

# 基于Wilson-θ法与Riccati算法的水轮发电机组轴系非线性动态响应求解方法\*

乔卫东<sup>a</sup>, 李郁侠<sup>b</sup>, 刘宏昭<sup>a</sup>, 马 薇<sup>b</sup>

(西安理工大学 a 机械与精密仪器学院; b 水利水电学院, 陕西 西安 710048)

[摘 要] 主要讨论了水轮发电机组非线性动态响应的求解方法, 在建立机组非线性力学模型的基础上, 采用Wilson-θ法与Riccati传递矩阵法, 推导出了机组轴系动态响应的计算公式。实例验证表明, 该方法计算程序简单, 运行可靠, 能够满足工程中对机组动态响应计算求解的需要。

[关键词] 水轮发电机组; 轴系; 动态响应; Wilson-θ法; 传递矩阵法

[中图分类号] TK730.2

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2005)01-0145-05

近年来, 随着我国水电事业的蓬勃发展, 尤其像三峡工程等一批大型水电站的建成, 水轮发电机组运行过程中的振动问题越来越受到人们的重视。目前, 对转子系统动力特性的研究主要集中在汽轮机、压缩机等高速旋转机械上, 而对水轮发电机组这样的低速旋转机械的研究还不够深入。由于机组结构及载荷的复杂性, 对机组动力特性的研究有待于进一步完善。对于机组轴系动态响应的计算是转子动力学研究的主要内容之一, 目前的计算方法主要有模态叠加法、直接时域积分法和传递矩阵法<sup>[1]</sup>, 本研究在综合考虑机组油膜力和电磁拉力非线性本质的前提下, 采用Wilson-θ法与Riccati传递矩阵法, 给出了水轮发电机组主轴系统的非线性力学模型的动态响应求解方法, 以满足对机组动力响应进行求解计算及机组轴系横向振动计算机仿真的需要。

## 1 机组轴系的建模

### 1.1 转子质量的离散化

水轮发电机主轴是一个质量连续分布的弹性系统, 具有无穷多个自由度, 在转子动力学中, 多采用集中质量法将转子简化为具有若干集中质量的多自由度系统, 即沿机组轴线把整个转子质量和转动惯量集中到若干个结点上, 这些结点常选在各轴段截面有突变处及发电机转子、转轮、轴颈中心等位置。

### 1.2 导轴承

水轮发电机组一般多采用立式结构, 其径向约

束采用2~3个滑动轴承, 称为导轴承。整个机组轴系本质上为非线性系统, 作用于其上的非线性力学因素很多, 其中导轴承处的油膜力非线性表现最为强烈, 其非线性表达式为<sup>[2]</sup>:

$$F = F(D - D_b, \dot{D} - \dot{D}_b) \quad (1)$$

式中,  $D, \dot{D}$  为导轴承处轴颈的位移及其速度矢量表达式;  $D_b, \dot{D}_b$  为导轴承处支架的位移及其速度矢量表达式。

### 1.3 推力轴承

推力轴承对轴系起到了轴向支撑作用, 当推力轴承的镜板随轴的弯曲振动而倾斜时, 油膜力会提供恢复力矩和阻尼力矩, 相当于有转角弹簧和转角阻尼并联作用的结果, 其表达式为<sup>[3]</sup>:

$$\begin{Bmatrix} L_x \\ L_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_\theta & 0 \\ 0 & k_\varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ \varphi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_\theta & 0 \\ 0 & c_\varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中,  $L_x, L_y$  为油膜力提供的恢复力矩;  $\theta, \varphi$  为  $x, y$  方向的转角,  $k_\theta, k_\varphi, c_\theta, c_\varphi$  分别为  $\theta, \varphi$  方向上的弹簧刚度和阻尼器的阻尼。

### 1.4 电磁拉力

当机组发电机定子与转子间存在不均匀气隙时, 将在二者之间产生不平衡电磁拉力, 其大小为转子位移的非线性函数。文献[4]采用保角变换简化边界条件的方法得到了磁势的解析表达式, 进而对磁通密度进行积分得到非线性磁拉力的表达式:

