典范性状对的决策分析

刘 璐[1],赵会仁[1],郭满才[2],袁志发[2]

(1 辽宁医学院 数学教研室,辽宁 锦州 121001;2 西北农林科技大学 理学院,陕西 杨凌 7121000)

[摘 要] 【目的】对典范性状对进行决策分析,为多数量性状的选择提供一种简便的方法。【方法】运用通径分析的决策分析方法对典范组合性状对进行决策分析。【结果】建立了典范性状对的通径分析模型;分析得到典范性状对可以用以供选择的各性状 $x_i(i=1,2,\cdots,m)$ 为因,典范目标性状 H_{ig} 为果的中心线性回归模型表述;定义了各选择性状对典范目标性状的决策系数,各决策系数代表了各选择性状对典范目标性状的综合效用。【结论】通过各性状决策系数的确定,选择组合性状中的主载性状、限制性状和辅助性状,育种者就可根据个体的性状表现来选择,以达到对典范目标性状所期望的遗传进展。

[关键词] 组合性状;典范选择-目标性状对;多元线性回归模型;通径分析;决策分析

[中图分类号] S11$^+$4;O212.4 [文献标识码] A [文章编号] 1671-9387(2009)09-0182-05

The decision-making analysis of the canonical pair of traits

LIU Lu[1], ZHAO Hui-ren[1], GUO Man-cai[2], YUAN Zhi-fa[2]

(1 *Mathematic Department, Liaoning Medical University, Jinzhou, Liaoning* 121001, *China*;
2 *College of Science, Northwest A&F University, Yangling, Shaanxi* 712100, *China*)

Abstract: 【Objective】 It provided an advantageous way for the choice of the multi-quantitative traits by the decision-making analysis of the canonical pair of choice-aim traits. 【Method】 The decision-making analysis of the combined traits was fulfilled by using decision making analysis of path analysis. 【Result】 A path analysis model for the canonical pair of choice-aim traits was built. The canonical pair of choice-aim traits could be expressed by the model of the centric Linear Multi-Regression with each choice trait as the cause and the aim of combination trait H_{ig} as the result. Coefficient of each choice trait to the canonical aim trait which represented comprehensive effect on to the combined traits was defined. 【Conclusion】 These decision coefficients showed a way to judge the main weight-bearing can choose the traits from individual expression to achieve the expectation of genetic process for the aim combination trait.

Key words: combination trait; the canonical pair of choice-aim trait; the model of the centric Linear Multi-Regression; path analysis; decision-making analysis

在育种工作中,对于多数量性状的选择一直是育种者面临的一个棘手问题。杨德等[1-2]曾提出典范选择性状和典范目标性状,利用少数几个典范选择性状对相应的典范目标性状进行间接选择,有利于多个目标性状的综合选择。秦豪荣等[3]对多个典范选择性状进行综合优化后,作为选择指数使用。1988 年,袁志发等[4]提出了选择指数与相关遗传进展的分解原理,实现了各选择性状的相关遗传进展分解。2001 年,袁志发等[5-6]提出了通径分析中的决策指标——决策系数,用其可对各自变量对响应变量的综合作用进行排序,以确定主要决策变量和限制性变量。在此基础上,秦豪容等[7]提出了典范选择指数的通径分析化方法。上述研究均没有解决典范选择性状对选择时的最优路径问题,为此本研

* [收稿日期] 2008-12-19
[作者简介] 刘 璐(1976—),女,陕西宝鸡人,讲师,硕士,主要从事生物数学研究。E-mail:lulu4101112@163.com

