# 结构动力计算地震波的反演分析

冯  $l^1$ ,李雪 $s^2$ ,周 黎<sup>3</sup>

(1 杨凌职业技术学院,陕西 杨凌 712100; 2 千阳县水务局,陕西 千阳 721100;3 西安通信学院,陕西 长安 710106)

[摘 要] 利用快速傅立叶变换(即 FFT 算法)进行了地震波的数字频谱分析和地震波的反演,结合坝与地 基动力相互作用的工程实例,对地震波的2种输入方法进行了动力分析比较。结果表明,将地面自由场地震记录反 演到岩基面,作为计算建筑物动力响应的地震波,更贴近实际工况。

[关键词] 水工结构; 动力计算; 地震波; 反演计算 [中图分类号] TV 312 [文献标识码] A

大坝与地基动力相互作用同地震波输入方式密 切相关,如何更加准确地模拟地震动,是水工结构动 力计算过程中一个很重要的问题。结构与地基动力 相互作用的分析方法很多,在理论上主要采用离散 理论和连续理论,在离散理论中应用最广泛、最有效 的是有限单元法。

地震输入包括 2 方面的内容: 一是输入运动, 即 在地震反应分析中, 应采用何种地震波作为地震输 入, 选择时要考虑实测地震波的场地条件与计算模 型的差异性。二是地震波的输入方法, 这正是本研究 要讨论的主要问题。目前, 由于诸多因素的影响, 地 震记录只能在地表获得。在分析坝与地基动力相互 作用时, 地震输入的方式主要有 2 种: 一种是在岩基 面输入地震自由场记录(直接输入); 二是先将地表 地震记录反演至岩基, 再进行水工结构的动力分析 (反演后输入)<sup>11</sup>。本研究利用地面地震记录, 先对其 作数字化处理和频谱分析, 再考虑地基的物理性质, 通过快速傅立叶变换和离散理论的有限单元法, 在 频率域反演计算得到岩基面的地震波, 并对 2 种输 入方法进行动力作用比较, 以期为水工结构的动力 计算提供参考。

# 1 地震记录的数字化处理

[收稿日期] 2004-05-17

2

地震记录的时间历程如图1所示。由图1可见, 地震动能量分布在一个连续的频带上,且频谱是连 续的。用离散数字方式采集地震记录,在等间隔的时 间序列上对样本进行处理,可以确定其频率组成<sup>[2]</sup>。

具体方法则是先计算相关函数,再对其作傅立叶变 换得到所求的频谱。但若应用快速傅立叶变换 (FFT),直接由原始数据计算频谱,是一种更为快速 准确的方法<sup>[3,4]</sup>。



## 图 1 地震记录的频谱

Fig 1 The frequency of the earthquake recording 将系列x(t), t= 0, 1, 2, ..., N-1作傅立叶变换

$$X_{K} = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} X_{r} e^{-i(2\pi K r/N)}$$

$$(K = 0, 1, 2, ..., N - 1)$$

$$X_{N+K} = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} X_{r} e^{-i(2\pi r/N)(N+K)}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} X_{r} e^{-i(2\pi K r/N)} e^{-i2\pi r}$$
(1)

对任意值 r,  $e^{-i2\pi r}$ 总为 1, 则  $X_{N+K} = X_{K}$ 。因此, 当 K> (N-1), 系数  $X_{K}$  重复, 即基本谱线在频率域  $|\omega| \leq \pi/\Delta t$  ( $\Delta t$  为采样时间间隔)较高频率上是虚假的 傅立叶系数, 是低于  $\pi/\Delta t$  频率傅立叶系数的重复。

<sup>[</sup>基金项目] 陕西省水利科技计划项目(2003SK-12) [作者简介] 冯 旭(1969-),男,陕西丹凤人,讲师,主要从事水工建筑设计和工程施工技术研究。

所以,该变换计算的系数  $X_{K}$ ,是在频率不大于  $\omega = \frac{2\pi K}{N \Delta t} = \frac{\pi}{\Delta t}$ 时计算所得。如果系列中含有高于  $\pi/\Delta t$  的 频率,就会引起畸变,将这种现象称为频率混淆<sup>[1,3]</sup>。 如果  $\omega$  是系列中的最高频率分量,通过保证采样间 隔足够小,使  $\pi/\Delta t > \omega$ ,就可避免频率混淆。

