷载

作用下,由可变性引发的应变和由可稳性引发的应变,将以非周期的曲线或直线运动的形式开始发展。

对于平衡态  $B(N_1, 0)$ , Jacobi 矩阵元为:

$$\begin{cases} a_{11} = \left( \frac{\partial f(S_1, S_2)}{\partial S_1} \right)_{S_1=N_1, S_2=0} = -r_1, \\ a_{12} = \left( \frac{\partial f(S_1, S_2)}{\partial S_2} \right)_{S_1=N_1, S_2=0} = -r_1 b_1 \frac{N_1}{N_2}, \\ a_{21} = \left( \frac{\partial g(S_1, S_2)}{\partial S_1} \right)_{S_1=N_1, S_2=0} = 0, \\ a_{22} = \left( \frac{\partial g(S_1, S_2)}{\partial S_2} \right)_{S_1=N_1, S_2=0} = r_2(1-b_2). \end{cases} \quad (4)$$

此时,式(2)的特征方程解为  $\omega_1 = -r_1 < 0$ ,  $\omega_2 = r_2(1-b_2)$ 。当  $b_2 > 1$  时,  $\omega_2 < 0$ , 即 2 个特征根均为小于零的实根, B 为稳定结点; 当  $b_2 < 1$  时,  $\omega_2 > 0$ , 即 2 个特征根为异号实根, B 为不稳定鞍点。这意味着在土体的应变发展过程中, 如果土体的可变性具有更强的竞争力 ( $b_2 > 1$ ), 系统将以非线性或直线运动的形式向  $B(N_1, 0)$  逼近, 即土体最终产生的应变主要由可变性的变化引发; 反之, 如果土体的可变性具有的竞争力弱于可稳性应变具有的竞争力, 系统将以鞍状运动形式离开  $B(N_1, 0)$ , 即土体最终产生的应变主要由可变性和可稳性的变化共同引发。

对于平衡态  $C(0, N_2)$ , Jacobi 矩阵元为:

$$\begin{cases} a_{11} = \left( \frac{\partial f(S_1, S_2)}{\partial S_1} \right)_{S_1=0, S_2=N_2} = r_1(1-b_1), \\ a_{12} = \left( \frac{\partial f(S_1, S_2)}{\partial S_2} \right)_{S_1=0, S_2=N_2} = 0, \\ a_{21} = \left( \frac{\partial g(S_1, S_2)}{\partial S_1} \right)_{S_1=0, S_2=N_2} = -r_2 b_2 \frac{N_1}{N_2}, \\ a_{22} = \left( \frac{\partial g(S_1, S_2)}{\partial S_2} \right)_{S_1=0, S_2=N_2} = -r_2. \end{cases} \quad (5)$$

此时,式(2)的特征方程解为  $\omega_1 = -r_2 < 0$ ,  $\omega_2 = r_1(1-b_1)$ 。当  $b_1 > 1$  时,  $\omega_2 < 0$ , 即 2 个特征根均为小于零的实根, C 为稳定结点; 当  $b_1 < 1$  时,  $\omega_2 > 0$ , 即 2 个特征根为异号实根, C 为不稳定鞍点。这意味着在土体的应变发展过程中, 如果土体的可稳性具有更强的竞争力 ( $b_1 > 1$ ), 系统将以非线性或直线运动的形式向  $C(0, N_2)$  逼近, 即土体最终产生的应变主要由可稳性的变化引发; 反之, 如果土体的可稳性具有的竞争力弱于可变性应变具有的竞争力, 系统将以鞍状运动形式离开  $C(0, N_2)$ , 即土体最终产生的应变主要由可稳性和可变性的变化共同引发。