究对典范性状对的最优路径问题进行了探讨,提出了典范性状对的决策分析方法,以期为多数量性状的选择提供一种简洁的方法。

1　典范选择性状对及其选择效果

设选择性状为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$,记为 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_m)^T\sim N_m(\mu_X,\sum_{PX})$,$X$ 的育种值向量为 $g_X=(g_{x_1},g_{x_2},\cdots,g_{x_m})^T\sim N_m(\mu_X,\sum_{gX})$,$X$ 的环境离差向量为 $e_X=(e_{x_1},e_{x_2},\cdots,e_{x_m})^T\sim N_m(0,\sum_{eX})$,则:$X=g_X+e_X$。若 g_X 与 e_X 相互独立,则有:$\sum_{PX}=\sum_{gX}+\sum_{eX}$。式中:$\sum_{PX}$、$\sum_{gX}$、$\sum_{eX}$ 分别为 X 的表型、遗传型和环境协方差矩阵,均为 $m\times m$ 阶。设列向量 $b=(b_1,b_2,\cdots,b_m)^T$,则选择组合性状为:

$$I=b_1x_1+b_2x_2+\cdots+b_mx_m=b^TX。\quad(1)$$

此组合性状亦为 X 的表现型组合性状,也可记为 I_P。

设目标性状 $Y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)^T\sim N_n(\mu_Y,\sum_{PY})$,$Y$ 的育种值向量和环境离差向量分别为 $g_Y=(g_{y_1},g_{y_2},\cdots,g_{y_n})\sim N_n(\mu_Y,\sum_{gY})$ 和 $e_Y=(e_{y_1},e_{y_2},\cdots,e_{y_n})^T\sim N_n(0,\sum_{eY})$,则 $Y=g_Y+e_Y$。若 g_Y 与 e_Y 相互独立,则:$\sum_{PY}=\sum_{gY}+\sum_{eY}$。式中:$\sum_{PY}$、$\sum_{gY}$、$\sum_{eY}$ 分别为 Y 的表型、遗传型和环境协方差矩阵,均为 $n\times n$ 阶。设列向量 $a=(a_1,a_2,\cdots,a_n)^T$,则目标组合性状 H 为:

$$H=a_1y_1+a_2y_2+\cdots+a_ny_n=a^TY。\quad(2)$$

H 的基因型值 $H_g=a_1g_{y_1}+a_2g_{y_2}+\cdots+a_ng_{y_n}=a^Tg_Y$。若 I 与 H_g 的相关最大,则称 $I=b^TX$ 为典范选择性状,$H=a^TY$ 为典范目标性状,I 和 H 构成了典范选择-目标性状对(简称典范性状对)。权重向量 a、b 由下式计算:

$$\begin{cases}a^T\sum_{gY}a=1,\\ b^T\sum_{PX}b=1,\\ \max(b^T\sum_{gXY}a)。\end{cases}\quad(3)$$

式中:$\sum_{gXY}$ 为供选择性状 X 与目标性状 Y 的遗传相关协方差矩阵,$m\times n$ 阶,其转置矩阵为 $\sum_{gYX}$,$n\times m$ 阶。

根据 Lagrange 乘数法,当 $\sum_{gX}$、$\sum_{PY}$ 非奇异时,设:

$$f=a^T\sum_{gXY}b-\frac{\lambda}{2}(a^T\sum_{gY}a-1)\frac{\lambda}{2}(b^T\sum_{PX}b-1)。$$

令 $\frac{\partial f}{\partial a}=0$,$\frac{\partial f}{\partial b}=0$,则有:

$$\sum_{gYX}b-\lambda\sum_{gY}a=0。\quad(4)$$

$$\sum_{gXY}a-\lambda\sum_{PX}b=0。\quad(5)$$

解广义特征方程 $(\sum_{gYX}\sum_{PX}^{-1}\sum_{gYX}-\lambda^2\sum_{gY})a=0$,即可得到 n 个广义特征根 $\lambda_i{}^2$ $(1\leqslant i\leqslant n)$,$\lambda_1{}^2\geqslant\lambda_2{}^2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_n{}^2\geqslant0$,及相应的 n 个特征向量 a_i $(1\leqslant i\leqslant n)$,$a_i=(a_{1i},a_{2i},\cdots a_{ni})$。由 $b_i=\frac{1}{\lambda_i}\sum_{PX}^{-1}\sum_{gXY}a_i$,$\lambda_i=\sqrt{\lambda_i{}^2}$,可知 $b_i=(b_{1i},b_{2i},\cdots,b_{mi})$,$(1\leqslant i\leqslant n)$。从而可得到 n 个独立的典范性状对:

$$\begin{cases}I_i=b_i{}^TX,\\ H_i=a_i{}^TY\end{cases}\quad(i=1,2,\cdots,n)。$$

$(I_1,H_1),(I_2,H_2),\cdots,(I_s,H_s)$ 依次称为间接遗传系数(或典范相关系数)最大第 1 典范性状对、最大第 2 典范性状对、……、最大第 s 典范性状对。

