

年径流预测的灰色自记忆模型^{*}

沈冰^{1,2}, 李荣峰², 黄领梅², 赵长森²

(1 西北农林科技大学 农业水土工程教育部开放实验室, 陕西 杨凌 712100;

2 西安理工大学 水利水电学院, 陕西 西安 710048)

[摘 要] 将灰色系统建模方法和自记忆建模结合起来, 提出了年径流预测的灰色自记忆模型。实例研究表明, 灰色自记忆模型能很好地反映动态数据序列的极值趋势, 且具有较满意的拟合及预报精度。

[关键词] 年径流; 灰色预测; 自记忆模型

[中图分类号] P333

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2005)04-0132-03

年径流时间序列是一非线性、弱相依高度复杂的动力系统, 目前国内外对年径流预测的研究仍处于探索阶段^[1]。年径流预测方法可大致分为成因预测方法和统计预测方法两大类。由于年径流具有时间和空间上的复杂统计特性, 目前成因预测仍极为困难; 常规统计模型存在的主要问题是预测精度较难控制, 往往出现拟合精度较高而预测精度较低的现象^[2]。因此, 在对类似年径流过程这样复杂的动力系统缺乏足够的了解, 或观测资料不是足够长的情况下, 无法客观地建立描述系统的模式。对此, 文献[3]提出了动态数据反演建模理论, 并在气候预测中得到了应用。近年来, 在反演建模的基础上, 更进一步发展了一种基于一组量测数据或时间序列的数据机理- 自记忆模型理论(简称数忆模型或DAM SM模型)^[4], 其具有一定预报极值的能力, 但在数据序列波动较大、发展趋势无规律可循时, 拟合及预测结果也类似于其他预测模型, 往往趋向于平均值^[5,6]。本研究将灰色建模和自记忆建模结合起来应用于实际年径流预测中, 以期提出一种有效反映数据序列极值趋势的预测方法。

1 灰色系统微分方程

设 $x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(N)$ 为年径流观测数据序列。对该数据序列作一次累加生成处理, 即

$$x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1),$$

$$x^{(1)}(2) = x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2),$$

$$x^{(1)}(3) = x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) + x^{(0)}(3),$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ & \vdots \\ x^{(1)}(k) &= \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \\ & \vdots \\ & \vdots \\ x^{(1)}(N) &= \sum_{i=1}^N x^{(0)}(i), \end{aligned}$$

则得到一个新的数据序列, 与原始数据序列相比较, 其随机程度大大弱化, 平稳程度大大增加。对于产生的新数列, 可用如下微分方程描述其变化趋势。

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u, \quad (1)$$

式(1)中, a 和 u 通过如下最小二乘法拟合得到

$$\begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N. \quad (2)$$

式(2)中, Y_N 为列向量, $Y_N = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(N)]^T$; B 为数据矩阵,

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(N-1) + x^{(1)}(N)] & 1 \end{bmatrix}.$$

在式(1)中, 令 $\frac{dx^{(1)}}{dt} = F$, 移项后得

$$F = -ax^{(1)} + u. \quad (3)$$

* [收稿日期] 2004-07-02

[基金项目] 西北农林科技大学农业水土工程教育部开放实验室基金项目; 新疆自治区世界银行贷款项目

[作者简介] 沈冰(1948-), 男, 浙江湖州人, 教授, 主要从事干旱区水文水资源研究。

2 自记忆性原理与建模

2.1 自记忆性原理

诸多自然现象和社会现象都是不可逆的。对不可逆现象的研究使得记忆的概念被引入到无生命现象中, 记忆被用来表示演化过程。自记忆性强调系统状态本身前后的联系, 通过引入记忆函数来考察不同时间、不同因素对未来系统状态的影响。基于物理运动不可逆性提出的自记忆性原理, 针对有微分方程描述的动力系统, 可以建立相应的自记忆模型。

设系统动态微分方程为

$$\frac{\partial x}{\partial t} = F(x, \lambda, r, t). \quad (4)$$

式中, x 为变量; λ 为参数; r 为空间; t 为时间。式(4)也可写为方程组形式

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = F_i(x, \lambda, t), i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

