大体积混凝土温度应力计算中的应力修匀*

解宏伟[1,2], 李　宇[1,3], 陈尧隆[1]

(1 西安理工大学 水电学院, 陕西 西安 710048; 2 青海大学 水电系, 青海 西宁 810016;
3 西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨陵 712100)

[摘　要]　利用精度较高的高斯积分点的应力值来改进等参元结点应力的性质, 采用数学方法计算出了相应的高斯点坐标和形函数值, 推导了三维 8 节点等参元和 20 节点等参元的应力修匀平滑矩阵, 并求出了数值解。

[关键词]　混凝土; 温度应力; 应力修匀

[中图分类号]　TV 315; TV 332　　[文献标识码]　A　　[文章编号]　1671-9387(2003)06-0161-04

由于大体积混凝土的材料特性和工作环境, 温度应力是大体积混凝土产生裂缝破坏的主要因素之一[1], 因而分析大体积混凝土的温度应力十分必要。目前, 对大体积混凝土的温度应力分析, 大多采用基于位移模式的等参单元有限元法, 但该法得到的位移解在全域是连续的, 应变和应力解在单元内部是连续的而在单元间是不连续的, 即在单元边界上发生突跳[2]。因此对同一个结点, 由围绕它的不同单元计算得到的应变值和应力值是不同的。对于利用数值积分的曲边单元, 经验表明在积分点上算得应力具有最好的精度, 而在结点上算得的应力精度最差[2,3]。通常工程上感兴趣的是边缘和结点上的应力, 因此需要对计算得到的应力进行处理, 以改善所得的结果[4,5]。应力修匀方法有单元平均、总体应力磨平、单元应力磨平、子与局部应力磨平法等[6], 应力修匀方法对计算结果和计算工作量的影响很大, 但目前所见文献较少。本研究就计算精度高、工作量相对较小的单元应力磨平法中的平滑矩阵进行了推导, 并给出了相应的高斯点坐标和数值解, 以期为大体积混凝土温度控制研究和设计提供参考。

1　8 结点空间等参元应力磨平

若用二阶高斯积分(8 结点等参元见图 1), 8 个高斯点顺次出现的局部坐标、形函数值如表 1 所示。

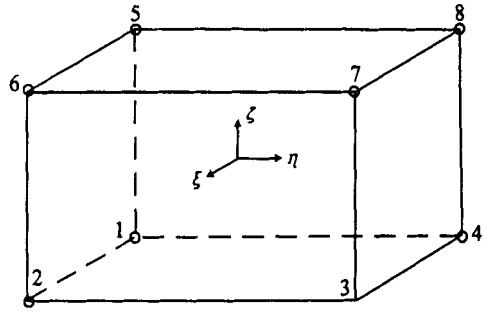

图 1　8 结点空间等参元

Fig. 1　Sketch of 8-nodes 3D element

$$N_i = \frac{1}{8}(1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta)(1+\zeta_i\zeta) \quad (i = 1, 2, \cdots, 8)$$

表 1　8 结点 3 维等参元局部坐标、形函数表

Table 1　Coordinates and shape function of 8-nodes Gauss point in 3D element

高斯点局部坐标 Coordinates of 8-nodes Gauss point			高斯点形函数 Shape function of 8-nodes Gauss point							
ξ	η	ζ	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8
-0.577 35	-0.577 35	-0.577 35	0.490 562 6	0.131 445 9	0.035 220 8	0.131 445 9	0.131 445 9	0.035 220 8	0.009 437 4	0.035 220 8
-0.577 35	-0.577 35	0.577 35	0.131 445 9	0.035 220 8	0.009 437 4	0.035 220 8	0.490 562 6	0.131 445 9	0.035 220 8	0.131 445 9
-0.577 35	0.577 35	-0.577 35	0.131 445 9	0.035 220 8	0.131 445 9	0.490 562 6	0.035 220 8	0.009 437 4	0.035 220 8	0.131 445 9
-0.577 35	0.577 35	0.577 35	0.035 220 8	0.009 437 4	0.035 220 8	0.131 445 9	0.131 445 9	0.035 220 8	0.131 445 9	0.490 562 6
0.577 35	-0.577 35	-0.577 35	0.131 445 9	0.490 562 6	0.131 445 9	0.035 220 8	0.035 220 8	0.131 445 9	0.035 220 8	0.009 437 4
0.577 35	-0.577 35	0.577 35	0.035 220 8	0.131 445 9	0.035 220 8	0.009 437 4	0.131 445 9	0.490 562 6	0.131 445 9	0.035 220 8
0.577 35	0.577 35	-0.577 35	0.035 220 8	0.131 445 9	0.490 562 6	0.131 445 9	0.009 437 4	0.035 220 8	0.131 445 9	0.035 220 8
0.577 35	0.577 35	0.577 35	0.009 437 4	0.035 220 8	0.131 445 9	0.035 220 8	0.035 220 8	0.131 445 9	0.490 562 6	0.131 445 9