第 i 典范性状对具有如下性质。

① $h_{H_{ig}I_{iP}}=r_{H_{ig}I_{iP}}=\lambda_i$。

式中:λ_i 为 I_{iP} 与 H_{ig} 第 i 间接遗传系数,即 I_{iP} 与 H_{ig} 第 i 典范相关系数。

由于 $\mathrm{cov}(H_{ig}I_{iP})=a_i^T\sum_{gXY}b_i$,由式(4)确定的一个 λ_i:$\sum_{gYX}b_i=\lambda_i\sum_{gY}a_i$,两边左乘以 a_i^T 得:

$a_i^T\sum_{gYX}b_i=\lambda_ia_i^T\sum_{gY}a_i=\lambda_i$。

又 $\sigma^2_{H_{ig}}=a_i^T\sum_{gY}a_i=1$,$\sigma^2_{I_{iP}}=b_i^T\sum_{PX}b_i=1$,则:

$$h_{H_{ig}I_{iP}}=\frac{cov(H_{ig},I_{iP})}{\sqrt{\sigma_{gY}{}^2}\sqrt{\sigma_{PX}{}^2}}=\frac{a_i^T\sum_{gXY}b_i}{\sqrt{1}}=r_{H_{ig}I_{iP}}=a_i^T\sum_{gXY}b_i=\lambda_i。$$

② $\mathrm{cov}(H_{iP},H_{jP})=0$,$\mathrm{cov}(I_{ig},I_{jg})=0$,$\mathrm{cov}(H_{ig},I_{jg})=0$,$\mathrm{cov}(I_{iP},I_{jP})=0$,$\mathrm{cov}(I_{iP},I_{jP})=1$,$\mathrm{cov}(H_{ig},H_{jg})=1$,$(i\neq j)$。

对典范目标性状 H_i 进行选择,使其获得的直接遗传进展 GS_{H_i} 为:

$$GS_{H_i}=\frac{ka_i^T\sum_{gY}a_i}{\sqrt{(a_i^T\sum_{pY}a_i)}}=\frac{k}{\sqrt{(a_i^T\sum_{PY}a_i)}}。$$

式中:k 为选择强度。

对典范供选性状 I_i 进行选择,使其获得的直接遗传进展 GS_{I_i} 为:$GS_{H_i}=\frac{kb_i^T\sum_{gX}b_i}{\sqrt{(b_i^T\sum_{PX}b_i)}}=kb_i^T\sum_{gX}b_i$。

I_i 的选择使 H_{ig} 的间接进展 $CGS_{H_{ig(I_i)}}$ 为:

$$CGS_{H_{ig(I_i)}}=\frac{ka_i^T\sum_{gXY}b_i}{\sqrt{b_i^T\sum_{PX}b_i}}=k\lambda_i。$$

2　典范性状对的通径分析模型与中心线性回归模型

由式(4)式可知,第 i 典范性状对 (I_i,H_i),应满足 $\lambda_i\sum_{PX}b_i=\sum_{gYX}a_i$,即:

$$\begin{cases}\lambda_i(\sigma^2_{Px_1}b_{1i}+\sigma_{Px_{12}}b_{2i}+\cdots+\sigma_{Px_{1m}}b_{mi}=\sigma_{gx_1y_1}a_{1i}+\sigma_{gx_1y_2}a_{2i}+\cdots+\sigma_{gx_1y_n}a_{mi},\\ \lambda_i(\sigma_{Px_{21}}b_{1i}+\sigma^2_{Px_2}b_{2i}+\cdots+\sigma_{Px_{2m}}b_{mi}=\sigma_{gx_2y_1}a_{1i}+\sigma_{gx_2y_2}a_{2i}+\cdots+\sigma_{gx_2y_n}a_{mi},\\ \quad\vdots\qquad\qquad\qquad\qquad\vdots\\ \lambda_i(\sigma_{Px_{m1}}b_{1i}+\sigma_{Px_{m2}}b_{2i}+\cdots+\sigma^2_{Px_m}b_{mi}=\sigma_{gx_my_1}a_{1i}+\sigma_{gx_my_2}a_{2i}+\cdots+\sigma_{gx_my_n}a_{mi}。\end{cases}\tag{6}$$