求解基岩面受地震作用的运动方程时,根据地 面运动的频谱特性,若所考虑的地面运动加速度中, 高频分量较多,对高振型的激发就较为显著,需要考 虑较多的振型数,反之只考虑几个振型数就足够了。

2 自由场地震记录的反演分析



## 图 2 反演计算简图

Fig. 2 The sketch of the inversion calculation

首先,假设岩基面的运动是一致的,对于图 2 所 示地基,可得到岩基面受地震作用的运动方程式<sup>[5]</sup>, 即

$$[M] \{ \mathbf{y} \} + [C] \{ \mathbf{y} \} + [K] \{ \mathbf{y} \} = - [M] \{ \mathbf{y}_{b}^{\circ} \}$$

式中, [M]为地基的质量矩阵; [C]为地基的阻尼矩 阵; [K]为地基的劲度矩阵; {y}为地基相对于岩基 面的位移列阵; {y}为地基相对于岩基面的速度列 阵; {y}为地基相对于岩基面的加速度列阵; {yb}为 岩基面的加速度列阵, 若岩基面仅作相同的水平地 震运动, 则{yb} = [1 0 1 0 ...]<sup>T</sup>yb= {Ix}yb

用振型叠加法求解, 设地基的相对位移{y}能 用较少的 *p* 阶振型表示<sup>[4]</sup>, 即

$$\{y\} = [\Phi]\{Y\}$$
 (3)

式中, [ $\Phi$ ]= [{ $\mathcal{P}_{1}$ { $\mathcal{P}_{2}$ ...{ $\mathcal{P}_{p}$ ]; {Y}= [ $Y_{1}(t) Y_{2}(t)$ ... $Y_{p}(t)$ ]<sup>T</sup>。

所取振型数与地基的自振频率及地面运动的频 谱特性有关, 一般只取少数几阶振型。将(3)代入运 动方程式(2), 得<sup>[5]</sup>

$$[M][\Phi]\{\check{y}\} + [C][\Phi]\{\check{y}\} + [K][\Phi]\{Y\} = - [M]\{I_x\}\check{y}_b^{\circ\circ}$$
(4)

以{Φ}<sup>7</sup>,前乘(4)式各项,利用振型矩阵[Φ]关 于质量矩阵[M]和劲度矩阵[K]的正交条件,并假 设振型矩阵[Φ]关于阻尼矩阵[C]也正交,可得 *p* 个 非耦连的方程式,即

$$\begin{split} \mathcal{Y}_{j}^{\circ} + 2\xi_{j}\omega_{j}Y_{j} + \omega_{j}^{2}Y_{j} &= -\eta_{y_{b}}^{\circ\circ} \\ (j = 1, 2, ..., p) \end{split}$$
(5)  
$$\omega_{j}^{2} = \frac{\{\mathcal{Q}_{j}^{T}[\mathbf{K}]\{\mathcal{Q}_{j}\}}{\{\mathcal{Q}_{j}^{T}[\mathbf{M}]\{\mathcal{Q}_{j}\}}; 2\xi_{j}\omega_{j} &= \frac{\{\mathcal{Q}_{j}^{T}[\mathbf{C}]\{\mathcal{Q}_{j}\}}{\{\mathcal{Q}_{j}^{T}[\mathbf{M}]\{\mathcal{Q}_{j}\}}; \\ \eta_{j} &= \frac{\{\mathcal{Q}_{j}^{T}[\mathbf{M}]\{I_{x}\}}{\{\mathcal{Q}_{j}^{T}[\mathbf{M}]\{\mathcal{Q}_{j}\}}; \end{split}$$

式中,  $\omega$  为第 *j* 阶振型的自振频率;  $\xi$  为该振型的阻 尼比;  $\eta$  为第 *j* 阶振型的振型参与系数。

由(5)式可知,只要知道基岩面的运动{y<sub>b</sub>},就可求出系统的响应。

# 3 岩基加速度的反演<sup>[5]</sup>

用已知地面控制点的绝对加速度 y<sub>s</sub>, 反推岩基面的加速度 y<sub>b</sub>, 并在频率域进行求解。首先对地面控制点的加速度 y<sub>s</sub>, 进行快速傅立叶变换, 可得

$$G(\overline{\omega}) = \frac{1}{y_{g}} (t) e^{-i\overline{\omega}t} dt$$

$$\frac{1}{y_{g}} (t) = \frac{1}{2\pi} + G(\overline{\omega}) e^{i\overline{\omega}t} d\overline{\omega}$$
(6)

