

3 种智能优化算法在设计洪水频率曲线 适线法中的应用

宋松柏,康 艳

(西北农林科技大学 水利与建筑工程学院,陕西 杨凌,712100)

[摘 要] **【目的】**研究 3 种智能优化算法在设计洪水频率曲线适线中的适用性。**【方法】**根据我国水利水电工程设计洪水计算规范适线准则,应用模拟退火算法、遗传算法和模拟退火遗传算法,按照离(残)差平方和最小准则、离(残)差绝对值和最小准则及相对离(残)差平方和最小准则,进行了设计洪水频率曲线参数的优化估计研究。**【结果】**实例验证表明,与传统的目估适线法相比,上述 3 种优化算法对设计洪水频率曲线参数估计可取得理想的适线效果。**【结论】**智能优化算法是一种推求设计洪水频率曲线统计参数的新途径。

[关键词] 设计洪水频率;模拟退火算法;遗传算法;模拟退火遗传算法

[中图分类号] P333.9 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1671-9387(2008)02-0205-05

Design flood frequency curve optimization fitting method based on 3 intelligent optimization algorithms

SONG Song-bai,KANG Yan

(College of Water Resources and Architecture Engineering, Northwest A & F University, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract:**【Objective】** Applicability of 3 intelligent optimization algorithms for design flood frequency was studied.**【Method】** Based on regulation for design flood frequency computation of water resources and hydropower projects,the design flood frequency optimization curve fitting methods by simulated annealing and genetic algorithm and simulated annealing genetic algorithm are presented according to WLS and ABS and WLS criteria.**【Result】** The methods are applied to practical design flood frequency computation and indicate that the methods in the paper are better than empirical fitting.**【Conclusion】** Intelligent optimization is a new way of design flood frequency curve optimization fitting.

Key words: design flood frequency; simulated annealing; genetic algorithm; simulated annealing genetic algorithm

适线法是我国现行水利水电工程设计洪水频率计算参数估计的主要方法,即采用经验频率公式在几率纸上点绘洪水系列,并选定频率曲线后,估计其统计参数。适线法的基本假定是认为经验点据的位置固定不变,且取决于洪水频率和洪水序列特征值。但是,洪水频率和洪水序列特征值分别为计算估计值和实测值,存在估计误差和测量误差,所以经验点据的位置实际上并不固定,适线法具有一定的不确定性。常用的方法有目估适线法和优化适线法^[1]。目估适线法在很大程度上依赖于计算者的实际计算经验^[1-4],存在着一定不足。因此,设计洪水频率曲线参数的优化适线法则引起了许多学者的高度重视

* [收稿日期] 2007-03-13

[基金项目] 国家自然科学基金项目(50579065);西北农林科技大学青年学术骨干支持计划项目和优秀博士论文基金项目

[作者简介] 宋松柏(1965—),男,陕西永寿人,教授,主要从事水文水资源研究。E-mail:ssb6533@yahoo.com.cn

视。我国水利水电工程设计洪水计算规范采用非线性规划的方法进行参数优化,但一般需推求偏导数矩阵,求解较为复杂,收敛速度较慢。模拟退火算法(Simulated Annealing, SA)、遗传算法(Genetic Algorithm, GA)和模拟退火遗传算法(Simulated Annealing Genetic Algorithm, SGA)对优化目标要求较低,一般只需要知道其数值关系,不受函数连续性、光滑性的限制,避免了大量求导数计算^[2-15]。目前,有关上述方法在洪水频率曲线参数优化估算中的应用研究不多。本研究根据我国水利水电工程设计洪水计算规范,采用 SA、GA 和 SGA 法,分别按照离(残)差平方和最小准则、离(残)差绝对值和最小准则及相对离(残)差平方和最小准则^[3],研究智能算法在设计洪水频率计算中的普适性,应用 Matlab 7.0 软件编制了相应的计算程序,进行了设计洪水频率曲线参数的优化估计研究,并通过实例验证,以为设计洪水频率曲线统计参数的估算提供一种新途径。

