

割离井公式反求水文地质参数的试算法研究^{*}

常安定, 刘元会, 马 良

(长安大学 理学院, 陕西 西安 710064)

[摘 要] 分析了无上、下补给, 井内定水位且初始水位呈水平时, 均质含水层中割离井渗流模型的出水量公式, 引进了仅与相对井径有关的井流函数, 通过井流函数性质的研究, 将试算法引入割离井法反求水文地质参数, 其步骤与常用泰斯试算法的步骤相似。最后用实例进行验证, 其结果与目前已有的方法相近。

[关键词] 割离井法; 流量公式; 水文地质参数; 试算法

[中图分类号] O 357. 3

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2005)03-0109-04

在地下水资源评价、动态预报和其他水文地质计算工作中, 都需要确定含水层的水文地质参数, 如渗透系数 K 值、给水度(释水系数) μ 值及水位传导系数 a 值等。这些参数确定的是否正确, 决定着水文地质计算成果的可靠程度。

通过非稳定流抽水试验推求水文地质参数, 要用非稳定井流公式, 而在这些公式中使用最多的是泰斯公式, 为了用这个公式反求水文地质参数, 泰斯^[1]、雅各布^[2]、周文德^[3]等先后研究出一系列便于操作的方法, 如泰斯配线法、雅各布图解法、周文德作图法以及试算法等。正是由于这些求解方法的出现, 才使泰斯公式得以广泛应用, 即使某些并不适宜的场所, 如对潜水含水层的求参计算。对于潜水含水层的渗流计算, 李佩成院士^[4]经过多年的实践和深入的理论分析, 于1964年提出了一种适合潜水含水层的地下水非稳定渗流计算公式——割离井法系列公式, 该公式已被广泛应用在地下水渗流计算、地下水资源评价和综合评判中。但如何利用割离井法系列公式反求水文地质参数, 是目前迫切需要解决的实际问题。

虽然割离井法的计算机求解工作已经完成^[5, 6], 参数反求也得到了一些成果^[7~9], 但这些结果与目前常用的配线法、直线图解法等还有一定差距, 特别是利用计算机反求参数还需要进一步研究改进。本文试图通过对割离井法公式反求水文地质参数的试算法进行研究, 以期对潜水含水层的水文地质参数的确定提供科学依据。

1 割离井法的井流函数

无上、下补给, 井内定水位且初始水位呈水平时, 对均质含水层中的割离井渗流模型, 井的出水量公式为^[4]:

$$Q(t) = 4\pi K h_0 S_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-\lambda_n^2 \beta t} \quad (1)$$

式中, K 为含水层渗透系数(m/d); h_0 为进井水位(m), 忽略水跃值 Δh 时即为井的动水位, 此处取常数; $S_0 = H_0 - h_0$, 为井内定降深(m), 其中 H_0 为含水层初始厚度(m); $B_n = \frac{J_1^2(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n x_0) - J_1^2(\lambda_n)}$ 为流量系数, 其中 $J_0(x)$, $J_1(x)$ 为第一类零阶、一阶贝塞尔函数, λ_n 是自变量为 λ 的超越方程 $J_0(\lambda x_0) Y_1(\lambda) - J_1(\lambda) Y_0(\lambda x_0) = 0$ 的解, $Y_0(x)$, $Y_1(x)$ 为第二类零阶、一阶贝塞尔函数, x_0 为相对井径(无量纲), $x_0 = r_0/R_0$, 其中 r_0 为抽水井半径(m), R_0 为取水半径(m); $\beta = a/R_0^2$ (1/d), 其中 a 为水位传导系数(m²/d), $a = \frac{T}{\mu} = \frac{KH_p}{\mu}$, μ 为给水度(无量纲), H_p 为计算时段内含水层的平均厚度(m), 此处取 $H_p = (H_0 + h_0)/2$; t 为抽水时间(d)。

在公式(1)中, 令 $u = e^{-t\beta}$, 则(1)式变为

$$Q = 4\pi K h_0 S_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_n u^{\lambda_n^2} \quad (2)$$

再令

$$W(u) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n u^{\lambda_n^2} \quad (3)$$