对于平衡态  $D\left(N_1 \frac{1-b_1}{1-b_1 b_2}, N_2 \frac{1-b_2}{1-b_1 b_2}\right)$ , Jacobi 矩阵元为:

$$\begin{cases} a_{11} = \left( \frac{\partial f(S_1, S_2)}{\partial S_1} \right)_{S_1=N_1 \frac{1-b_1}{1-b_1 b_2}, S_2=N_2 \frac{1-b_2}{1-b_1 b_2}} = \\ r_1 \frac{b_1-1}{1-b_1 b_2}, \\ a_{12} = \left( \frac{\partial f(S_1, S_2)}{\partial S_2} \right)_{S_1=N_1 \frac{1-b_1}{1-b_1 b_2}, S_2=N_2 \frac{1-b_2}{1-b_1 b_2}} = \\ -r_1 b_1 N_1 \frac{1-b_1}{N_2(1-b_1 b_2)}, \\ a_{21} = \left( \frac{\partial g(S_1, S_2)}{\partial S_1} \right)_{S_1=N_1 \frac{1-b_1}{1-b_1 b_2}, S_2=N_2 \frac{1-b_2}{1-b_1 b_2}} = \\ r_2 \frac{b_2-1}{1-b_1 b_2}, \\ a_{22} = \left( \frac{\partial g(S_1, S_2)}{\partial S_2} \right)_{S_1=N_1 \frac{1-b_1}{1-b_1 b_2}, S_2=N_2 \frac{1-b_2}{1-b_1 b_2}} = \\ -r_2 b_2 N_2 \frac{1-b_2}{N_1(1-b_1 b_2)}. \end{cases} \quad (6)$$

此时,式(2)的特征方程一次项系数和根的判别式分别为:

$$T = a_{11} + a_{22} = r_1 \frac{b_1-1}{1-b_1 b_2} + r_2 \frac{b_2-1}{1-b_1 b_2}; \quad (7)$$

$$\Delta = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} = \frac{r_1 r_2 (b_1-1)(b_2-1)(1-b_1 b_2)}{(1-b_1 b_2)^2}. \quad (8)$$

若  $\Delta < 0$ , 特征根为 2 个异号的实根, D 为不稳定鞍点; 若  $\Delta > 0$ ,  $T^2 - 4\Delta > 0$ ,  $T > 0$ , 特征根为 2 个正实根, D 为不稳定的结点; 若  $\Delta > 0$ ,  $T^2 - 4\Delta > 0$ ,  $T < 0$ , 特征根为 2 个负实根, D 为稳定的结点; 若  $\Delta > 0$ ,  $T^2 - 4\Delta < 0$ ,  $T > 0$ , 特征根为 2 个复数根, 且复数根的实部为正数, D 为不稳定的焦点; 若  $\Delta > 0$ ,  $T^2 - 4\Delta < 0$ ,  $T < 0$ , 特征根为 2 个复数根, 且复数根的实部为负数, D 为稳定的焦点; 若  $\Delta > 0$ ,  $T^2 - 4\Delta < 0$ ,  $T = 0$ , 特征根为 2 个纯虚数根, D 为临界稳定的中心点。

综上所述, 仅当  $\Delta > 0$ ,  $T^2 - 4\Delta > 0$ ,  $T < 0$  或  $\Delta > 0$ ,  $T^2 - 4\Delta < 0$ ,  $T < 0$  时, 土体系统能够趋近平衡态 D。此时, 土体应变发展过程中, 土体的可稳性和可变性具有的竞争力均较弱, 于是可以达到一个双方应变共同发展的稳定态。而其他条件下, 土体系统则远离平衡态 D, 此时土体系统演化到一定程度, 可稳性或可变性具有较强的竞争性, 从而使系统向平衡态 B 或 C 演化。

## 2 实例分析

由于目前的测量手段无法准确测定可变性和可稳性各自引发的应变。齐吉琳<sup>[13]</sup>认为, 可通过浸水

和加荷的方法使土颗粒排列上蕴藏的不稳定势表现出来,即释放土的排列特征(可变性);可通过扰动和加荷的方法破坏土颗粒间的联结,即释放土的联结特征(可稳性)。因此,可以采用侧限压缩试验所测得的饱和土应变曲线近似地代替可变性引发的应变