1 设计洪水频率曲线适线的准则

按照我国水利水电工程设计洪水计算规范,设计洪水频率曲线适线准则有离(残)差平方和最小准则(OLS)、离(残)差绝对值和最小准则(ABS)及相对离(残)差平方和最小准则(WLS)。

OLS 适线准则,也称最小二乘法,用其进行设计洪水频率曲线适线的目标函数为^[3]:

$$S_L(\hat{\theta}) = \min \left\{ \sum_{i=1}^n [x_i - \bar{x}(1 + C_v \phi(C_s, P_i))]^2 \right\}. \quad (1)$$

式中: S_L 为 OLS 适线准则目标函数值; $\hat{\theta}$ 为待求参数, $\hat{\theta} = [\bar{x} \ C_v \ C_s]$,其中, $\bar{x}$ 为洪水序列均值, C_v 为洪水序列变差系数, C_s 为洪水序列偏态系数; n 为系列长度; x_i 为洪水序列值; ϕ 为离均系数,为频率 P_i 和 C_s 的函数,可查皮尔逊Ⅲ型分布离均系数或进行数值计算得到; P_i 为频率。

ABS 适线准则为^[3]:

$$S_A(\hat{\theta}) = \min \left\{ \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}(1 + C_v \phi(C_s, P_i))| \right\}. \quad (2)$$

式中: S_A 为 ABS 适线准则目标函数值,其他变量意义同前。

WLS 适线准则为^[1]:

$$S_W(\hat{\theta}) = \min \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\frac{x_i - \bar{x}(1 + C_v \phi(C_s, P_i))}{x_i} \right]^2 \right\}. \quad (3)$$

式中: S_W 为 WLS 适线准则目标函数值,其他变量意义同前。

2 SA 算法

SA 算法是基于物理中固体物质退火过程与一般优化问题的相似性而提出的一种优化算法。其基本思想是从给定的初始解开始,根据一定的方法,从决策变量的邻域中随机产生另一个解,按照某一控制参数 t 决定的接受准则允许目标函数在有限范围内变坏,其作用类似于物理过程中的温度 T ,对于控制参数 t 的每一取值,反复进行“随机产生新解—接受准则判断—接受或舍弃新解”的迭代过程。这种迭代算法对应固体随温度逐渐减小并趋于零时,系统趋于平衡状态的冷却过程。因此,按照上述算法,减小控制参数 t 值,重复执行上述迭代过程,经过大量的迭代计算后,可以求得给定控制参数 t 值时优化问题的相对最优解,最后系统状态对应于优化问题的整体最优解^[5-10]。对于一般无约束优化求最小值问题 $\min f(X)$ 的求解过程如下^[5-10]:

(1) 给定起始温度 T_0 、终止温度 T_{final} 和初始解 X_0 。

(2) 在 X_0 的邻域内模拟产生随机扰动 ΔX 。

(3) 计算扰动引起的目标函数(能量)值的变化 ΔE 。

(4) 若 $\Delta E \leq 0$,接受新值 $X \leftarrow X_0 + \Delta X$,转向步骤(5);否则,若 $\exp(\Delta E/T) > \text{rand}(0, 1)$, $\text{rand}(0, 1)$ 表示 0~1 之间的随机数,也接受新值 $X \leftarrow X_0 + \Delta X$,转向步骤(5);否则就拒绝 $X_0 \leftarrow X_0$,转向步骤(6)。

(5) 按退火策略进行降温 $T \leftarrow \text{update}(T)$;常见的退火策略有下面几种:设 t_k 、 t_{k-1} 分别为第 k 和 $k-1$ 次迭代时的温度, t_0 为初始温度, α 、 β 为参数, K 为最大迭代次数。

① 对数下降: $t_k = \alpha / \lg(k + t_0)$;

② 快速降温: $t_k = \beta / (1 + k)$;

③ 直线下降: $t_k = (1 - \frac{K}{k}) t_0$;