对式(6)第 j 个方程两边同除 σ_{Px_j}，并令 $\alpha_{ji}=\sigma_{Px_j}\lambda_i b_{ji}$，则：

$$\mathrm{cov}(H_{ig},x_j)=(a_{1i}g_{y_1}+a_{2i}g_{y_2}+\cdots+a_{ni}g_{y_n},x_j)=a_{1i}\sigma_{gx_jy_1}+a_{2i}\sigma_{gx_jy_2}+\cdots+a_{ni}\sigma_{gx_jy_n}。$$

由 $\sigma^2_{H_{ig}}=a_i^T\sum_{gY}a_i=1$ 可得：

$$r_{x_jH_{ig}}=\frac{\mathrm{cov}(H_{ig},x_j)}{\sigma_{H_{ig}}\cdot\sigma_{Px_j}}=\frac{a_{1i}\sigma_{gx_jy_1}+a_{2i}\sigma_{gx_jy_2}+\cdots+a_{ni}\sigma_{gx_jy_n}}{1\cdot\sigma_{Px_j}}。\tag{7}$$

式中：$j=1,2,\cdots,m$。式(6)可变形为：

$$\begin{cases}\alpha_{1i}+r_{Px_{12}}\alpha_{2i}+\cdots+r_{Px_{1m}}\alpha_{mi}=r_{x_1H_{ig}},\\ r_{Px_{21}}\alpha_{1i}+\alpha_{2i}+\cdots+r_{Px_{2m}}\alpha_{mi}=r_{x_2H_{ig}},\\ \quad\vdots\qquad\quad\vdots\qquad\quad\vdots\qquad\quad\vdots\\ r_{Px_{m1}}\alpha_{1i}+r_{Px_{m2}}\alpha_{2i}+\cdots+\alpha_{mi}=r_{x_mH_{ig}}。\end{cases}\tag{8}$$

即：$$\begin{bmatrix}1 & r_{Px_{12}} & \cdots & r_{Px_{1m}}\\ r_{Px_{21}} & 1 & \cdots & r_{Px_{2m}}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ r_{Px_{m1}} & r_{Px_{m2}} & \cdots & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_{1i}\\ \alpha_{2i}\\ \vdots\\ \alpha_{mi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r_{x_1H_{ig}}\\ r_{x_2H_{ig}}\\ \vdots\\ r_{x_mH_{ig}}\end{bmatrix},$$

或 $$R_{I_P}\alpha_i=R_{XH_{ig}}。\tag{9}$$

式中：R_{I_P} 为选择组合性状 I_i 的表型相关矩阵，$R_{XH_{ig}}$ 为选择性状 X 与典范性状基因型值 H_{ig} 的相关系数列向量。从而有：

命题　典范性状对可由供选择的各性状 $x_i(i=1,\cdots,m)$ 为因，典范目标性状 H_{ig} 为果的中心化线性回归模型来表述。

上述推导结果表明，典范性状对可由多元线性回归模型表达。式(6)是以中心化的 $x_1,x_2\cdots,x_m$ 为解释变量、中心化的 H_i 为回归变量的中心化多元线性回归模型；式(8)或(9)是以标准化的 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 为解释变量、标准化的 H_i 为回归变量的标准化多元线性回归模型，称为曲范性状对的通径分析模型，其遗传育种意义为：供选择各性状 x_j 与典范目标性状 H_{ig} 的遗传相关系数 $r_{x_jH_{ig}}$ 可分解为 m 个部分：x_j 的直接贡献为 α_{ji}；x_j 与 $x_k(k\neq j)$ 对 $r_{x_jH_{ig}}$ 的贡献为 $r_{Px_{jk}}\alpha_{kj}$，其通径为 $x_j\overset{r_{Px_{jk}}}{\leftrightarrow}x_k\overset{a_{kj}}{\rightarrow}H_{ig}$，$j=1,2,\cdots,m,k\neq j$，共有 $m-1$ 项。