式中, N 为整数, x_i 为第 i 个变量。为简便计, 以下只考虑一个变量 x 。定义记忆函数 $\beta(r, t)$, 且 $|\beta(r, t)| \leq 1$, β 为 r 和 t 的函数, 当固定在空间点 r_i 上时, 在 β 中省写 r_i 。在希尔伯特空间中定义内积

$$(f, g) = \int_a^b f(\xi)g(\xi)d\xi, f, g \in L^2 \quad (6)$$

运用此内积运算对系统微分方程进行变换, 并设变量 x 和 β 连续、可微、可积, 令 $\beta_t \equiv \beta(t)$, $\beta_0 \equiv \beta(t_0)$, $x_t \equiv x(t)$, $x_0 \equiv x(t_0)$, 其余类推。由微积分中的分部积分和中值定理可推导得到一个回溯阶为 p 的差分—积分方程, 为自记忆性方程, 即

$$\beta_t x_t - \beta_{t-p} x_{t-p} - \sum_{i=p}^0 x_i^m (\beta_{i+1} - \beta_i) - \int_p^t \beta(\tau) F(x, \lambda, \tau) d\tau = 0. \quad (7)$$

式中, $x_i^m \equiv x(t_i)$, $t_i < t_m < t_{i+1}$ 。式(7)强调了系统状态前后时间之间的联系, 即系统自身的记忆性, 用历史资料确定记忆函数, 就可进行模拟或预报。

由引入记忆函数把微分方程变换为差分—积分方程, 并求解的原理称为自记忆性原理。

2.2 自记忆建模

由前述灰色系统理论建立的 $dx^{(1)}/dt = F$ 作为一个动力核, 运用系统自记忆性原理, 建立一种新的时间序列模型。为叙述方便, 以下以 x 代替 $x^{(1)}$ 。

对 p 阶自记忆性方程式(7)离散化, 积分用求和替代, 微分变为差分, 中值 x_i^m 用两个时次的值代替。令 $x_{t-p} = x_{t-p-1}^m$, $\beta_{t-p-1} = 0$, 取时次为等距间隔, 即令 $\Delta t = t_{i+1} - t_i = 1$, 则得式(7)的离散形式

$$x_t = \sum_{i=p-1}^{-1} \alpha_i y_i + \sum_{i=p}^0 \theta F(x, i), \quad (8)$$

式中, α, β 称为记忆系数, $\alpha = (\beta_{i+1} - \beta_i)/\beta_i$, $\theta = \beta_i/\beta_0$ 。

$$x_i^m = \frac{1}{2}(x_{i+1} + x_i) \equiv y_i, \quad (9)$$

$$F(x, i) = ax_i + u_0. \quad (10)$$

利用 L 个时次的历史资料, 用最小二乘法求记忆系数 α 和 β , 记

$$X_t = \begin{bmatrix} x_{t1} \\ x_{t2} \\ \vdots \\ x_{tL} \end{bmatrix},$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{p-1} \\ \alpha_p \\ \vdots \\ \alpha_1 \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_{-p,1} & y_{-p+1,1} & \dots & y_{0,1} \\ y_{-p,2} & y_{-p+1,2} & \dots & y_{0,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{-p,L} & y_{-p+1,L} & \dots & y_{0,L} \end{bmatrix}.$$

由 θ 组成的向量 $\Theta_{(p+1) \times 1}$ 和由 $F(x, i)$ 组成的矩阵 $F_{L \times (p+1)}$ 可仿 $\alpha_{(p+1) \times 1}$ 及 $Y_{L \times (p+1)}$ 类似表达。则式(8)的矩阵形式为

$$X_t = Y\alpha + F\Theta, \quad (11)$$

若令

$$M = [Y, \dots, F], w = \begin{bmatrix} \alpha \\ \vdots \\ \Theta \end{bmatrix},$$