④ 指数退温: $t_k = \alpha t_{k-1}$ 。

(6) 是否满足 $T > T_{\text{final}}$? 若满足,则输出求解结果,结束迭代计算;否则,转向步骤(2)。

3 GA 算法

在优化设计中,设计变量、目标函数、约束条件是优化模型的 3 个要素。一般可利用编码技术对设

计变量进行编码,将设计变量转化为适合于群体进化的表达形式。对目标函数进行处理,使其满足遗传算法的适应度函数。故在群体进化过程中适应度也反映了优化模型的目标函数。当群体进化结束时,适应度值最大的个体对应目标函数值最小,该个体即对应优化模型的优化解。优化模型就可利用遗传算法来求解,主要计算过程如下^[11-14]。

(1)初始化群体。选择一个初始解 $\theta^0 = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j, \dots, \theta_n)$ 作为初始群体个体 $Start_population(i), i=1, 2, \dots, Popsiz$ 。

(2)评价群体适应度。将初始群体代入式(1)~(3)的目标函数中,计算相应的适应度 $Start_population(i).Fitness$ 。

(3)置当前遗传代数 $Current_gen=1$ 。

(4)选择最优个体。由于式(1)~(3)为目标函数最小化问题,因此在群体大小为 $Popsiz$ 的初始群体 $Start_population(i), i=1, 2, \dots, Popsiz$ 时,选择适应度 $Start_population(i).Fitness$ 最小的个体作为最优个体 $Best_individual$,并把该个体的适应度赋给 $Best_individual.Fitness$ 。

(5)最优个体遗传到新一代群体。置当前个体序号 $s=1$,把最优个体 $Best_individual$ 赋给新一代群体的第1个个体 $New_population(1)$,记录新个体序号 $s=s+1$ 。

(6)选择。采用锦标赛选择(Tournament Selection),在 $[1, Popsiz]$ 内随机产生 $tourn$ 个个体序号 $\{k_1, k_2, \dots, k_{tourn}\}$,按照最优保存策略(Elitism Strategy)选取个体 $mate1$ 和 $mate2$ 。

(7)交叉。交叉算子采用算术交叉(Arithmetic Crossover),个体 $mate1$ 和 $mate2$ 算术交叉,产生两个个体 $child1$ 和 $child2$,为:

$$\begin{cases} child1 = r \cdot mate2 + (1-r) \cdot mate1, \\ child2 = r \cdot mate1 + (1-r) \cdot mate2. \end{cases} \quad (4)$$

式中: r 为介于 $[0, 1]$ 之间的随机数。

(8)变异。变异采用非均匀变异(Non uniform Mutation),对于个体 $child1$ 和 $child2$ 分别进行非均匀变异,则变异后分别产生两个个体 $offspring1$ 和 $offspring2$ 。假定个体 $child1$ 进行非均匀变异,产生个体 $offspring1$ 。

设 $child1 = x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n$, 非均匀变异后产生的个体为 $offspring1 = x_1, x_2, \dots, x'_k, \dots, x_n$, 若变异点 x_k 处的基因值取值范围为 $[l_k, u_k]$, 则新的基因值 x'_k 由下式确定:

$$x'_k = \begin{cases} x_k + (u_k - x_k) \cdot r \cdot (1 - \frac{t}{T})^b, & \text{if } random(0, 1) = 0, \\ x_k + (x_k - l_k) \cdot r \cdot (1 - \frac{t}{T})^b, & \text{if } random(0, 1) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

式中: r 为介于 $[0, 1]$ 之间的随机数, T 为最大遗传代数, t 为当前遗传代数, b 为非均匀度参数, $random(0, 1)$ 表示产生 0 或 1 的随机数。

(9)将 $offspring1$ 和 $offspring2$ 分别赋给新一代群体的 $New_population(s), New_population(s) = offspring1, s = s + 1, New_population(s) = offspring2$,至此,步骤(6)~(9)完成产生两个新一代群体个体的过程。重复步骤(6)~(9),直至产生 $Popsiz$ 个个体。

(10)评价群体适应度。将新一代群体的 $New_population(s)$ 赋给 $New_population(s), s = 1, 2, \dots, Popsiz$ 。适应度计算同步骤(2)。

(11)当前遗传代数 $Current_gen = Current_gen + 1$ 。重复执行步骤(4)~(11),直至终止代数 Max_gen 。输出最优个体 $Best_individual$,停止遗传计算。