\* [收稿日期] 2004-01-14

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目(50075068)

[作者简介] 乔卫东(1969-), 男, 陕西合阳人, 讲师, 在职博士, 主要从事水轮发电机组振动研究。

$$f = \left( \frac{\mu_0 \pi L F_0^2}{\lambda} \right) / \ln^2 \left( \frac{1/R_0 + b}{1/R_1 + a} \right) \quad (3)$$

式中,  $R_1$  为定子铁心的内径;  $R_0$  为转子外圆的半径;  $L$  为径向磁回路的轴向长度;  $\mu_0$  为磁导率,

$\lambda = 1/e \sqrt{\left( \frac{R_1^2 + R_0^2 - e^2}{2} \right)^2 - R_1^2 R_0^2}$ , 其中,  $e$  为转子

相对于定子的偏心距;  $a = \sqrt{\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{\lambda^2}}$ ,  $b = \sqrt{\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{\lambda^2}}$ ;

$F_0$  为定子的磁势,  $F_0 = \bar{B} \cdot \delta / \mu_0$  (其中  $\bar{B}$  为气隙平均磁通密度,  $\delta$  为气隙)。

### 1.5 水封

水封中的流体对轴系作用有激励力, 其形成机理和动压滑动轴承中的油膜力有许多相似之处, 但其流体动力学方程要比动压滑动轴承的 Reynolds 方程复杂得多。传统的方法是将水封中流体引起的作用在轴系上的激励力线性化为下式:

$$\begin{Bmatrix} f_{sx} \\ f_{sy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{sxx} & c_{sxy} \\ c_{syx} & c_{syy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{sxx} & k_{sxy} \\ k_{syx} & k_{syy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中,  $x, y, \dot{x}, \dot{y}$  分别为密封环处的位移、速度;  $k_{sxx}, k_{sxy}, k_{syx}, k_{syy}, c_{sxx}, c_{sxy}, c_{syx}, c_{syy}$  为水封动力特性系数。

### 1.6 机架

机架对导轴承起支撑作用, 其支撑结构一般可简化为参振质量、弹簧和阻尼组成的单自由度系统, 并与油膜支撑串联。

## 2 机组轴系瞬态响应计算方法

作者采用 Wilson- $\theta$  法与 Riccati 传递矩阵法相结合求解轴系的瞬态响应, Wilson- $\theta$  法是逐步积分法的一种, 是求解系统动力响应的直接积分法, 不需要求解振型和频率, 因此对各系数矩阵的形式没有限制。其基本过程是: 当某时刻  $t$  瞬时结点的位移、速度、加速度已知, 同时还知道该结点  $t + (\theta \Delta t)$  时刻的位移, 则可由下式

$$\begin{aligned} \bar{q}_{t+\Delta t} &= \frac{6}{\theta \Delta t^2} (q_{t+\theta \Delta t} - q_t) - \frac{6}{\theta \Delta t} \dot{q}_t + (1 - \frac{3}{\theta}) \ddot{q}_t \\ \dot{q}_{t+\Delta t} &= \dot{q}_t + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{q}_{t+\Delta t} + \ddot{q}_t) \\ q_{t+\Delta t} &= q_t + \dot{q}_t \Delta t + \frac{\Delta t^2}{6} (\ddot{q}_{t+\Delta t} + 2\ddot{q}_t) \end{aligned} \quad (5)$$

求得  $t + \Delta t$  时刻的位移、速度、加速度, 依此递推, 就可以求得以后任意瞬时各结点的位移、速度、加速度; 对于  $t + (\theta \Delta t)$  时刻轴系各结点的位移, 可用 Riccati 传递矩阵法求得。