则(1)式简化为

^{*} [收稿日期] 2004-05-24

[基金项目] 长安大学基础科学发展基金“非稳定井流问题渗流规律及解析解的研究”(0305-1001)

[作者简介] 常安定(1964-), 男, 陕西大荔人, 副教授, 博士, 主要从事地下水渗流理论研究。

$$Q = 4\pi K h_0 S_0 W(u) \quad (4)$$

由式(1)表达式不难看出, $\lambda_n (n=1, 2, \dots)$ 与抽水井的井径 r_0 和取水半径 R_0 有关, 即由相对井径 x_0 确定; (3) 式中的 $W(u)$ 仅与相对井径 x_0 有关, $W(u)$ 可作为理论曲线, 可称 $W(u)$ 为无上、下补给且井内定水位时割离井法流量公式的井流函数, 简称为井流函数。

2 割离井公式的试算法

所谓试算法, 就是根据非稳定渗流的井流公式, 取定 2 个确定的时间或距主井的距离值, 按照公式的特点进行某种运算或变换, 得到 1 个仅含所估计参数或其函数的一元方程, 由于此方程的复杂性, 不便直接求解, 而采用试算的方法求解。

取定 t_1 和 t_2 , 且 $t_1 < t_2$, 则 $\frac{t_2}{t_1} = C_1$ 为定值且大于 1, 此时

$$u_1 = e^{-u_1 \beta} \quad (5)$$

$$u_2 = e^{-u_2 \beta} = e^{-u_1 \beta \frac{t_2}{t_1}} = u_1^{C_1} = u_1^{C_1} \quad (6)$$

从而有

$$W(u_2) = W(u_1^{C_1}) = W(u_1^{C_1}) \quad (7)$$

由(4)式知

$$\begin{cases} Q_1 = 4\pi K h_0 S_0 W(u_1) \\ Q_2 = 4\pi K h_0 S_0 W(u_2) \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{则} \quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{W(u_1)}{W(u_2)} = \frac{W(u_1)}{W(u_1^{C_1})} \quad (9)$$

在式(9)中, 当给定时间 t_1 和 t_2 , 并由抽水试验得到 Q_1 和 Q_2 值后, 式(9)变为一个以 u_1 为未知数的一元方程, 此方程仅与 x_0 有关; 由(3)式 $W(u)$ 的表达式知, 直接求解方程(9)是十分困难的, 但可按试算法进行求解。为了方便, 令 $\frac{Q_1}{Q_2} = C_2$, 则式(9)变为

$$C_2 = \frac{W(u_1)}{W(u_1^{C_1})} \quad (10)$$

(10) 式右端记为试算函数, 即

$$y = y(u) = \frac{W(u)}{W(u^{C_1})} \quad (11)$$

则式(10)为关于未知量 u 的一元非线性方程

$$y(u) = C_2 \quad (12)$$

u_1 为该方程的解。

随着抽水时间的增加, 抽水量减少, 即给定 x_0 , 由(2)式和(3)式知, $W(u)$ 是关于 u 的增函数, 即随

着 u 的减小, $W(u)$ 的值随之减小, 从而当 $C_1 > 1$ 时, 由于 $u < 1$, $W(u)/W(u^{C_1}) > 1$, 且随着 u 的增大, 试算函数的值减小, 即函数 $y(u)$ 是关于 u 的减函数, 且函数值大于 1。图 1 绘出了 $C_1 = 1.2$, 不同 x_0 时试算函数 $y(u)$ 的曲线。