4 SGA 算法

传统的 GA 算法由于种群有限,按照“复制—杂交—突变”机制和按适应性比例,使得高于种群平均模式在下一代获得较多的后代,遗传算法就会强化这种优势,使求解搜索范围迅速变窄,表现为种群收敛于一些相同的串,迅速收敛群体达到的未必是全局最优,这就产生了“过早收敛”的严重问题。因此,许多学者在 GA 算法中引入了 Boltzmann 机制,试图保持这种“有用的多样性”^[5-8]。模拟退火与遗传算法结合的求解过程为 SGA^[5-8],其主要求解过程如下:

(1)初始化参数。给定种群规模、选择概率、交叉概率和变异概率,产生初始化种群,计算种群的适应度;给定起始温度 T_0 、终止温度 T_{final} 、内循环次数 Constant、温度 T 和迭代序次 i 。

(2)若 $T > T_{final}$,进行步骤(3);否则,输出求解结果,结束迭代计算。

(3)若 $i > Constant$,进行步骤(4);否则,按退火策略进行降温 $T \leftarrow update(T)$,迭代序次加 1,进行步骤(2)。

(4)从种群选择 n 对个体作为父代,对每一父代,进行下列计算。

①由父代 Parent1、Parent2 进行交叉、突变生成

子代 Child1、Child2,并计算 Child1、Child2 的适应度;
② $f_{Ci}>f_{Pi},i=1,2$ 。否则,以概率 $\exp((f_{Ci}>f_{Pi})/T)$ 保持 Parent_i;
(5)返回步骤(3)。

5 应用实例

本研究根据我国水利水电工程设计洪水计算规范,按照离(残)差平方和最小准则、离(残)差绝对值和最小准则及相对离(残)差平方和最小准则,采用 Matlab 7.0 软件编制了相应的计算程序,以文献[16]的计算结果作为参照,进行了设计洪水频率曲线参数的优化估计研究。皮尔逊Ⅲ型分布离均系数采用 Matlab 不完全 Γ 函数计算,计算公式如下。

$$\phi=\phi(P,C_s)=\frac{C_s}{2}t_p-\frac{2}{C_s}。 \tag{6}$$

$$t_p=\begin{cases}ga\min v(1-P,\alpha,1); & \text{当 } C_s>0, \\ nor\min v(1-P,0,1); & \text{当 } C_s=0, \\ ga\min v(P,\alpha,1); & \text{当 } C_s<0.\end{cases} \tag{7}$$

式中: ϕ 为皮尔逊Ⅲ型分布离均系数; P 为频率; α 为形状系数, $\alpha=4/C_s^2$, $ga\min v$ 为 Matlab 不完全 Γ 函数的逆函数; $nor\min v$ 为 Matlab 正态分布逆函数。

5.1 SA 算法优化适线

对于 OLS 准则,给定起始温度 $T_0=10\ 000$,对

表 1 SA、GA 和 SGA 优化适线结果的比较

Table 1 Parameters estimation by SA and GA and SGA

适线方法 Fitting curves methods	适线准则 Fitting curves criteria	$\bar{X}$	C_v	C_s/C_v	目标函数值 Target function value	目估适线结果 Empirical fitting
SA	OLS	1 274.85	0.53	3.09	186 619.025 0	319 910
	ABS	1 246.00	0.46	2.10	1 666.620 0	2 192
	WLS	1 245.56	0.48	1.79	0.140 8	0.335 0
GA	OLS	1 287.07	0.52	3.17	183 431.721 0	319 910
	ABS	1 294.70	0.46	3.56	1 583.101 0	2 192
	WLS	1 245.50	0.47	1.79	0.140 8	0.335 0
SGA	OLS	1 287.07	0.52	3.17	183 431.721 0	319 910
	ABS	1 292.30	0.49	3.53	1 581.200 0	2 192
	WLS	1 245.50	0.47	1.79	0.140 8	0.335 0