基岩面加速度也有类似关系,即

$$B(\overline{\omega}) = \begin{bmatrix} y_{b}^{\circ\circ}(t) e^{-i\overline{\omega}t} dt \\ y_{b}^{\circ\circ}(t) = \frac{1}{2\pi} \begin{bmatrix} t \\ t \end{bmatrix} B(\overline{\omega}) e^{i\overline{\omega}t} d\overline{\omega}$$
(7)

对于  $y_{b=1}^{\circ\circ}$  1 ×  $e^{i\overline{\omega}t}$ 的典型情况, 振型坐标为

$$Y_j(t) = \widetilde{Y}_j(\overline{\omega}) e^{i\,\overline{\omega} t} \tag{8}$$

将式(8)和 $_{yb=}^{\circ\circ}$ 1× $e^{i\overline{\omega}t}$ 代入(5)式,可得复位移响应 函数为

$$\widetilde{Y}_{j}(\overline{\omega}) = -\eta_{H_{j}}(\overline{\omega})$$
(9)

其中复频响应函数

$$H_{j}(\overline{\omega}) = \frac{1}{\omega_{j}^{2}} \frac{1}{1 - \beta_{j}^{2} + 2i\xi_{j}\beta_{j}}, \ \beta_{j} = \frac{\overline{\omega}}{\omega_{j}} \qquad (10)$$

复加速度响应函数为:

$$\widetilde{Y}_{j}(\overline{\omega}) = - \widetilde{Y}_{j}(\overline{\omega})\overline{\omega} = \eta_{H_{j}}(\overline{\omega})\overline{\omega}$$
(11)

于是单位岩基面加速度在控制点引起的第<sub>j</sub>振 型相对加速度传递函数为

$$Q_{j}(\vec{\omega}) = \mathcal{Q}_{j} \eta_{H_{j}}(\vec{\omega}) \vec{\omega}$$
(12)  
式中,  $\mathcal{Q}_{j}$ 是第 j 振型控制点的振型坐标。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

(2)

总的传递函数为各振型传递函数之和,即

$$Q_{j}(\overline{\omega}) = \int_{j=1}^{p} Q_{j}(\overline{\omega})$$
(13)

由基岩面加速度引起控制点的相对加速度为

$$y_{g}^{\circ\circ} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+} Q(\overline{\omega})B(\overline{\omega})e^{i\,\overline{\omega}\,t}d\overline{\omega} \qquad (14)$$

该控制点的绝对加速度为相对加速度与岩基面 加速度之和, 即

$$y_{g} = y_{g} + y_{b}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-}^{+} Q(\overline{\omega})B(\overline{\omega})e^{i\overline{\omega}t}d\overline{\omega} + \frac{1}{2\pi} \int_{-}^{+} B(\overline{\omega})e^{i\overline{\omega}t}d\overline{\omega}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-}^{+} [Q(\overline{\omega}) + 1]B(\overline{\omega})e^{i\overline{\omega}t}d\overline{\omega} \qquad (15)$$

比较式(6)和(15),得出 $G(\overline{\omega}) = [Q(\overline{\omega}) + 1]B(\overline{\omega}),$ 于是有 $B(\overline{\omega}) = \frac{G(\overline{\omega})}{Q(\overline{\omega}) + 1}$ 

由傅立叶逆变换求得岩基面加速度为

$$y_{b}^{\circ} = \frac{1}{2\pi} + \frac{G(\overline{\omega})}{Q(\overline{\omega}) + 1} e^{i\overline{\omega}t} d\overline{\omega}$$
(16)

根据上述推导即可编制地震记录反演的有限元 程序,其流程图如图 3 所示<sup>[6]</sup>。



## 图 3 地震记录反演的有限元程序流程图

Fig 3 Finite element flow sheet of the inversion earthquake recording

-7

## 4 算例<sup>[7,8]</sup>

某混凝土重力坝高 103 m, 经受最大地面加速 度约为 0 5 g 的地震过程, 大坝颈部开裂。这里采用 海仑那(Helena) 地震波(最大地面加速度约为 0 5 g), 通过反演分析, 得到基岩地震记录历时曲线, 分 别用前述 2 种不同地震动输入方式, 进行坝体地震 动力分析, 得到空库坝体颈部最大动应力及坝体最 大动位移如表 1 所示。