则有

$$X_t = Mw.$$

求出系数矩阵 w 后即可进行模拟或预报。

2.3 模拟或预报结果的还原

对以上一次累加生成序列的拟合或预报值记为 $\hat{x}^{(1)}(t)$, 其还原值 $\hat{x}^{(0)}(t)$ 可由下式求得,

$$\hat{x}^{(0)}(t) = \hat{x}^{(1)}(t) - \hat{x}^{(1)}(t-1), \quad (12)$$

式中, $t = 1, 2, \dots, N$, 并规定 $\hat{x}^{(0)}(0) = 0$ 。

3 实例研究

以新疆和田喀拉喀什河乌鲁瓦提水文站实测年径流资料进行研究。该站有 1956~2003 年共 48 年的实测年径流资料。建模样本取 1956~1995 年, 建模样本量 40 年; 预报样本取 1996~2003 年, 预报样本量 8 年。根据灰色系统方法求得微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + 0.0012x^{(1)} = 22.1009$$

$$\text{或 } \frac{dx^{(1)}}{dt} = F = -0.0012x^{(1)} + 22.1009$$

据此建立回溯阶为 3 的自忆性方程, 离散化后用最小二乘法求记忆系数, 最终得到预报方程

$$x_t = \sum_{i=0}^3 \alpha_i y_i + \sum_{i=0}^3 \theta_i F(x, i),$$

$$\alpha_0 = 0.3334, \alpha_1 = 0.1070,$$

$$\alpha_2 = -0.6838, \alpha_3 = 1.2431,$$

$$\theta_0 = 148.2682, \theta_1 = -147.4229,$$

$$\theta_2 = 148.2701, \theta_3 = -147.4275.$$

用模型拟合 1961~1995 年的年径流量(因回溯阶原因, 1956~1960 年没有拟合值), 预报 1996~2003 年的年径流量, 模型拟合结果及预报结果见图 1。

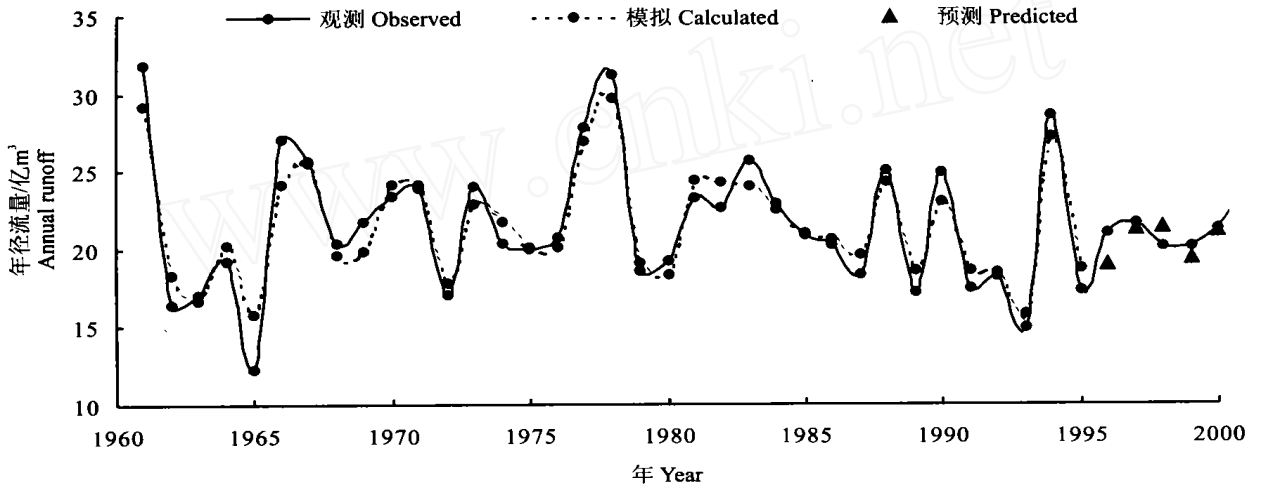


图 1 年径流量实测与模拟、预测值的比较

Fig. 1 Comparison between measured and predicted annual run off

以上结果表明, 通过灰色系统方法建立微分方程, 再根据自记忆原理建立预测模型, 可显著提高拟合和预测效果, 特别是具有极值拟合及预测能力。但结果同时表明, 拟合值和预测值均存在位相滞后现象, 其原因有待进一步研究。