当 $m=3$ 时，X 与 H_{ig} 的通径图见图 1

$X=(x_1,x_2,\cdots,x_m)$ 各性状对 H_{ig} 的决定系数可分解为：

$$R^2_{XH_{ig}}=\sum_{j=1}^m\alpha_{ji}(r_{Px_{j1}}\alpha_{1i}+r_{Px_{j2}}\alpha_{2i}+\cdots+r_{Px_{jm}}\alpha_{mi})=\alpha^2_{1i}\alpha^2_{2i}+\cdots+\alpha^2_{mi}+2\sum_{j<k}\alpha_{ji}r_{Px_{jk}}\alpha_{ki}。\tag{10}$$

又 $R^2_{XH_{ig}}=\sum_{j=1}^m\alpha_{ji}r_{x_jH_{ig}}=\sum_{j=1}^m\frac{\alpha_{1i}\sigma_{gx_jy_1}+\alpha_{2i}\sigma_{gx_jy_2}+\cdots+\alpha_{mi}\sigma_{gx_jy_n}}{\sigma_{Px_j}}\cdot\sigma_{Px_j}\lambda_i b_{ji}=\lambda_i a_i^T\sum_{gXY}b_i=\lambda_i\cdot\lambda_i=r^2_{H_{ig}I_{iP}}。$　(10′)

式(10)中：a^2_{ji} 为 x_j 对 H_i 的直接决定系数，$\alpha^2_{ij}=R^2_j(j=1,2,\cdots,m)$。而 $2\alpha_{ji}r_{Px_{jk}}\alpha_{ki}=R_{jk}$ 为 $x_k\overset{r_{Px_kl}}{\leftrightarrow}x_l$ 对 H_i 的相关决定系数。

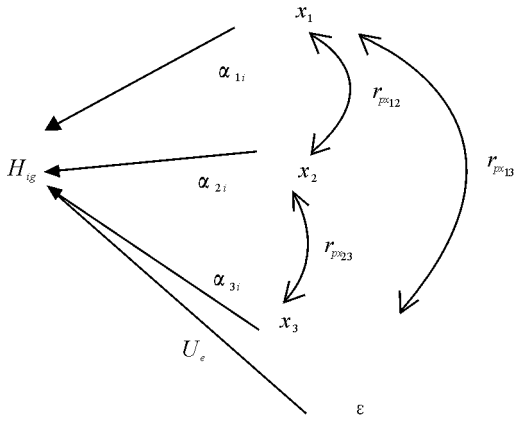

图 1　X 与 H_{ig} 的通径图

Fig. 1　Path graph of X to H_{ig}

$$R^2_{XH_{ig}}=\sum_{j=1}^m R_i{}^2+\sum_{j<k}R_{jk}=r^2_{H_{ig}I_{iP}}。\tag{11}$$

式(11)仅给出了所有 x_j 对 H_{ig} 的总决定系数，且 $R^2_{XH_{ig}}=r^2_{H_{ig}I_{iP}}$，即各 x_j 对 H_{ig} 的总决定系数为选择组合性状 I_i 和目标组合性状 H_{ig} 的相关系数的平方，但式(11)未给出各性状 x_j 对 H_{ig} 的综合决定能力。如果能确定供选择性状 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_m)$ 的每个性状对目标组合性状的综合作用(以数值表示)，再按大小排序，则可以解决各供选性状 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 与目标组合性状 H_{ig} 的最优路径问题，典范性状对的决策分析能解决该问题。

3　典范性状对的决策分析

式(8)给出了 x_j 对 H_{ig} 的综合决定能力信息，其第 j 个方程为：

$$r_{Px_{j1}}\alpha_{1i}+r_{Px_{j2}}\alpha_{2i}+\cdots+r_{Px_{jm}}\alpha_{mi}=r_{x_jH_{ig}}。\quad(12)$$