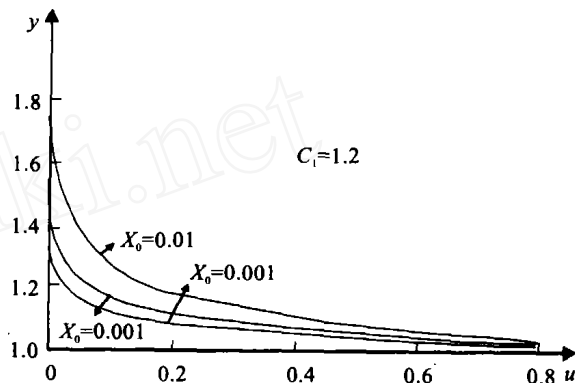


图 1 不同 x_0 时, 试算函数曲线

Fig 1 The curves of trial and error to different relative well diameter x_0

按照(12)式, 即可用试算法求出 u_{10} 。取一个 u 值, 计算 $W(u)$ 和 $W(u^{C_1})$ 及其比值 $y(u)$, 若比值不等于 C_2 , 重新取 1 个 u 值进行计算, 直到比值等于 C_2 为止, 此时的 u 值即为 u_{10} 。由于 $C_1 > 1$ 时, 当计算出的比值小于 C_2 时, 重新取的 u 值小于上次的 u 值, 可使比值增大; 反之, 取较大的 u 值, 使比值减小, 从而使比值接近 C_2 。也可通过多次试算, 绘出 u 与 $y(u)$ 的图形, 取纵坐标为 C_2 的 u 值即为确定的 u_1 值。

有了 u_1 的值, 用式(3)即可求出 $W(u_1)$ 的值, 再由式(4)、(5)及各参数的表达式, 可采用下列公式来确定各参数, 公式中的 u, t 为 u_1 和 t_1 , 则有

$$K = \frac{Q}{4\pi h_0 S_0 W(u)}, \beta = \frac{\ln \frac{1}{u}}{t} \quad (13)$$

$$a = \beta R_0^2, \mu = \frac{K h_0}{a} = \frac{K(H_0 + h_0)}{2a} \quad (14)$$

3 实例计算

例: 有一潜水含水层, 其厚度 $H_0 = 20$ m, 试验井穿透含水层到达不透水底板。井径 2 m, 即 $r_0 = 1$ m; 在该井上进行定落程的抽水试验, 并将水位降 S_0 固定为 6 m, 在不同时刻 t (d) 井的出水量 Q (m^3/d) 列于表 1, 取水半径为 200 m。根据抽水资料, 用试算法对各水文参数进行估计。

表1 不同时刻t的出水量Q

Table 1 The discharges Q to different time t

t/d	Q/(m ³ ·d ⁻¹)	t/d	Q/(m ³ ·d ⁻¹)	t/d	Q/(m ³ ·d ⁻¹)
1	684	10	532	25	460
2	631	15	505	30	438
5	571	20	482		

解: 由上述条件可知: $h_0=H_0-S_0=14\text{ m}$, $x_0=1/200=0.005$; 取时间 $t_1=5\text{ d}$ 和 $t_2=10\text{ d}$ 的出水量 Q_1 和 Q_2 进行试算。此时, $C_1=t_2/t_1=2$, $C_2=Q_1/Q_2=571/532=1.073\ 308$ 。求解方程(12), 其试算结果

如表2所示。表2中第1, 4, 7列为试算变量 u 的取值, 第2, 5, 8列为相应的试算函数 $y(u)$ 的值, 第3, 6, 9列为方程(12)的根 u_1 。取试算值 u 时, 左端与右端的差 $y(u)-C_2$ 。

表2 试算法计算结果

Table 2 The results of trial calculating methods

u	y(u)	y(u)-C ₂	u	y(u)	y(u)-C ₂	u	y(u)	y(u)-C ₂
0.5	1.354	0.280 09	0.855	1.070 8	-0.002 52	0.850 45	1.073 3	-0.000 02
0.9	1.047	-0.026 23	0.851	1.072 9	-0.000 32	0.850 446	1.076 5	-9.5×10 ⁻⁸
0.85	1.073 5	0.000 22	0.850 5	1.073 2	-0.000 05			

在试算过程中, 由表2中第3行取值的正、负及绝对值的大小, 决定下1个试算值是大于或小于上1个试算值及其改变幅度的大小。由表2可知, 试算结果为: $u_1=0.850\ 466$, 由式(3)计算得 $W(u_1)=0.100\ 955$; 由式(13)、(14)可求得 $K=5\ 358\ 2\text{ m/d}$, $\beta=0.032\ 4\text{ d}^{-1}$, $a=1\ 295\ 77\text{ m}^2/\text{d}$, $\mu=0.070\ 3$ 。