### 2.1 结点的运动微分方程

质量离散化后的轴系各结点的受力情况如图 1

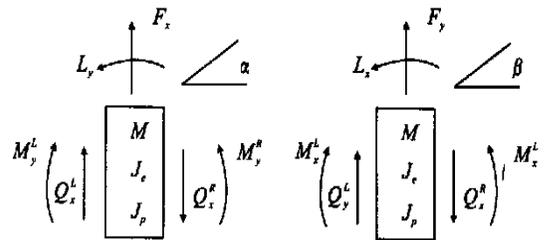


图1 节点受力分析

Fig 1 Force analysis of node 所示。

设结点的质量、直径转动惯量和极转动惯量分别为  $m, J_e, J_p$ , 则其运动方程是

$$\begin{aligned} m \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} Q_x^L - Q_x^R \\ Q_y^L - Q_y^R \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \\ J_e \begin{Bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{Bmatrix} + J_p \Omega \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ -\dot{\alpha} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} M_y^R - M_y^L \\ M_x^R - M_x^L \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} L_y \\ L_x \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $F_x, F_y, L_x, L_y$  分别是作用于该结点上的激励力和力矩。本文机组力学模型中涉及的各力学项均以激励力和力矩形式代入(6)式进行计算。

### 2.2 单元传递矩阵

为求得轴系各截面状态向量间的关系, 引入状态向量  $f = \{M_x, Q_x, M_y, Q_y\}^T$ ,  $e = \{\alpha, x, \beta, y\}$ , 并将结点  $i$  和其下面的轴段一起组成一个部件, 则可由文献[5]的方法及式(6)得到  $t + (\theta \Delta t)$  瞬时部件的传递矩阵为:

$$\begin{Bmatrix} f \\ e \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f \\ e \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} F_f \\ F_e \end{Bmatrix}_i \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} [u_{11}] &= \begin{bmatrix} 1 & l & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ [u_{21}] &= \frac{l}{EI} \begin{bmatrix} 1 & l/2 & 0 & 0 \\ l/2 & l^2/6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l/2 \\ 0 & 0 & l/2 & l^2/6 \end{bmatrix} \\ [u_{12}] &= \begin{bmatrix} \frac{6J_e}{(\theta \Delta t)^2} & -\frac{6m l}{(\theta \Delta t)^2} & \frac{3J_p \Omega}{\theta \Delta t} & 0 \\ 0 & -\frac{6m}{(\theta \Delta t)^2} & 0 & 0 \\ -\frac{3J_p \Omega}{\theta \Delta t} & 0 & \frac{6J_e}{(\theta \Delta t)^2} & -\frac{6m l}{(\theta \Delta t)^2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{6m}{(\theta \Delta t)^2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$[u_{22}] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{6J_e}{EI(\theta\Delta t)^2} & -\frac{3m l^2}{EI(\theta\Delta t)^2} & \frac{3J_p\Omega}{EI\theta\Delta t} & 0 \\ l + \frac{3J_e l^2}{EI(\theta\Delta t)^2} & 1 - \frac{m l^3}{EI(\theta\Delta t)^2} & \frac{3J_p\Omega l^2}{2EI\theta\Delta t} & 0 \\ -\frac{3J_p\Omega l}{EI\theta\Delta t} & 0 & 1 + \frac{6J_e l}{EI(\theta\Delta t)^2} & -\frac{3m l^2}{EI(\theta\Delta t)^2} \\ -\frac{3J_p\Omega l^2}{2EI\theta\Delta t} & 0 & l + \frac{3J_e l^2}{EI(\theta\Delta t)^2} & 1 - \frac{m l^3}{EI(\theta\Delta t)^2} \end{bmatrix}$$

$$\{F_f\} = \begin{Bmatrix} A_1 + B_1 \\ B_1 \\ A_2 + B_2 \\ B_2 \end{Bmatrix} \quad \{F_e\} = \frac{L}{EI} \begin{Bmatrix} A_1 + \frac{L}{2}B_1 \\ \frac{L}{2}A_1 + \frac{L^2}{6}B_1 \\ A_2 + \frac{L}{2}B_2 \\ \frac{L}{2}A_2 + \frac{L^2}{6}B_2 \end{Bmatrix}$$