[收稿日期]　2003-04-22
[基金项目]　国家自然科学基金项目"裂隙岩体水、岩、热藕合非线性动力模型研究"(10202015)
[作者简介]　解宏伟(1966-)男, 青海西宁市人, 副教授, 在读博士, 主要从事水工结构研究。E-mail: lgdxhw@yahoo.com.cn

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

设 8 个高斯点的应力分别为 $\sigma^*_{(1)}$, $\sigma^*_{(2)}$, $\sigma^*_{(3)}$, $\sigma^*_{(4)}$, $\sigma^*_{(5)}$, $\sigma^*_{(6)}$, $\sigma^*_{(7)}$ 和 $\sigma^*_{(8)}$; 8 个结点的修匀应力分别为 σ_1, σ_2, σ_3, σ_4, σ_5, σ_6, σ_7, σ_8。则有: $\{\sigma^*\} = [N]\{\sigma\}$, 表示成矩阵形式为:

$$\begin{Bmatrix} \sigma^*_{(1)} \\ \sigma^*_{(2)} \\ \sigma^*_{(3)} \\ \sigma^*_{(4)} \\ \sigma^*_{(5)} \\ \sigma^*_{(6)} \\ \sigma^*_{(7)} \\ \sigma^*_{(8)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1(1) & N_2(1) & N_3(1) & N_4(1) & N_5(1) & N_6(1) & N_7(1) & N_8(1) \\ N_1(2) & N_2(2) & N_3(2) & N_4(2) & N_5(2) & N_6(2) & N_7(2) & N_8(2) \\ N_1(3) & N_2(3) & N_3(3) & N_4(3) & N_5(3) & N_6(3) & N_7(3) & N_8(3) \\ N_1(4) & N_2(4) & N_3(4) & N_4(4) & N_5(4) & N_6(4) & N_7(4) & N_8(4) \\ N_1(5) & N_2(5) & N_3(5) & N_4(5) & N_5(5) & N_6(5) & N_7(5) & N_8(5) \\ N_1(6) & N_2(6) & N_3(6) & N_4(6) & N_5(6) & N_6(6) & N_7(6) & N_8(6) \\ N_1(7) & N_2(7) & N_3(7) & N_4(7) & N_5(7) & N_6(7) & N_7(7) & N_8(7) \\ N_1(8) & N_2(8) & N_3(8) & N_4(8) & N_5(8) & N_6(8) & N_7(8) & N_8(8) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ \sigma_7 \\ \sigma_8 \end{Bmatrix}$$

式中, $N_3(2)$ 表示第 2 个高斯点处形函数 N_3 的值, 其余类推。

若有 $[N]^{-1}$ 存在, 则

$$[N]^{-1}\{\sigma^*\} = [N]^{-1}[N]\{\sigma\}$$

即 $[\sigma] = [N]^{-1}\{\sigma^*\}$ 由于

$$[N] = \begin{bmatrix} a & b & c & b & b & c & d & c \\ b & c & d & c & a & b & c & b \\ b & c & b & a & c & d & c & b \\ c & d & c & b & b & c & b & a \\ b & a & b & c & c & b & c & d \\ c & b & c & d & b & a & b & c \\ c & b & a & b & d & c & b & c \\ d & c & b & c & c & b & a & b \end{bmatrix}$$

其中, $a = 0.490\ 562\ 6$, $b = 0.131\ 445\ 9$, $c = 0.035\ 220\ 8$, $d = 0.009\ 437\ 4$。

则可得:

$$[N]^{-1} = \begin{bmatrix} A & B & B & C & B & C & C & D \\ B & C & C & D & A & B & B & C \\ C & D & B & C & B & C & A & B \\ B & C & A & B & C & D & B & C \\ B & A & C & B & C & B & D & C \\ C & B & D & C & B & A & C & B \\ D & C & C & B & C & B & B & A \\ C & B & B & A & D & C & C & B \end{bmatrix}$$