李佩成院士在文献[1]中, 将公式(1)中的无穷项简化仅取前4项, 采用图表法的求解结果为 $K=5\ 0\text{ m/d}$, $\beta=0.021\ 25\text{ d}^{-1}$, $a=850\text{ m}^2/\text{d}$, $\mu=0.1$, 与本文研究结果相近。可以看出, 将试算法引入割离井法公式反求潜水含水层水文地质参数是可行的, 由于该方法易理解, 操作性强, 且需要的实测资料少, 对于反求潜水含水层的水文地质参数有一定的实际意义。

4 结 论

1) 在无上、下补给, 井内定水位且初始水位呈水

平时, 均质含水层割离井渗流模型的出水量公式中, 引进无量纲量 $u=e^{-\beta r}$ 和理论曲线 $W(u)$, 可简化井的出水量公式, 理论曲线仅与相对井径有关, 且为增函数。

2) 选定抽水过程的2个时刻 t_1 和 $t_2(t_1<t_2)$, 测定相应的出水量为 Q_1 和 Q_2 , 则有常数 $C_1=t_2/t_1$ 及 $C_2=Q_1/Q_2$, 引入试算函数 $y=y(u)$, 该函数也是无量纲量 u 的减函数, 此时反求参数问题转化为求关于未知量 u 的一元非线性方程的解 u_1 , 就可求出水文地质参数。

3) 实例验证表明, 本文提出的试算法所得结果与目前已有方法的计算结果相近。

4) 用割离井、试算法反求水文地质参数, 步骤与常用泰斯试算法步骤相似, 理论曲线的计算与泰斯试算法相差较大。由于试算法易理解, 易操作而便于实际应用, 对于反求潜水含水层的水文地质参数有一定的实际意义。

[参考文献]

[1] Theis C V. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage[J]. Trans of American Geophysical Union, 1935, 16: 519- 524

[2] Cooper H H, Jacob C E. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well field history[J]. Trans of American Geophysical union, 1946, 27: 526- 534

[3] 薛禹群, 朱学愚, 吴吉春, 等. 地下水动力学[M]. 北京: 地质出版社, 1997. 98- 102

[4] 李佩成. 地下水非稳定渗流解析法[M]. 北京: 科学出版社, 1990. 116- 144

[5] 张艳杰. 地下水“隔离井法”计算的微机实现[J]. 西安公路交通大学学报, 1997, (3): 37- 40

[6] 李佩成, 卢玉东, 张艳杰, 等. 再论渗流计算的割离井法及其微机实现[J]. 灌溉排水, 1998, (1): 1- 4

- [7] 李佩成 测算潜水含水层渗透系数的“割离井法”[J]. 西北农学院学报, 1981, (4): 57- 70
- [8] 魏小妹, 李佩成 利用“割离井法”确定水文地质参数的图解法[J]. 地下水, 1993, (4): 141- 143
- [9] 常安定 级数的截断误差和割离井法的计算机实现[M]. 西安: 西安地图出版社, 2003 159- 180

Trial calculating method of disculculating the hydrogeology parameters by using the isolated-well formulas

CHANG An-ding, LIU Yuan-hui, MA Lianq

(Math. and Phy. Institute of Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)

Abstract: By analyzing and simplifying the isolated-well discharge formulas with water level in the well fixed and the homogeneous isotropic aquifer having no recharge from up and down, the curves of this type, only related to the relative diameter of the well, have been figured. The method of trial and error has been inserted to the method of isolated-well to inversely calculate the hydrogeology parameters by researching into the property of the well-function. The steps are similar to the algorithm of Theis. In the end, verified by examples, the results resemble those of the other methods.

Key words: discharge formula of the isolated-well method; flow formula; geohydrology parameter; trial calculating method

(上接第 108 页)

Abstract ID: 1671-9387(2005)03-0105-EA

Study on probability distribution of agricultural drought extent

QIU Lin¹, CHEN Xiao-nan¹, DUAN Chun-qing²

(1 North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Equipment Department, Zhengzhou, Henan 450008, China;

2 Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

Abstract: The quantitative model of agricultural drought evaluation was established after analyzing the present evaluation indexes. Based on this new model, which can correctly reflect the loss caused by the agricultural drought, the probability distribution of drought extent for agriculture was studied with simulated method and non-parameters inspection, and the probability distribution of local agricultural drought extent was calculated by using the actual data of Puyang city, Henan province.

Key words: agricultural drought extent; probability distribution; evaluation criteria; non-parameters inspection