对式(12)两边同乘以 $2\alpha_{ji}$,则有:

$$2\alpha_{ji}r_{Px_{j1}}\alpha_{1i}+2\alpha_{ji}r_{Px_{j2}}\alpha_{2i}+\cdots+2\alpha_{ji}r_{Px_{jm}}\alpha_{mi}=2\alpha_{ji}r_{x_jH_{ig}}。\quad(13)$$

由上述分析可知,式(13)可改写为:$R_{j1}+R_{j2}+\cdots+2R_j{}^2+\cdots+R_{jm}=2\alpha_{ji}r_{x_jH_{ig}}$。

令:$R_{i(j)}=R_j{}^2+\sum_{k\neq j}R_{kj}=2\alpha_{ji}r_{x_jH_{ig}}-R_j{}^2=2\alpha_{ji}r_{x_jH_{ig}}-\alpha_{ji}{}^2。\quad(14)$

式中:$R_{i(j)}$ 为 x_j 对 H_{ig} 的决策系数,表明了 x_j 对 H_{ig} 综合决定能力,其既包括 x_j 的直接决定系数 R_j^2,还包括 x_j 与 $x_k(k\neq j)$对 H_{ig} 的相关决定系数 R_{jk}。对 $R_{i(j)}$ 进行从大到小进行排序,就可知 X 中各性状对 H_{ig} 的综合决定作用的大小,其中正的为促进性状,负的为限制性状,绝对值大的为主载性状,绝对值小的为辅载性状;正的绝对值越大,对选择的经济指标越有利,负的绝对值越大,对所选择的经济指标限制越大,在选择中应该避免这种作用的影响。有了决策系数描述各性状对 H_{ig} 的综合决定能力后,育种者就可对预选个体的性状表现按决策分析的结果直接选择,即可达到育种目标,而不需要计算个体的 H_{ig} 值。

4　应用举例及分析

以文献[8]中菜用大豆 9 个性状为例,进行典范性状对的决策分析,其中选择性状为:株高(x_1,cm),结荚高度(x_2,cm),茎粗(x_3,cm),荚宽(x_4,cm),粒长(x_5,cm),粒宽(x_6,cm);目标性状为一组产量性状:单株鲜荚重(y_1,g),单株鲜粒数(y_2),单株鲜粒质量(y_3,g)。将选择性状的表型斜方差距阵命名为 $\sum_{PX}$,选择性状与目标性状的遗传协方差距阵命名为 $\sum_{gXY}$,目标性状的遗传协方差距阵命名为 $\sum_{gY}$。

$$\sum_{PX}=\begin{bmatrix}0.782\,5 & -0.474\,2 & 0.660\,7 & 0.094\,8 & 0.364\,1 & 0.507\,4\\ -0.474\,2 & 1.098\,1 & -0.363\,6 & 0.361\,6 & 0.126\,6 & 0.029\,3\\ 0.660\,7 & -0.363\,6 & 1.145\,2 & 0.120\,9 & 0.577\,0 & 0.491\,4\\ 0.094\,8 & 0.361\,6 & 0.120\,9 & 1.106\,6 & 0.644\,8 & 0.752\,1\\ 0.364\,1 & 0.126\,6 & 0.577\,0 & 0.644\,8 & 0.962\,9 & 0.704\,1\\ 0.507\,4 & 0.029\,3 & 0.491\,4 & 0.752\,1 & 0.704\,1 & 1.147\,1\end{bmatrix},$$

$$\sum_{gXY}=\begin{bmatrix}0.027\,0 & 0.298\,3 & 0.080\,3\\ 0.240\,0 & 0.279\,5 & 0.256\,3\\ 0.159\,6 & 0.354\,7 & 0.303\,3\\ 0.262\,0 & 0.514\,6 & 0.363\,9\\ 0.293\,0 & 0.644\,4 & 0.357\,1\\ 0.371\,9 & 0.842\,7 & 0.513\,9\end{bmatrix},\sum_{gY}=\begin{bmatrix}0.305\,1 & 0.356\,7 & 0.600\,1\\ 0.356\,7 & 0.770\,7 & 0.525\,2\\ 0.600\,1 & 0.525\,2 & 0.548\,0\end{bmatrix}$$