其中, $A = 2.549\ 038\ 1$, $B = -0.683\ 012\ 7$, $C = 0.183\ 012\ 7$, $D = -0.049\ 038\ 1$。

2 20 结点空间等参元应力磨平

对于 20 结点空间等参元, 应力外推只是将高斯点的应力外推到角点上, 边中结点的修匀应力可取相邻角点修匀应力的平均值。单元应力修匀的形函数仍按 8 结点双线性形函数修匀(图 2)。若用三阶高斯积分, 27 个高斯点顺次出现的局部坐标、形函数值如表 2 所示。

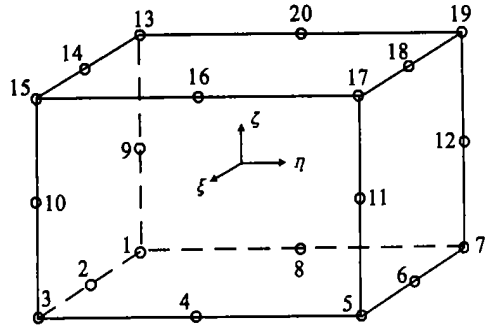

图 2 20 结点空间等参元

Fig. 2 Sketch of 20-nodes 3D element

设 27 个高斯点的应力顺次为 $\sigma^*_{(1)}$, $\sigma^*_{(2)}$, …, $\sigma^*_{(27)}$, 单元 8 个角点的修匀应力顺次为 σ_1, σ_2, σ_3, σ_4, σ_5, σ_6, σ_7 和 σ_8。则有:

$$\begin{Bmatrix} \sigma^*_{(1)} \\ \sigma^*_{(2)} \\ \sigma^*_{(3)} \\ \vdots \\ \sigma^*_{(27)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1(1) & N_2(1) & \cdots & N_8(1) \\ N_1(2) & N_2(2) & \cdots & N_8(2) \\ N_1(3) & N_2(3) & \cdots & N_8(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_1(27) & N_2(27) & \cdots & N_8(27) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \vdots \\ \sigma_8 \end{Bmatrix}$$

即 $\{\sigma^*\} = [N]\{\sigma\}$

式中, $N_3(2)$ 表示第 2 个高斯点处形函数 N_3 的值, 其余类推。

若有 $[N]^{-1}$ 存在,

则 $[N]^{-1}\{\sigma^*\} = [N]^{-1}[N]\{\sigma\}$

即 $[\sigma] = [N]^{-1}\{\sigma^*\}$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 2　20 结点 3 维等参元局部坐标、形函数表