曲线,用重塑土应变曲线近似地代替可稳性引发的应变曲线。

## 2.1 试验材料

试验选用陕西杨凌地区的黄土土样,取土深度 3~5 m,属于  $Q_3$  黄土,土样的物理性质指标见表 1。

表 1 陕西杨凌黄土土样的物理性质指标

Table 1 Indicators of the physical properties of the Yangling, Shaanxi loess

土样来源 Soil sample source	天然含水率/% Natural moisture content	干密度/ ( $g \cdot cm^{-3}$ ) Dry density	比重 Specific gravity	液限/% Liquid limit	塑限/% Plastic limit	塑性指数 Plasticity index	土壤分类 Soil classification
杨凌 Yangling	18	1.32	6.29	36.20	21.56	13.64	低液限粘土 Low liquid limit clay

## 2.2 试验方法

按照《土工试验规程》(SL 237-1999)侧限压缩试验<sup>[14]</sup>,分别测试原状样、饱和样和重塑样的应变值。试样面积为  $50 \text{ cm}^2$ ,试样高 2 cm。

## 2.3 试验结果处理

绘制原状样、饱和样和重塑样应变随荷载变化曲线,结果如图 1 所示。对重塑土和饱和土进行线性回归,建立应变与荷载的关系式,以近似地表述可变性或可稳性惟一单独存在于土体中时,可变性或可稳性引发应变随荷载变化的发展规律。线性回归关系式为:

$$\begin{cases} S_1 = 10.414p + 0.791, \\ S_2 = 8.351p + 1.363. \end{cases} \quad (9)$$

式中: $S_1$  为饱和土应变(近似地为可变性引发的应变), $S_2$  为重塑土应变(近似地为可稳性引发的应变), $p$  为荷载。由式(9)可得,可变性引发的应变增长率  $r_1$  为 10.414,可稳性引发的应变增长率  $r_2$  为 8.351。

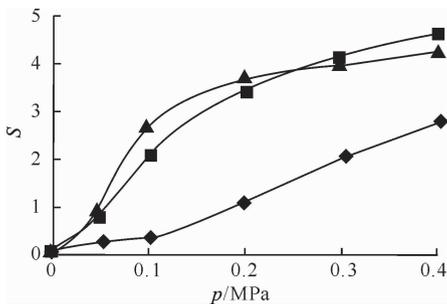


图 1 不同黄土试样应变与荷载的关系图

—◆—。原状土;—■—。饱和土;—▲—。重塑土

Fig. 1 Strain diagram with load change of different loess

—◆—。Intact specimen;—■—。Intact saturation;

—▲—。Remodeling specimen

通过 MATLAB<sup>[15]</sup> 拟合,构建重塑土应变( $S_2$ )和饱和土应变( $S_1$ )与原状土应变( $S_0$ )之间的关系,可得:

$$S_0 = 0.972S_1 - 0.508S_2. \quad (10)$$

式中: $0.972S_1$  和  $-0.508S_2$  分别表示在土体系统

中,由于竞争因素的存在,可变性对土体应变  $S_0$  的贡献系数为 0.972,可稳性对土体应变  $S_0$  的贡献系数为  $-0.508$ ,负号表示可稳性阻碍应变的发展。当可变性对土体应变  $S_0$  的贡献系数为 1 时,认为可稳性对可变性不存在竞争效应,即可稳性引发的应变没有侵占或消耗供可变性引发应变的资源;同样地,当可稳性对土体应变  $S_0$  的贡献系数为 1 时,认为可变性对可稳性不存在竞争效应,即可稳性引发的应变没有侵占或消耗供可稳性引发应变的资源。相反,当可变性对土体应变  $S_0$  的贡献系数为  $n(n \neq 1)$  时,认为可稳性对可变性存在竞争效应,即可稳性引发的应变侵占或消耗供可变性引发应变的资源,且侵占或消耗的资源量是供可变性单独存在于土体系统中引发单位应变所需资源量的  $1-n$  倍;同样地,当可稳性对土体应变  $S_0$  的贡献系数为  $n(n \neq 1)$  时,认为可变性对可稳性存在竞争效应,即可稳性引发的应变侵占或消耗供可稳性引发应变的资源,且侵占或消耗的资源量是供可稳性单独存在于土体系统中引发单位应变所需资源量的  $1-n$  倍。由此可得, $b_1 = 1 - 0.972 = 0.028$ ,  $b_2 = 1 - (-0.508) = 1.508$ 。

## 2.4 模型分析

对于平衡态 A,  $\omega_1 = r_1 = 10.414 > 0$ ,  $\omega_2 = r_2 = 8.351 > 0$ ,即 2 个特征根均为大于零的实根,故 A 是不稳定的焦点。这意味着在荷载作用下,由可变性引发的应变和由可稳性引发的应变,将以非周期的曲线或直线运动的形式开始发展。

由于  $\Delta = \frac{r_1 r_2 (b_1 - 1)(b_2 - 1)(1 - b_1 b_2)}{(1 - b_1 b_2)^2} =$

$-44.743 < 0$ ,式(2)在平衡态 D 处的特征根是 2 个异号的实根,则 D 为不稳定鞍点,系统将远离 D,到一定程度后,可稳性或可变性具有较强的竞争性,从而系统向 B 或 C 演化。

由于  $b_1 = 0.028 < 1$ ,式(2)在平衡态 C 处的特征方程解为  $\omega_1 = -r_2 < 0$ ,  $\omega_2 = r_1(1 - b_1) > 0$ ,即 2

个特征根为异号实根,则C为不稳定鞍点,即由于土体的可稳性具有的竞争力变弱,系统将以非线性或直线运动的形式远离C。

由于 $b_2 = 1.508 > 1$ ,式(2)在平衡态B处的特征方程解为 $\omega_1 = -r_1 < 0$ , $\omega_2 = r_2(1 - b_2) < 0$ ,即2个特征根均为小于零的实根,B为稳定结点。说明在土体的应变发展过程中,土体的可变性具有更强的竞争力,系统最终将以非线性或直线运动的形式向 $B(N_1, 0)$ 逼近。

通过上述分析可知,陕西杨凌黄土土体结构性系统平衡态的迁移过程表现为,随着荷载的增大,系统以非周期的曲线或直线运动的形式远离平衡态A,由于 $\Delta = -44.743 < 0$ , $b_1 = 0.028 < 1$ , $b_2 = 1.508 > 1$ ,系统远离平衡态D和C,最终向平衡态B演化。

### 3 结 论

土结构性中的可变性和可稳性是2个重要的方面,它们不是静止孤立的,而是相互依存、相互竞争、共同作用的结构影响因素。通过模型可以看出,土体结构性系统的演化过程中存在4个平衡状态,土体结构性系统演化的最终状态取决于可变性和可稳性之间竞争力的强弱。若可变性具有较强的竞争力,则土体结构性最终表现出较强的可变特性,反之,土体最终表现出较强的可稳特性;若可变性和可稳性之间的竞争力相当,土体结构性最终表现为可变特性和可稳特性的综合反映。