从表 1 可以看出,3 种优化适线结果均优于目估适线结果^[16]。对于 WLS 适线准则,3 种优化适线结果相同;对于 OLS 和 ABS 准则,SA 法目标函数值分别为 186 619.025 0 和 1 666.620 0,GA 法为 183 431.721 0 和 1 583.101 0,SGA 法为 183 431.721 0 和 1 581.200 0,表明 GA 和 SGA 算法优化适线结果均优于 SA 算法,这是由于 SA 算法依赖于温度参数和新解的扰动模型,该算法还待于进一步完善。总之,采用 3 种优化适线进行设计洪水频率曲线适线,均能取得较好的适线效果。

于 ABS 和 WLS 准则给定起始温度 $T_0=100$,终止温度均取 $T_{\text{final}}=1\times10^{-10}$, $\alpha=0.95$,按指数退温策略进行退火,目标函数取式(1)~(3),用矩法求解初始值, $X_0=[\bar{X}\quad C_v\quad C_s/C_v]=[1\ 246.00\ 0.46\ 2.10]$,按 $X_{i+1}=X_i+(\text{randperm}(\text{length}(X_i))=\text{length}(X_i))*\text{randn}/100$ 产生扰动解,通过求解,设计洪水频率曲线参数如表 1 所示。

5.2 GA 算法优化适线

3 种适线准则均取参数种群规模 Popsiz=100,选择概率 $p_s=0.08$,交叉概率 $p_c=0.4$,突变概率 $p_m=0.1$,按实数编码,采用轮盘选择、算术交叉和非均匀突变算子。因为 GA 算法一般是按适应度最大求解,所以,本研究优化目标函数适应度按式(1)~(3)的负值求最大进行演化计算。通过求解,设计洪水频率曲线参数如表 1 所示。

5.3 SGA 算法优化适线

SGA 算法 3 种适线准则中,对于 GA 算法部分,参数与算子选用同 5.2;对于模拟退火部分,则取起始温度 $T_0=10\ 000$,终止温度均 $T_{\text{final}}=1\times10^{-10}$, $\alpha=0.95$,按指数退温策略进行退火。通过求解,设计洪水频率曲线参数如表 1 所示。

6 结 论

本研究用目前流行的 SA 算法、GA 算法和 SGA 算法进行了设计洪水频率曲线统计参数的优化计算,对于 WLS 准则,3 种优化适线结果均相同;对于 LSO 和 ABS 准则,GA 和 SGA 优化适线结果均优于 SA 算法,3 种优化适线均能取得较好的适线效果,具有较强的实用性,是一种推求设计洪水频率曲线统计参数的新途径。实际适线时,只要给出 OLS、ABS 和 WLS 3 种适线准则的适应度函数及皮

尔逊Ⅲ型概率分布参数 $\bar{X}$ 、 C_v 和 C_s/C_v 的矩法估算初值,便可直接通过迭代计算求解获得其统计参数,避免了离均系数对偏态系数的求导计算。SA 算法依赖于温度参数和新解的扰动模型,还有待于进一步完善。

