

用割离井公式反求水文地质参数的直线图解法

常安定, 李佩成

(长安大学 理学院, 陕西 西安 710064)

[摘 要] 在分析割离井法井流函数性质的基础上简化了井流函数, 将雅各布直线图解法引入割离井法以反求水文地质参数, 并进行了实例验证。结果发现, 其步骤与常用的雅各布直线图解法步骤相似, 计算结果十分接近, 说明该方法是可行的。

[关键词] 割离井法; 流量公式; 水文地质参数; 理论曲线; 雅各布直线图解法

[中图分类号] O 357. 3

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2006)04-0135-04

在潜水含水层的渗流计算中, 李佩成院士经过多年的实践和深入的理论分析, 于1964年提出了一种适合潜水含水层地下水非稳定渗流计算的计算公式——割离井法系列公式^[1], 该公式已被广泛地用于地下水渗流计算、地下水资源评价和综合评判中。前人^[2-4]先后研究出一系列用泰斯公式反求水文地质参数的便于操作的方法, 如泰斯配线法、雅各布图解法、周文德作图法以及试算法等。同样, 用割离井法公式反求水文地质参数, 也可研究出与此类似的一系列便于操作的实用方法, 其中用割离井法公式反求地质参数的流量—时间配线法^[5]及试算法^[6]已得到了研究, 并得出了相应的求参方法。本文试图用割离井法公式研究反求地质参数的直线图解法, 以期能为水文地质参数的获取提供方法上的选择。

1 割离井法流量公式的简化

对于均质含水层中的割离井, 若初始井水位为水平, 抽水过程中井内定水位且上部 and 下部无流量补给时, 井的出水量公式为^[1, 5-6]:

$$Q(t) = 4\pi K h_0 S_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-\lambda_n^2 \beta t} \quad (1)$$

式中, K 为含水层渗透系数 (m/d); h_0 为进井水位 (m), 在忽略水跃值 Δh 时即为井的动水位, 此处取常数; $S_0 = H_0 - h_0$ 为井内定降深 (m), 其中 H_0 为含水层的初始厚度 (m); $B_n = \frac{J_1^2(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n x_0) - J_1^2(\lambda_n)}$, 为流量系数, 其中 $J_0(x)$ 和 $J_1(x)$ 分别为第一类零阶和一阶贝塞尔函数, λ_n 为自变量为 λ 的超越方程 $J_0(\lambda x_0) Y_1(\lambda) - J_1(\lambda) Y_0(\lambda x_0) = 0$ 的解, $Y_0(x)$ 、

$Y_1(x)$ 为第二类零阶、一阶贝塞尔函数, x_0 为相对井径 (无量纲), $x_0 = r_0/R_0$, 其中 r_0 为抽水井半径 (m), R_0 为取水半径 (m); $\beta = a/R_0^2(1/\text{d})$, 其中 a 为水位传导系数 (m^2/d), $a = \frac{T}{\mu} = \frac{KH_p}{\mu}$, μ 为给水度 (无量纲), H_p 为计算时段内含水层的平均厚度 (m), 此处取 $H_p = (H_0 + h_0)/2$; t 为抽水时间 (d)。令 $u = e^{-\beta t}$,

$$W(u) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n u^{\lambda_n^2} \quad (2)$$

则(1)式可简化为

$$Q = 4\pi K h_0 S_0 W(u) \quad (3)$$

由于 $\lambda_n (n = 1, 2, \dots)$ 由相对井径 x_0 确定, 即由抽水井的井径 r_0 和取水半径 R_0 确定, 从而(2)式 $W(u)$ 仅与相对井径 x_0 有关, $W(u)$ 可作为理论曲线, 可称 $W(u)$ 为无上、下补给且井内定水位时割离井法流量公式的井流函数, 简称为井流函数。

公式(2)中的第 n 项 Q_n 为

$$Q_n = B_n u^{\lambda_n^2} (n = 1, 2, \dots) \quad (4)$$

式中, Q_n 的取值与流量系数的值 B_n 及超越方程 $J_0(\lambda x_0) Y_1(\lambda) - J_1(\lambda) Y_0(\lambda x_0) = 0$ 的解 λ_n 和 u 有关, 容易看出下列性质:

(1) 对于固定的项数 n , Q_n 是 u 的增函数; 由于 $0 < u < 1$, Q_n 为 λ_n 的减函数。

(2) 表1给出了部分 B_n 和 λ_n 的值, 从中可以看出, 对于固定的相对井径 x_0 , B_n 关于项数 n 递减, λ_n 随项数 n 递增; 随着相对井径 x_0 的减少, B_n 也随项数 n 递减, λ_n 随项数 n 递增; 因而当相对井径 x_0 和无量纲量 u 固定时, Q_n 随着项数 n 的增大而减小, 即为

· [收稿日期] 2005-07-13

[作者简介] 常安定(1964-), 男, 陕西大荔人, 副教授, 博士, 主要从事数学与地下水渗流理论研究。

n 的减序列。

表1 不同相对井径 x_0 时的部分 λ_i 和流量系数 B_i 值

Table 1 Value of λ_i and B_i at different relative well diameter x_0

x_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	B_1	B_2	B_3	B_4
0.2	1.42	5.86	9.69	13.70	0.448 9	0.275 5	0.265 3	0.240 1
0.1	1.10	4.97	8.50	12.10	0.287 1	0.135 1	0.122 2	0.117 2
0.01	0.707	4.25	7.55	10.77	0.127 3	0.029 3	0.023 3	0.019 1
0.005	1.667	4.21	7.45	10.66	0.110 4	0.201 0	0.015 0	0.013 4
0.001	0.569	4.11	7.32	10.50	0.080 6	0.011 6	0.007 8	0.006 3
0.000 1	0.486	4.03	7.23	10.40	0.058 7	0.006 3	0.004 0	0.003 1
0.000 01	0.431	3.99	7.18	10.34	0.047 4	0.003 9	0.002 4	0.001 7

(3)表2 给出部分不同 u 和 x_0 值时 Q_2 的值。从表2可以看出,固定 x_0 的值,随着 u 值的减小, Q_2 的值也在减小,且减小的速度很快;同样固定 u 的值,第二项 Q_2 的值也随着 x_0 值的减小而减小。因而当 u 或 x_0 较小(如 $u < 0.7$ 或 $x_0 < 0.001$)时,井流函数中

的第2项及以后各项的绝对值都很小,可以忽略不计,此时有:

$$W(u) \approx B_1 e^{-\beta \lambda_1^2} \quad (5)$$

表2 不同相对井径 x_0 和无量纲 u 时 Q_2 的取值

Table 2 Value of Q_2 at different relative well diameter x_0 s and u s

u	x_0				
	0.1	0.01	0.001	0.000 1	0.000 01
0.9	1.0×10^{-2}	4.21×10^{-3}	1.96×10^{-3}	1.14×10^{-3}	7.3×10^{-4}
0.8	5.5×10^{-4}	4.8×10^{-4}	2.7×10^{-4}	1.7×10^{-4}	1.1×10^{-4}
0.7	2.0×10^{-5}	4×10^{-5}	2.8×10^{-5}	2.0×10^{-5}	1.0×10^{-5}
0.6	0.4×10^{-6}	1.8×10^{-6}	2.1×10^{-6}	1.6×10^{-6}	1.1×10^{-6}
0.5	0.4×10^{-8}	1.1×10^{-7}	9.5×10^{-8}	8.1×10^{-8}	6.2×10^{-8}
0.4	2.0×10^{-11}	1.0×10^{-9}	2.0×10^{-9}	2.0×10^{-9}	1.0×10^{-9}
0.2	7.3×10^{-19}	6.9×10^{-15}	1.8×10^{-14}	2.8×10^{-14}	2.9×10^{-14}
0.1	2.6×10^{-26}	2.5×10^{-20}	1.4×10^{-19}	3.6×10^{-19}	4.6×10^{-19}

2 用割离井公式反求水文地质参数的直线图解法

由(5)式可得:

$$Q = 4\pi K h_0 S_0 B_1 e^{-\beta \lambda_1^2 t} \quad (6)$$

两边取对数得

$$\ln Q \approx \ln 4\pi K h_0 S_0 B_1 - \beta \lambda_1^2 t \quad (7)$$

由(1)式可知,当 x_0 给定时, B_1 、 λ_1 都是确定的(λ_1 为公式(1)中仅与 x_0 有关的超越方程的解, B_1 由 λ_1 和 x_0 确定);且 K 、 h_0 、 S_0 、 β 在此都是常数。从而,(7)式表示一个以 t 为自变量, $\ln Q$ 为因变量的函数。或者说, $\ln Q$ 与 t 的图象为直线,其斜率为 $-\beta \lambda_1^2$, $\ln Q$ 的截距为 $\ln 4\pi K h_0 S_0 B_1$ 。