Table 2　Coordinates and shape function of 20-nodes Gauss point in 3D element

高斯点局部坐标 Coordinates of 20-nodes Gauss point			高斯点形函数 Shape function of 20-nodes Gauss point							
ξ	η	ζ	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8
-0.774 597	-0.774 597	-0.774 597	0.698 568 5	0.088 729 8	0.011 270 2	0.088 729 8	0.088 729 8	0.011 270 2	0.001 431 5	0.011 270 2
-0.774 597	-0.774 597	0.000 000	0.393 649 2	0.050 000 0	0.006 350 8	0.050 000 0	0.393 649 2	0.050 000 0	0.006 350 8	0.050 000 0
-0.774 597	-0.774 597	0.774 597	0.088 729 8	0.011 270 2	0.001 431 5	0.011 270 2	0.698 568 5	0.088 729 8	0.011 270 2	0.088 729 8
-0.774 597	0.000 000	-0.774 597	0.393 649 2	0.050 000 0	0.050 000 0	0.393 649 2	0.050 000 0	0.006 350 8	0.006 350 8	0.050 000 0
-0.774 597	0.000 000	0.000 000	0.221 824 6	0.028 175 4	0.028 175 4	0.221 824 6	0.221 824 6	0.028 175 4	0.028 175 4	0.221 824 6
-0.774 597	0.000 000	0.774 597	0.050 000 0	0.006 350 8	0.006 350 8	0.050 000 0	0.393 649 2	0.050 000 0	0.050 000 0	0.393 649 2
-0.774 597	0.774 597	-0.774 597	0.088 729 8	0.011 270 2	0.088 729 8	0.698 568 5	0.011 270 2	0.001 431 5	0.011 270 2	0.088 729 8
-0.774 597	0.774 597	0.000 000	0.050 000 0	0.006 350 8	0.050 000 0	0.393 649 2	0.050 000 0	0.006 350 8	0.050 000 0	0.393 649 2
-0.774 597	0.774 597	0.774 597	0.011 270 2	0.001 431 5	0.011 270 2	0.088 729 8	0.088 729 8	0.011 270 2	0.088 729 8	0.698 568 5
0.000 000	-0.774 597	-0.774 597	0.393 649 2	0.393 649 2	0.050 000 0	0.050 000 0	0.050 000 0	0.050 000 0	0.006 350 8	0.006 350 8
0.000 000	-0.774 597	0.000 000	0.221 824 6	0.221 824 6	0.028 175 4	0.028 175 4	0.221 824 6	0.221 824 6	0.028 175 4	0.028 175 4
0.000 000	-0.774 597	0.774 597	0.050 000 0	0.050 000 0	0.006 350 8	0.006 350 8	0.393 649 2	0.393 649 2	0.050 000 0	0.050 000 0
0.000 000	0.000 000	-0.774 597	0.221 824 6	0.221 824 6	0.221 824 6	0.221 824 6	0.028 175 4	0.028 175 4	0.028 175 4	0.028 175 4
0.000 000	0.000 000	0.000 000	0.125 000 0	0.125 000 0	0.125 000 0	0.125 000 0	0.125 000 0	0.125 000 0	0.125 000 0	0.125 000 0
0.000 000	0.000 000	0.774 597	0.028 175 4	0.028 175 4	0.028 175 4	0.028 175 4	0.221 824 6	0.221 824 6	0.221 824 6	0.221 824 6
0.000 000	0.774 597	-0.774 597	0.050 000 0	0.050 000 0	0.393 649 2	0.393 649 2	0.006 350 8	0.006 350 8	0.050 000 0	0.050 000 0
0.000 000	0.774 597	0.000 000	0.028 175 4	0.028 175 4	0.221 824 6	0.221 824 6	0.028 175 4	0.028 175 4	0.221 824 6	0.221 824 6
0.000 000	0.774 597	0.774 597	0.006 350 8	0.006 350 8	0.050 000 0	0.050 000 0	0.050 000 0	0.050 000 0	0.393 649 2	0.393 649 2
0.774 597	-0.774 597	-0.774 597	0.088 729 8	0.698 568 5	0.088 729 8	0.011 270 2	0.011 270 2	0.088 729 8	0.011 270 2	0.001 431 5
0.774 597	-0.774 597	0.000 000	0.050 000 0	0.393 649 2	0.050 000 0	0.006 350 8	0.050 000 0	0.393 649 2	0.050 000 0	0.006 350 8
0.774 597	-0.774 597	0.774 597	0.011 270 2	0.088 729 8	0.011 270 2	0.001 431 5	0.088 729 8	0.698 568 5	0.088 729 8	0.011 270 2
0.774 597	0.000 000	-0.774 597	0.050 000 0	0.393 649 2	0.393 649 2	0.050 000 0	0.006 350 8	0.050 000 0	0.050 000 0	0.006 350 8
0.774 597	0.000 000	0.000 000	0.028 175 4	0.221 824 6	0.221 824 6	0.028 175 4	0.028 175 4	0.221 824 6	0.221 824 6	0.028 175 4
0.774 597	0.000 000	0.774 597	0.006 350 8	0.050 000 0	0.050 000 0	0.006 350 8	0.050 000 0	0.393 649 2	0.393 649 2	0.050 000 0
0.774 597	0.774 597	-0.774 597	0.011 270 2	0.088 729 8	0.698 568 5	0.088 729 8	0.001 431 5	0.011 270 2	0.088 729 8	0.011 270 2
0.774 597	0.774 597	0.000 000	0.006 350 8	0.050 000 0	0.393 649 2	0.050 000 0	0.006 350 8	0.050 000 0	0.393 649 2	0.050 000 0
0.774 597	0.774 597	0.774 597	0.001 431 5	0.011 270 2	0.088 729 8	0.011 270 2	0.011 270 2	0.088 729 8	0.698 568 5	0.088 729 8