〔参考文献〕

- [1] 水利部长江水利委员会水文局,水利部南京水文水资源研究所. 水利水电工程设计洪水计算手册[M]. 北京:水利电力出版社,1994:56-84.
- Bureau of Hydrology of Changjiang Water Resources Commission of China, Nanjing Institute of Hydrology and Water Resources the Ministry of Water Resources. Design flood calculating for water resources and hydropower projects[M]. Beijing: China WaterPower Press,1994:56-84. (in Chinese)
- [2] 郭生练. 设计洪水研究进展[M]. 北京:中国水利水电出版社,2005:132-133.
- Guo S L. Research process of design flood [M]. Beijing: China WaterPower Press,2005:132-133. (in Chinese)
- [3] 中华人民共和国水利部,能源部. 中华人民共和国行业标准 SL44—93 水利水电工程设计洪水计算规范[S]. 北京:中国水利水电出版社,1993:20-22.
- The Ministry of Water Resources and Energy Resources of the People's Republic of China. SL44—93 Standard of the People's Republic of China, Regulation for calculating design flood of water resources and hydropower projects [S]. Beijing: China WaterPower Press,1993:20-22. (in Chinese)
- [4] 金光炎. 水文频率分析述评[J]. 水科学进展,1999,10(3):319-327.
- Jin G Y. A review of hydrologic frequency analysis[J]. Advances in Water Science,1999,10(3):319-327. (in Chinese)
- [5] 高 尚. 模拟退火算法中的退火策略研究[J]. 航空计算技术,2002,32(4):20-22.
- Gao S. Research on annealing strategy in simulated annealing algorithm [J]. Aeronautical Computer Technique,2002,32(4):20-22. (in Chinese)
- [6] 王雪梅,王义和. 模拟退火算法与遗传算法的结合[J]. 计算机学报,1997,20(4):381-384.
- Wang X M, Wang Y H. The combination of simulated annealing and genetic algorithms [J]. Chinese Journal of Computers,1997,20(4):381-384. (in Chinese)
- [7] 许小勇,张海芳,钟太勇. 求解非线性方程及方程组的模拟退火算法[J]. 航空计算技术,2007,37(1):44-46.
- Xu X Y, Zhang H F, Zhong T Y. Simulated annealing algorithm for solving nonlinear equation and system [J]. Aeronautical Computing Technique,2007,37(1):44-46. (in Chinese)
- [8] 杨晓华,杨志峰,郦建强,等. 水文模型参数识别算法研究及展望[J]. 自然科学进展,2006,16(6):657-666.
- Yang X H, Yang Z F, Li J Q, et al. Hydrological models parameters identification and their prospects [J]. Process in Natural Science,2006,16(6):657-666. (in Chinese)
- [9] 邱 林,陈晓楠,段春青,等. 基于模拟退火算法的 BP 网络在水文水资源中应用[J]. 华北水利水电学院学报,2005,26(1):1-3.
- Qiu L, Chen X N, Duan C Q, et al. The BP network based on simulated annealing algorithm and application in hydrology [J]. Journal of North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power,2005,26(1):1-3. (in Chinese)
- [10] 陆金桂,李 谦,王 浩,等. 遗传算法原理及其工程应用 [M]. 北京:中国矿业大学出版社,1997.
- Lu J G, Li Q, Wang H, et al. Principle of genetical algorithms and their application in engineerings [M]. Beijing: China University of Mining and Technology Press,1997. (in Chinese)
- [11] 苑希民,李鸿雁,刘树坤,等. 神经网络和遗传算法在水科学领域的应用[M]. 北京:中国水利水电出版社,2002.
- Wang X M, Li H Y, Liu S K, et al. Appliation of artificial neural network and gential algorithms in water resources[M]. Beijing: China WaterPower Press,2002. (in Chinese)
- [12] 宋松柏,蔡焕杰,康 艳. 约束优化问题的遗传算法求解[J]. 西北农林科技大学学报:自然科学版,2005,33(1):150-154.
- Song S B, Cai H J, Kang Y. Genetic algorithm solution for constrained optimization[J]. Journal of Northwest A & F University: Natural Science Edition,2005,33(1):150-154. (in Chinese)
- [13] 宋松柏,吕宏兴. 灌溉渠道轮灌配水优化模型与遗传算法求解 [J]. 农业工程学报,2004,20(2):40-44.
- Song S B, Lü H X. Optimization model of rotation irrigation channel distribution and solution with genetic algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering,2004,20(2):40-44. (in Chinese)
- [14] 宋松柏,蔡焕杰,栗晓玲. 专门水文学概论[M]. 杨凌:西北农林科技大学出版社,2005:197-230.
- Song S B, Cai H J, Su X L. Advanced hydrology[M]. Yangling: Northwest A & F University Press,2005:197-230. (in Chinese)
- [15] 许 东,吴 铮. 基于 MATLAB 6. X 的系统分析与设计 [M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2003:132-133.
- Xu D, Wu Z. System analysis and design in MATLAB 6. X [M]. Xi'an: Xi Dian University Press,2003:132-133. (in Chinese)
- [16] 叶守泽,詹道江. 工程水文学[M]. 3 版. 北京:中国水利水电出版社,2000:196-197.
- Ye S Z, Zhan D J. Engineering hydrology [M]. 3rd ed. Beijing: China WaterPower Press,2000:196-197. (in Chinese)