根据上述分析和抽水资料,可得割离井公式直线图解法反求水文参数的步骤为:

(1) 在半对数纸上点绘出 $Q-t$ 散点图(或在非对数纸上点绘出 $\ln Q-t$ 散点图),其中纵坐标为流量 Q 对数轴,横坐标为时间 t 轴。

(2) 画出与散点图中的点尽可能多的重合的直

线,确定其斜率 ΔQ 和截距 Q_0 。

(3) 由 $\Delta Q = -\beta \lambda_1^2$,可得

$$\beta = -\frac{\Delta Q}{\lambda_1^2} \quad (8)$$

再由

$$Q_0 = 4\pi K h_0 S_0 B_1 \quad (9)$$

可求出

$$K = \frac{Q_0}{4\pi h_0 S_0 B_1} \quad (10)$$

(4) 利用求出的 β 、 K ,可得

$$a = \beta R_0^2 \quad (11)$$

及

$$\mu = \frac{K h_0}{a} = \frac{K (H_0 + h_0)}{2a} \quad (12)$$

也可借助图形来确定斜率 ΔQ 和截距 Q_0 。给定 t_1

和 t_2 ,在直线上确定 Q_1 和 Q_2 ,则 $\Delta Q = \frac{Q_1 - Q_2}{t_1 - t_2}$;直线与纵坐标交点的纵坐标值即为 Q_0 。也可通过线性回归方程(散点图误差平方和最小的回归直线)确定回归直线的斜率 ΔQ 和截距 Q_0 ,即令回归方程 $t=0$ 时求

出的 Q 即为截距 Q_0 , 回归直线中 t 的系数即为斜率 ΔQ 。

需要说明的是, 上述方法中自然对数也可换为其他对数。

3 实例计算

有一潜水含水层, 其厚度 $H_0=20\text{ m}$, 试验井穿

透含水层到达不透水底板, 井径 2 m 。在该井上进行定落程的抽水试验, 并将水位降 S_0 固定为 6 m , 在不同时刻 $t(\text{d})$ 井的出水量 $Q(\text{m}^3/\text{d})$ 由表3 给出, 取水半径为 $200\text{ m}^{[5-6]}$ 。根据抽水资料, 用直线图解法对各水文参数进行估计。

表3 不同时刻 t 的出水量 Q

Table 3 Discharges Q to different time ts

t/d	$Q/(\text{m}^3 \cdot \text{d}^{-1})$	t/d	$Q/(\text{m}^3 \cdot \text{d}^{-1})$	t/d	$Q/(\text{m}^3 \cdot \text{d}^{-1})$
1	684	10	532	25	460
2	631	15	505	30	438
5	571	20	482		

解: 画出给定数据的 $\ln Q-t$ 散点图, 画出与散点图中的点尽可能多的重合直线, 如图1。由图1 可以确定直线与纵坐标的交点, 即纵截距 $\ln Q_0 \approx 6.37$, 取 $t_1=15, t_2=20, \ln Q_1=\ln 505=6.225, \ln Q_2=\ln 482=6.178, \Delta Q=(6.178-6.225)/(20-15)=-0.0093$ 。

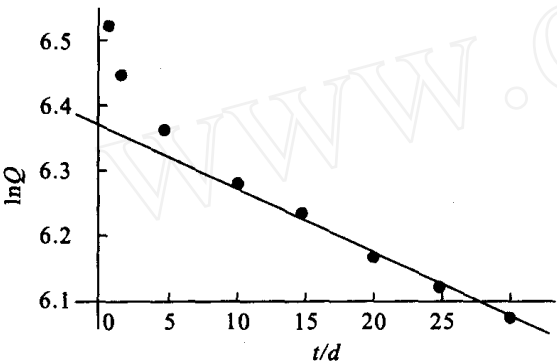


图1 直线图解法求参图

Fig. 1 The curves of linear graphic method
已知 $r_0=1\text{ m}, h_0=H_0, S_0=14\text{ m}, x_0=r_0/R_0=$