矩阵元素中,  $l$  为轴段长度;  $EI$  为抗弯刚度。另有

$$\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = -\frac{3}{\theta\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{2J_e}{\theta\Delta t} & J_p\Omega \\ -J_p\Omega & \frac{2J_e}{\theta\Delta t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}_t - \begin{bmatrix} \frac{6J_e}{\theta\Delta t} & 2J_p\Omega \\ -2J_p\Omega & \frac{6J_e}{\theta\Delta t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix}_t - \frac{\theta\Delta t}{2} \begin{bmatrix} \frac{4J_e}{\theta\Delta t} & J_p\Omega \\ -J_p\Omega & \frac{4J_e}{\theta\Delta t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}_{t+\theta\Delta t} - \begin{Bmatrix} L_y \\ L_x \end{Bmatrix}_{t+\theta\Delta t}$$

$$\begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix} = \frac{6m}{(\theta\Delta t)^2} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_t + \frac{6m}{\theta\Delta t} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix}_t + 2m \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix}_t + \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}_{t+\theta\Delta t}$$

2.3 初始时刻各结点的初始加速度

在式(7)的求解中, 需知初始时刻各结点的初始

位移、速度、加速度。一般情况下初位移、初速度已知, 而初始加速度可通过式(8)求得, 设  $i$  为结点, 则

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix}_i = \frac{1}{m_i} \left[ (\eta)_{i-1} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_{i-1} + (\eta)_{i-1} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}_{i-1} - [(\eta)_{i-1} + (\eta)_{i-1}] \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_i + [(\eta)_{i-1} - (\eta)_i] \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}_i + (\eta)_i \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_{i+1} - (\eta)_i \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}_{i+1} + \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}_i \right]$$

$$+ \frac{1}{(J_e)_i} \left[ (J_p)_{i-1} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix}_i - (\eta)_{i-1} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_{i-1} - (\eta)_{i-1} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}_{i-1} + [(\eta)_{i-1} - (\eta)_i] \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_i - \sum_{j=i-1}^i (\eta_j - \eta_j) \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}_j + (\eta)_i \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_{i+1} - (\eta)_i \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}_{i+1} + \begin{Bmatrix} L_y \\ L_x \end{Bmatrix}_i \right] \quad (8)$$

式中,  $(\eta)_{i-1} = \left[ \frac{12EI}{l^3} \right]_i$ ,  $(\eta)_i = \left[ \frac{1}{2}l\eta_h \right]_i$ ,  $(\eta)_i = \left[ \frac{1}{6}l^2\eta_p \right]_i$

由式(7)可导出如下流动方程:

$$\begin{aligned} [s]_{i+1} &= [u_{11}s + u_{12}]_i [u_{21}s + u_{22}]_i^{-1} \\ [p]_{i+1} &= \{u_{11}p + F_f\}_i - [s]_{i+1} [u_{21}p + F_e]_i \end{aligned} \quad (10)$$

2.4  $t + (\theta\Delta t)$  瞬时各结点的位移

在轴系简化模型中, 对于任一轴段单元, 上下两端状态向量间的关系如式(7)所示。引入Riccati变换:

$$\{f\}_i = [s]_i \{e\}_i + \{p\}_i \quad (9)$$

根据轴上端边界条件  $f_1 = 0, e_1 = 0$  可知:  $[s]_1 = 0, \{p\}_1 = 0$ 。由此根据式(10)从上向下递推出各截面的  $s_i$  和  $p_i$  ( $i = 2, 3, \dots, N + 1$ ), 再由下端边界条件  $f_{N+1} = 0$  和式(9)得:

$$\{e\}_{N+1} = - [s]_{N+1}^{-1} \{p\}_{N+1} \quad (11)$$

由式(7)和(9)可得:

$$\{e\}_i = [u_{21}s + u_{22}]_i^{-1} (\{e\}_{i+1} - [u_{21}p + F_e]_i) \quad (12)$$

这样由式(11)和(12)就可依次求出各截面的 $\{e\}_i$ , 再由式(9)可求出各截面的 $\{f\}_i$ 。这样 $t + (\Theta\Delta t)$ 时刻各截面状态向量就可求出。