4 结 语

为描述年径流过程这一复杂的非线性动力系统, 本文运用灰色系统理论和自记忆性原理相结合的方法建立了年径流预测模型。该模型通过灰色系

统方法建立微分方程, 与通过反演导出微分方程的方法相比, 具有简洁方便的优点; 同时, 通过运用历史量测值来估计记忆系数, 从而蕴涵了历史中对预测有用的信息, 能够提高预测的准确率。灰色系统理论和自记忆性原理两者相结合的方法, 尤其对于数据波动较大的序列, 能够很好地拟合和预测出极值。模型计算结果产生滞后误差的原因, 可能源于建立微分方程时的构造数据矩阵^[7], 但初步尝试未能证明这一点, 尚需进一步研究。

[参考文献]

- [1] 陈守煜 中长期水文预报综合分析理论模式与方法[J]. 水利学报, 1997, (8): 15- 21
- [2] 金菊良, 杨晓华, 金保明, 等. 门限回归模型在年径流预测中的应用[J]. 冰川冻土, 2000, 22(3): 230- 234
- [3] 丑纪范 长期天气数值预报[M]. 北京: 气象出版社, 1986
- [4] 曹鸿兴 动力系统自忆性原理——预报和计算应用[M]. 北京: 地质出版社, 2002
- [5] 林振山, 史芳斌 天津局地气候的反演建模及其研究[J]. 气象学报, 1995, 53(1): 115- 121
- [6] 徐建华 现代地理学中的数学方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004
- [7] 李 玲, 施 勇 一种新的时间序列综合分析法和应用[J]. 水科学进展, 2000, 11(4): 451- 456

(下转第 138 页)

- [5] Rijdsbeman. Different approaches to assessment of design and management of sustainable urban water system [J]. *Environment Impact Assessment Review*, 2000, 129(3): 333- 345
- [6] Hrllich Anne H. Looking for the ceiling estimates of the earth's carrying capacity[J]. *American Scientist Research Triangle Park*, 1996, 84(5): 494- 499
- [7] Harris Jonathan M. Carrying capacity in agriculture globe and regional issue[J]. *Ecological Economics*, 1999, 129(3) : 443- 461.
- [8] 冯尚友, 刘国全. 水资源持续利用的框架[J]. *水科学进展*, 1997, 8(4): 301- 307.
- [9] 刘昌明. 水与可持续发展——定义与内涵[J]. *水科学进展*, 1997, 8(4): 377- 384
- [10] 邱林, 陈守煜, 马建琴, 等. 区域灌溉水资源优化分配模型及其应用[J]. *人民黄河*, 1998, 20(9): 15- 18

Research on quantitative model of water resources carrying capacity in irrigation area

DUAN Chun-qing¹, QIU Lin², HUANG Qiang¹, CHEN Xiao-nan²

(1 *Xi'an University of Technology, Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Xi'an, Shaanxi 710048, China;*

2 North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Equipment Department, Zhengzhou, Henan 450008, China)

Abstract: Based on the previously study on the carrying capacity, the paper put forward new comprehension about the carrying capacity, and defined four factors of the carrying capacity; then the paper brought forward the concepts of the agricultural water resources carrying capacity in irrigation area and established the calculation model of the agricultural water resources carrying capacity. The model considered two particularities about the agricultural water resources: the carrying capacity between different crops and the water demand and supply process. Finally the model was used in the third Pu-Qing-Nan irrigation area, Henan province, the correctness of the model was validated.

Key words: irrigation area; the agricultural water resources carrying capacity; quantitative model

(上接第 134 页)

Abstract ID: 1671-9387(2005)04-0132-EA

Predicting annual runoff with grey self-memory model

SHEN Bing^{1,2}, LI Rong-feng², HUANG Ling-mei², ZHAO Chang-sen²

(1 *Open-oriented Laboratory of Agricultural Water and Soil Engineering at NW SUAF, MOE, Yangling, Shaanxi 712100, China;*

2 College of Water Resources and Hydroelectric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

Abstract: The grey self-memory model for annual runoff was established on grey system and self-memory theory. Examples show that the suggested model can reflect the extreme trend of recorded annual runoff dynamic variation with satisfactory simulation and predicting precision.

Key words: annual runoff; grey forecasting; self-memory model