#### 表1 不同地震波输入方式的结构计算

Table 1 The structure calculation chart of

different earthquake wave inputs

输入方式 Input method	颈部最大 拉应力/ (kN · m <sup>-2</sup> ) The m ax in um stress	最大 动位移 ⁄m The m ax in um disp lacem en t
直接输入Direct input	- 452 7	0 054
反演后输入 Inversion input	- 245.3	0 028
实际观测值 A ctual observed value	- 285.5	0 031

从计算结果(表 1)可以看出,颈部最大动应力 发生的位置和规律均基本一致。但地震波输入方式 不同,相应的动力响应有较大差异,其中以直接输入 地面地震波的动力响应较大(图 4),通过将地面地 震波反演到岩基的动力响应相对较小(图 5)。

# 5 结 论

1) 由图 4 和图 5 比较可以发现, 地震波输入方 式不同, 大坝与地基动力相互作用的动力响应有较 大差异。

2)把地面地震记录直接作为岩基面地震记录, 从理论上讲不太合理,因为自由场记录从岩基面传 播到坝底时已被放大,从而引起坝体动力反应的放 大(图 4)。因此,通常采用有刚度无质量地基,这在 一定程度可以反映大坝与地基动力间的相互作用, 但由于忽略了地基惯性而人为地放大了系统的自振 频率。

3) 由地面地震自由场加速度记录反推岩基面的 运动{y<sub>b</sub>}, 然后计算{y<sub>b</sub>}引起的建筑物动力响应<sup>[3]</sup>, 这种方法由地面地震记录反演确定基岩的运动, 是 一种较合理的地震记录输入方法(图 5), 其结果更 加接近实际工况, 与建筑物实测的动力响应比较吻 合。



图 4 直接输入主应力等值线图 Fig 4 The non-inversion of the principal stress isoline



15 反澳后输入主应刀寺值线路 Fig 5 The inversion of the principal stress isoline

## [参考文献]

- [1] 欧进萍, 王光远 结构随机振动[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998 121-130
- [2] 应怀樵 波形和频谱分析与随机数据处理M ] 北京: 中国铁道出版社, 1983. 223-313.
- [3] [日]大崎顺彦著 地震动的谱分析入门[M] 吕敏申, 谢礼立, 译 北京: 地震出版社, 1980 202- 239
- [4] [法]努斯鲍默 H J. 快速傅里叶变换和卷积算法[M]. 胡光锐, 译 上海: 上海科学技术文献出版社, 1984-104-133.
- [5] 赵光恒 结构动力学[M] 北京: 中国水利水电出版社, 1996 120- 144.
- [6] 王勖成, 邵 敏 有限单元法基本原理和数值方法 [M] 北京:清华大学出版社, 1997. 443-482
- [7] 刘小生, 王钟宁. 面板堆石坝振动模型试验及动力分析研究[J]. 水利学报, 2002, (2): 29-35.

[8] 尹显俊, 王光纶, 张楚汉, 等. 溪洛渡拱坝动力分析[J]. 水力发电学报, 2004, (1): 7-30.

# Inversion analysis of the earthquake wave of hydraulic structure in power calculation

FENG Xu<sup>1</sup>, L I Xue-yuan<sup>2</sup>, ZHO U L i<sup>3</sup>

(1 Yang ling V ocational and T echnical College, Yang ling, S haanx i 712100, China;
2W ater Conservancy B ureau of Q iany ang County, Q iany ang, S haanx i 721100, China;
3 X i'an Communication College, Chang'an, S haanx i 710106, China)

Abstract: This paper presents the fast Fourier transform algorithm (FFT) in the digital frequency analysis and the inversion of earthquake wave Taken the case of project of dynamical reciprocity between dam and foundation, two methods of earthquake wave input were analyzed and compared The result indicated that the data of surface earthquake wave reversed on the foundation rock was regarded as the earthquake wave that the building dynamically responded to. This calculation is close to the actual condition.

Key words: hydrostatic structure; power calculation; seism ic wave; inversion calculation