从初始时刻 $t_0$ 开始,先用Riccati传递矩阵法求出 $t_0 + (\Theta\Delta t)$ 时刻各结点的位移,再用Wilson- $\theta$ 法求出 $t_0 + \Delta t$ 时刻各结点的位移、速度和加速度,依此类推,就可得到轴系各结点不同时刻的位移、速度、加速度响应。算法中取 $\theta = 1.45$ ,可保证计算数值的稳定。

### 2.5 几个问题的解决

#### 2.5.1 $t + (\Theta\Delta t)$ 时刻各外力、外力矩的数值计算

在用Riccati传递矩阵法求解 $t + (\Theta\Delta t)$ 时刻各结点的位移时,需要带入该时刻各结点处所受的外力、外力矩,由于这些项是该时刻各结点的位移、速度的函数,而此刻各结点的位移、速度量值未知,因此可采用如下的数值迭代法进行近似求解:先将 $t$ 时刻各结点的位移、速度的量值代入外力、外力矩做一次近似,用Riccati传递矩阵法求出 $t + (\Theta\Delta t)$ 时刻各结点

的位移,再根据式(13)计算 $t + (\Theta\Delta t)$ 时刻的速度、加速度:

$$\begin{aligned} \dot{q}_{t+\Theta\Delta t} &= \frac{3}{\Theta\Delta t} (q_{t+\Theta\Delta t} - q_t) - 2\dot{q}_t - \frac{1}{2}\Theta\Delta t \ddot{q}_t \\ \ddot{q}_{t+\Theta\Delta t} &= \frac{6}{(\Theta\Delta t)^2} (q_{t+\Theta\Delta t} - q_t) - \frac{6}{\Theta\Delta t} \dot{q}_t - 2\ddot{q}_t \end{aligned} \quad (13)$$

然后反复迭代,直到达到规定的精度要求。

2.5.2  $t + (\Theta\Delta t)$ 时刻轴承处机架位移、速度的求解 由式(1)可以看出,油膜力表达式中的位移和速度项,是轴颈相对于机架的相对位移和相对速度,因此要得到 $t + (\Theta\Delta t)$ 时刻轴承处油膜力的大小,还需求得 $t + (\Theta\Delta t)$ 时刻机架的位移、速度。由于机架支承和油膜支承可看成是二者串联的支承结构形式,因此机架等效质量块的运动微分方程为:

$$m \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} C_x & 0 \\ 0 & C_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \quad (14)$$

式中, $m$ 为机架的等效质量; $C_x, C_y, k_x, k_y$ 分别为机架的阻尼和刚度系数。将(13)式代入(14)式并进行整理,可以得到 $t + (\Theta\Delta t)$ 时刻机架质量块的位移表达式为:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{t+\Theta\Delta t} &= \frac{(\Theta\Delta t)^2}{6m + 3C_x\Theta\Delta t + k_x(\Theta\Delta t)^2} (R_x + \frac{3C_x\Theta\Delta t + 6m}{(\Theta\Delta t)^2} \bar{x}_t + \frac{2C_x\Theta\Delta t + 6m}{\Theta\Delta t} \dot{\bar{x}}_t + \frac{\Theta\Delta t C_x + 4m}{2} \ddot{\bar{x}}_t); \\ \bar{y}_{t+\Theta\Delta t} &= \frac{(\Theta\Delta t)^2}{6m + 3C_y\Theta\Delta t + k_y(\Theta\Delta t)^2} (R_y + \frac{3C_y\Theta\Delta t + 6m}{(\Theta\Delta t)^2} \bar{y}_t + \frac{2C_y\Theta\Delta t + 6m}{\Theta\Delta t} \dot{\bar{y}}_t + \frac{\Theta\Delta t C_y + 4m}{2} \ddot{\bar{y}}_t) \end{aligned} \quad (15)$$

同样,由于式(15)中 $t + (\Theta\Delta t)$ 时刻的油膜力受该时刻该结点的位移、速度的影响而无法确定,因此可采用问题(1)的解决方法,先取 $t$ 时刻该结点的位移、速度代入油膜力计算公式作一次近似,然后与问题(1)一起进行迭代,直到满足要求为止。