解广义特征方程$(\sum_{gYX}\sum_{PX}^{-1}\sum_{gXY}-\lambda^2\sum_{gY})a=0$,取最大的广义特征根,可知:

$$\lambda_1^2=0.938\,1,a_1=\begin{bmatrix}-0.209\,8\\ 1\\ 0.115\,6\end{bmatrix}\quad b_1=\begin{bmatrix}0.005\,3\\ 0.269\,8\\ -0.029\,0\\ -0.261\,1\\ 0.279\,9\\ 0.744\,2\end{bmatrix}。$$

间接遗传系数最大第一典范性状对(H_1,I_1)应满足 $\lambda_1\sum_{PX}b_1=\sum_{gXY}a_1$,即:

$$\lambda_1\begin{bmatrix}0.782\,5 & -0.474\,2 & 0.660\,7 & 0.094\,8 & 0.364\,1 & 0.507\,4\\ -0.474\,2 & 1.098\,1 & -0.363\,6 & 0.363\,6 & 0.126\,6 & 0.029\,3\\ 0.660\,7 & -0.363\,6 & 1.145\,2 & 0.120\,9 & 0.577\,0 & 0.491\,4\\ 0.094\,8 & 0.361\,6 & 0.120\,9 & 1.106\,6 & 0.644\,8 & 0.752\,1\\ 0.364\,1 & 0.126\,6 & 0.577\,0 & 0.644\,8 & 0.962\,9 & 0.704\,1\\ 0.507\,4 & 0.029\,3 & 0.491\,4 & 0.752\,1 & 0.704\,1 & 1.147\,4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.005\,3\\ 0.269\,8\\ -0.029\,0\\ -0.261\,1\\ 0.279\,9\\ 0.744\,2\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix} 0.027\,0 & 0.298\,3 & 0.080\,3 \\ 0.240\,0 & 0.279\,5 & 0.256\,3 \\ 0.159\,6 & 0.354\,7 & 0.303\,3 \\ 0.262\,0 & 0.541\,6 & 0.363\,9 \\ 0.293\,0 & 0.644\,4 & 0.357\,1 \\ 0.371\,9 & 0.842\,7 & 0.513\,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.209\,8 \\ 1 \\ 0.115\,6 \end{bmatrix}。$$

由式(9)可得到典范性状对的通径分析模型 $R_{IP}\alpha_1 = R_{XH_{1g}}$,即:

$$\begin{bmatrix} 1.000\,0 & -0.511\,6 & 0.697\,9 & 0.101\,8 & 0.419\,5 & 0.535\,5 \\ -0.511\,6 & 1.000\,0 & -0.324\,2 & 0.324\,8 & 0.123\,1 & 0.026\,1 \\ 0.697\,9 & -0.324\,2 & 1.000\,0 & 0.107\,4 & 0.549\,5 & 0.428\,7 \\ 0.101\,8 & 0.324\,8 & 0.107\,4 & 1.000\,0 & 0.624\,7 & 0.667\,6 \\ 0.419\,5 & 0.123\,1 & 0.549\,5 & 0.624\,7 & 1.000\,0 & 0.669\,9 \\ 0.535\,5 & 0.026\,1 & 0.428\,7 & 0.667\,6 & 0.669\,9 & 1.000\,0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.004\,541 \\ 0.273\,819 \\ -0.030\,06 \\ -0.266\,01 \\ 0.266\,013 \\ 0.772\,052 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.341\,391 \\ 0.246\,875 \\ 0.332\,853 \\ 0.502\,597 \\ 0.636\,1 \\ 0.769\,351 \end{bmatrix}。$$

最后,由式(14)得 x_j 对 H_{1g} 的决策系数:

$R_{1(1)}=0.004\,541$,$R_{1(2)}=0.273\,819$,$R_{1(3)}=-0.030\,06$,$R_{1(4)}=-0.266\,01$,$R_{1(5)}=0.266\,013$,$R_{1(6)}=0.722\,052$。

对典范目标性状 H_1 进行选择,使其获得的直接遗传进展 $GS_{H1}=\dfrac{ka_1^T\sum_{gY}a_1}{\sqrt{(a_1^T\sum_{PY}a_1}}=1.030\,808\,k$。

对典范选择性状 I_1 进行选择,使其获得的直接遗传进展为:

$$GS_{I_1}=\frac{kb_1^T\sum_{gX}b_1}{\sqrt{(b_1^T\sum_{PX}b_1)}}=kb_1^T\sum_{gX}b_1=0.692\,4\,k。$$

由于 I_1 的选择使 H_1 的间接进展 $CGS_{H_{1g}(I_1)}=\dfrac{ka_1^T\sum_{gXY}b_1}{\sqrt{(b_1^T\sum_{PX}b_1}}=k\lambda_1=0.968\,556\,k$。

将各选择性状对 H_{1g} 的决策系数排序:$R_{1(6)}\geqslant R_{1(2)}\geqslant R_{1(5)}\geqslant R_{1(1)}\geqslant 0\geqslant R_{1(3)}\geqslant R_{1(4)}$,则粒宽($x_6$)作为主选性状,结荚高度($x_2$)和粒长($x_5$)为辅助主选性状,荚宽($x_4$)为主要限制性状。因此,从大豆品种中选择颗粒宽且荚宽较窄、结荚高度较高、粒长较长的个体进行育种,即可达到对产量组合性状 H 的选择进展。

5 结论与讨论

本研究从多元相关分析出发,研究多数量性状之间的关系,将其归结为多元回归分析,发现典范性状对可以用以供选择的各性状 $x_i(i=1,2,\cdots,m)$ 为因,典范目标性状 H_{ig} 为果的中心线性回归模型表述。通过各性状的决策系数,可以确定选择组合性状中的主载性状、限制性状和辅助性状,使育种者可以根据个体的性状表现来选择,以达到对典范目标性状所期望的遗传进展。

本研究是采用一个典范性状对进行研究的,尽管是相关系数最大的1对,但其中会有由于信息的缺失造成最终决策的不充分。由于各 H_j 间相互独立,因此在实际应用中可以从相关系数排序中取前若干个或是全部的典范性状对,先对其进行独立决策分析,找出各自的具体形象,然后综合一个总的性状形象,以表示所研究性状 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 中的主要变异来源,以方便对群体利用方向的决定,这不失为一种有效的方案。

[参考文献]

[1] 杨 德,戴君惕.关于多个数量性状的典范相关研究Ⅰ.典范性状及其遗传力[J].遗传学报,1982,9(3):188-195.
Yang D,Dai J T. Approaches to canonical correlations of multiple quantitative traits Ⅰ. canonical character and its heritability [J]. Acta Genetica Sinica,1982,9(3):188-195. (in Chinese)

[2] 杨 德,戴君惕.关于多个数量性状的典范相关研究Ⅰ.典范选择性状与选择指数[J].湖南农学院学报,1983(2):28-52.
Yang D,Dai J T. Approaches to canonical correlations of multiple quantitative traits--Ⅳ. canonical selection character and genetic selection index [J]. Journal of Hunan Agricultural University,1983(2):28-52. (in Chinese)

[3] 秦豪荣,吉俊玲,袁志发.多个典范选择性状的综合优化研究[J].生物数学学报,2000,15(2):217-221.
Qin H R,Ji J L,Yuan Z F. Study on integration and optimization of canonical selection traits [J]. Journal of Biomathematics,2000,15(2):217-221. (in Chinese)

[4] 袁志发,常智杰,刘光祖.选择指数与相关遗传进展的分解原理[J].西北农业大学学报,1988,16(4):31-34.
Yuan Z F,Chang Z J,Liu G Z. Selection index and the resolution principle of correlated generic progress [J]. Acta Univ, Septentrionali Occident Agric,1988,16(4):31-34. (in Chinese)

(下转第192页)