### [参考文献]

- [1] 胡瑞林,李向全. 粘性土微结构定量模型及其工程地质特征研究 [M]. 北京:地质出版社,1995.  
Hu R L, Li X Q. Clayey soil microstructure quantitative model and the engineering geological characteristics [M]. Beijing: Geological Publishing House, 1995. (in Chinese)
- [2] 沈珠江. 土体结构性的数学模型 [J]. 岩土工程学报, 1996, 18(1): 95-97.  
Shen Z J. Structural model of soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(1): 95-97. (in Chinese)
- [3] 沈珠江,胡再强. 黄土的二元介质模型 [J]. 水利学报, 2003, 34(7): 1-6.  
Shen Z J, Hu Z Q. Binary medium model [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003, 34(7): 1-6. (in Chinese)
- [4] 谢定义,姚仰平. 高等土力学 [M]. 北京:高等教育出版社, 2008.  
Xie D Y, Yao Y P. Advanced soil mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2008. (in Chinese)
- [5] 刘祖典. 黄土力学和工程 [M]. 西安:陕西科学技术出版社, 1997: 78-79.  
Liu Z D. Loess mechanics and engineering [M]. Xi'an: Shaanxi Science and Technology Press, 1997: 78-79. (in Chinese)
- [6] 谢定义,齐吉琳. 考虑结构性的本构关系 [J]. 土木工程学报, 2000, 33(4): 35-40.  
Xie D Y, Qi J L. A constitutive laws considering soil structural properties [J]. China Civil Engineering Journal, 2000, 33(4): 35-40. (in Chinese)
- [7] 谢定义,齐吉琳. 土结构性及其定量化参数研究的新途径 [J]. 岩土工程学报, 1999, 21(6): 651-656.  
Xie D Y, Qi J L. Soil structure characteristics and new approach in research on its quantitative parameter [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(6): 651-656. (in Chinese)
- [8] 谢定义,齐吉琳,朱元林. 土的结构性参数及其与变形强度的关系 [J]. 水利学报, 1999, 30(10): 1-6.  
Xie D Y, Qi J L, Zhu Y L. Soil structure parameter and its relations to deformation and strength [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1999, 30(10): 1-6. (in Chinese)
- [9] 齐吉琳,谢定义,石玉成. 土结构性的研究方法及现状 [J]. 西北地震学报, 2001, 22(1): 99-103.  
Qi J L, Xie D Y, Shi Y C. Research methods and status quo and soil structural [J]. Northwestern Seismological Journal, 2001, 22(1): 99-103. (in Chinese)
- [10] 谢永涛,张鸿儒. 关于“土结构性及其定量化参数研究的新途径”的讨论 [J]. 岩土工程学报, 2000, 22(4): 512-513.  
Xie Y T, Zhang H R. On “soil structure characteristics and new approach in research on its quantitative parameter” of discussions [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(4): 512-513. (in Chinese)
- [11] 陈存礼,胡再强,高鹏. 原状黄土的结构性及其变形特性关系研究 [J]. 岩土力学, 2006, 27(11): 1891-1896.  
Chen C L, Hu Z Q, Gao P. Research on relationship between structure and deformation property of intact loess [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(11): 1891-1896. (in Chinese)
- [12] 林振山. 非线性科学在地质中的应用 [M]. 北京:气象出版社, 2003.  
Lin Z S. Nonlinear science in the earth science applications [M]. Beijing: China Meteorological Press, 2003. (in Chinese)
- [13] 齐吉琳. 土的结构性及其定量化参数的研究 [D]. 西安:西安理工大学, 1999: 15-20.  
Qi J L. Soil structure characteristics and study of its quantitative parameter [D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 1999: 15-20. (in Chinese)
- [14] 中华人民共和国水利部. SL 237-1999 土工试验规程 [S]. 北京:中国水利水电出版社, 1999.  
The Ministry of Water Resources of the People's Republic of China. SL 237-1999 Soil test procedures [S]. Beijing: China Water Power Press, 1999. (in Chinese)
- [15] 程卫国,冯峰,姚东. MATLAB5.3 应用指南 [M]. 北京:人民邮电出版社, 2000.  
Cheng W G, Feng F, Yao D. MATLAB5.3 application guide [M]. Beijing: Posts & Telecom Press, 2000. (in Chinese)