## 3 实例

依据上述算法,对某一实际机组的动态响应进行了计算。该机组额定容量为300MW,工作转速为500 r/min,整个机组由上导、下导、水导、推力轴承进行支承。假设轴系发电机转子处因某种原因出现了质量偏心,不平衡量的大小为46 350 kg·mm。根据上述求解方法编程计算,可以得到在各力共同作用下,发电机转子处在水平面内(x, y 平面)的轴心运动轨迹,见图2所示。

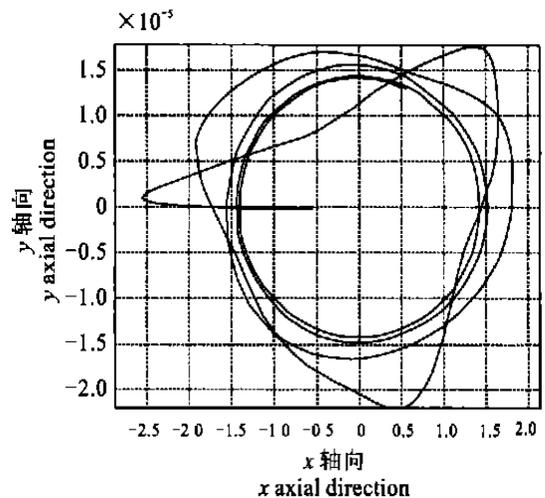


图2 发电机转子处的轴心运动轨迹

Fig 2 The axial motion track of generator rotor

## 4 结 论

在考虑大扰动下, 导轴承的油膜力和发电机转子处不平衡电磁拉力所表现出的非线性特性的基础上, 采用Wilson- $\theta$ 法结合Riccati传递矩阵法给出了基于非线性力学模型的水轮发电机组轴系动力响应

求解方法。该方法可用于对机组轴系在各种激励下的瞬态响应求解, 也可用于机组由于安装不当所引起的大轴不直、发电机转子和转轮偏心等情况下机组振动的仿真计算, 用该方法编制的计算程序结构简单, 运行可靠。

### [参考文献]

- [1] Ratan S, Rodriguez J. Transient dynamic analysis of rotor using SMAC techniques[J]. J of Vibration and Acoustics ASME, 1992, 114(3): 477- 488
- [2] Cardinali R, Nordmann R, Sperber A. Dynamic Simulation of non-linear models of hydroelectric machinery[J]. Mechanical System and Signal Processing, 1993, 7(1): 29- 44
- [3] 陈 渭. 流体动力润滑推力轴承特性及其对转子横向振动状态影响的研究[D]. 西安: 西安交通大学, 1991.
- [4] 姜培林, 虞 烈. 电机不平衡磁拉力及其刚度的计算[J]. 大电机技术, 1998, (4): 32- 34
- [5] 何衍宗. 具有滑动轴承柔性转子瞬态响应的数值解[J]. 应用力学学报, 1988, 5(3): 9- 20

## The calculating method of nonlinear dynamic response of rotor-bearing system of hydroelectric machines based on the Wilson- $\theta$ method and the riccati transfer matrix method

QIAO Wei-dong<sup>a</sup>, LI Yu-xia<sup>b</sup>, LIU Hong-zhao<sup>a</sup>, MA Wei<sup>b</sup>

(a School of Machinery and Precision Instrument Engineering; b School of Water Resources and Hydroelectric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

**Abstract:** The calculating method of nonlinear dynamic response of rotor-bearing system of hydroelectric machines is discussed. On the basis of building the nonlinear dynamic model of the rotor-bearing system, the calculating formula of dynamic response of the system is given by using the Wilson- $\theta$  method and the Riccati transfer matrix method. The validated experiment indicates that the computational procedure is simple and trusty. It is able to meet the need of calculating the dynamic responses of the system in engineering.

**Key words:** hydroelectric machines; shafting; dynamic response; Wilson- $\theta$  method; Transfer matrix method