0.005 , 由表4 得, $\lambda_1=0.660749, B_1=0.108356$ 。利用公式(8)、(10)、(11)、(12) 可求得 $K=5.1089\text{ m/d}, \beta=0.02130\text{ d}^{-1}, a=852.06\text{ m}^2/\text{d}, \mu=0.1019$ 。

在文献[5]中, 针对同一问题, 用割离井法公式反求地质参数的流量—时间配线法, 求得 $K=5.079\text{ m/d}, \beta=0.0214\text{ d}^{-1}, a=855.59\text{ m}^2/\text{d}, \mu=0.1009$, 与本文研究结果十分相近。可以看出, 将直线图解法引入割离井法公式反求潜水含水层的水文地质参数是可行的。由于该方法具有易操作和应用十分广泛等优点, 对于反求潜水含水层的水文地质参数有一定的实际意义。

从上述步骤不难看出, 此方法的求解过程与泰斯公式中雅可布直线图解法十分类似, 当其他数据给定后, 主要难点是确定流量系数 B_1 和超越方程根 λ_1 的值。为了便于应用割离井公式反求参数的直线图解法, 表4 给出部分 B_1 和 λ_1 的值。

表4 不同相对井径 x_0 时 B_1 和 λ_1 值

Table 4 Value of B_1 and λ_1 at different relative well diameter x_0s

x_0	0.05	0.01	0.009	0.008	0.007	0.006	0.005
λ_1	0.930172	0.716691	0.707278	0.697177	0.686227	0.674199	0.660749
B_1	0.210237	0.127118	0.123866	0.120419	0.116732	0.112742	0.108356
x_0	0.004	0.003	0.002	0.001	0.0005	0.0001	0.00001
λ_1	0.645325	0.626934	0.603477	0.568798	0.539459	0.485707	0.430798
B_1	0.103425	0.097686	0.090589	0.080563	0.072522	0.058855	0.046337

4 结 论

1) 分析割离井法井流函数的性质发现, 当 u 或 x_0 较小($u<0.7$ 或 $x_0<0.001$) 时, 井流函数中的第二项及以后各项可以忽略不计, 从而引进了割离井

公式反求参数的直线图解法。

2) 实例验证, 本文提出的雅各布直线图解法所得结果, 与已有的用割离井法公式反求地质参数的流量—时间配线法的计算结果相近。

3) 用割离井法的雅各布直线图解法反求水文地

质参数的步骤与常用的泰斯公式雅各布直线图解法的步骤相似; 由于直线图解法具有易操作和应用广泛等优点, 对于反求潜水含水层的水文地质参数有一定的实际意义。

[参考文献]

- [1] 李佩成. 地下水非稳定渗流解析法[M]. 北京: 科学出版社, 1990: 116-144
- [2] Theis C V. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage[J]. Trans of American Geophysical Union, 1935, 16: 519-524
- [3] Cooper H H, Jacob C E. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well field history[J]. Trans of American Geophysical Union, 1946, 27: 526-534
- [4] 薛禹群, 朱学愚, 吴吉春, 等. 地下水动力学[M]. 北京: 地质出版社, 1997: 98-102
- [5] 常安定, 左大海, 刘元会. 割离井法反求水文地质参数的流量—时间配线法[J]. 西北农林科技大学学报: 自然科学版, 2005, 33(7): 99-102
- [6] 常安定, 刘元会, 马良. 割离井法反求水文地质参数的试算法研究[J]. 西北农林科技大学学报: 自然科学版, 2005, 33(3): 109-113

The flow jacob linear graphic method of converse calculating the hydrogeology parameters with the isolated-well formulas

CHANG An-ding, LI Pei-cheng

(College of Science, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)

Abstract By simplifying the discharge formulas, the linear graphic method is introduced into the method of isolated-well to conversely calculate the hydrogeology parameters. The procedures are similar to the linear graphic method. The feasibility of the method is verified at the end of the paper.

Key words: isolated-well method; discharge formula; hydrogeology parameter; theoretical curve; Jacob linear graphic method