由于

$$[N]^T = \begin{bmatrix} a & g & b & g & f & e & b & e & c & g & f & e & f & k & o & e & o & j & b & e & c & e & o & j & c & h & d \\ b & e & c & e & i & h & c & h & d & g & f & e & f & j & i & e & i & h & a & g & b & g & f & e & b & e & c \\ c & h & d & e & i & h & b & e & c & e & i & h & f & j & i & g & f & e & b & e & c & g & f & e & a & g & b \\ b & e & c & g & f & e & a & g & b & e & i & h & f & j & i & g & f & e & c & h & d & e & i & h & b & e & c \\ b & g & a & e & f & g & c & e & b & e & f & g & i & j & f & h & i & e & c & e & b & h & i & e & d & h & c \\ c & e & b & h & i & e & d & h & c & e & f & g & i & j & f & h & i & e & b & g & a & e & f & g & c & e & b \\ d & h & c & h & i & e & c & e & b & h & i & e & i & j & f & e & f & g & c & e & b & e & f & g & b & g & a \\ c & e & b & e & f & g & b & g & a & h & i & e & i & j & f & e & f & g & d & h & c & h & i & e & c & e & b \end{bmatrix}$$

其中, $a = 0.698\ 568\ 5$, $b = 0.088\ 729\ 8$, $c = 0.011\ 270\ 2$, $d = 0.001\ 431\ 5$, $e = 0.050\ 000\ 0$, $f = 0.221\ 824\ 6$, $g = 0.393\ 649\ 2$, $h = 0.006\ 350\ 8$, $i = 0.028\ 175\ 4$, $j = 0.125\ 000\ 0$。**则**

$$[N]^{-1} = \begin{bmatrix} A & B & C & B & D & E & C & E & F & B & D & E & D & G & H & E & H & I & C & E & F & E & H & I & F & I & J \\ C & E & F & E & H & I & F & I & J & B & D & E & D & G & H & E & H & I & A & B & C & B & D & E & C & E & F \\ F & I & J & E & H & I & C & E & F & E & H & I & D & G & H & B & D & E & C & E & F & B & D & E & A & B & C \\ C & E & F & B & D & E & A & B & C & E & H & I & D & G & H & B & D & E & F & I & J & E & H & I & C & E & F \\ C & B & A & E & D & B & F & E & C & E & D & B & H & G & D & I & H & E & F & E & C & I & H & E & J & I & F \\ F & E & C & I & H & E & J & I & F & E & D & B & H & G & D & I & H & E & C & B & A & E & D & B & F & E & C \\ J & I & F & I & H & E & F & E & C & I & H & E & H & G & D & E & D & B & F & E & C & E & D & B & C & B & A \\ F & E & C & E & D & B & C & B & A & I & H & E & H & G & D & E & D & B & J & I & F & I & H & E & F & E & C \end{bmatrix}$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

式中, $A = 0.937\,826\,5$,

$B = 0.319\,369\,8$,

$C = -0.299\,087\,0$,

$D = 0.108\,759\,0$,

$E = -0.101\,851\,9$,

$F = 0.095\,383\,3$,

$G = 0.037\,037\,0$,

$H = -0.034\,684\,9$,

$I = 0.032\,482\,1$,

$J = -0.030\,419\,1$。

3 结 语

1) 文献[2]给出了 8 结点空间等参元应力磨平平滑矩阵的精确值(解析解), 但给出的示意图未明确高斯点的坐标及顺序, 使用不很方便。本研究求出的 8 结点及 20 结点空间等参元应力磨平的平滑矩阵的数值解, 与文献[2]的结果是一致的, 表明该法精度较高。

2) 由上述推导可见, 单元应力磨平法只需 1 次有限元计算, 而不像基于加权最小二乘法原则的总体磨平法需 1 次位移场, 1 次应力场的 2 次有限元计算, 工作量减少了一半。

3) 对同一结点, 由不同相邻单元求得的应力改进值通常是不同的。

4) 在大体积混凝土温度应力计算中, 当单元足够小时, 采用单元应力磨平法处理可以得到较好的结果。因而单元应力磨平修匀应力法有广泛的应用前景。

[参考文献]

[1] 朱伯芳. 大体积混凝土温度应力与温度控制[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1999.

[2] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1998.

[3] CHEN Yao-long, WANG Chang-jiang, LI Shou-yi. Simulation analysis of thermal stress of RCC dams using 3-D finite element relocating mesh method[J]. Advances in Engineering Software, 2001, 32(9): 677-682.

[4] 曹东伟, 胡长顺. CRCP 混凝土温度松弛应力分析[J]. 中国公路学报, 2001, (1): 20-24.

[5] 张子明, 王嘉航, 姜冬菊, 等. 气温骤降时大体积混凝土的温度应力计算[J]. 河海大学学报, 2003, (1): 11-15.

[6] 王勖成, 邵 敏. 有限单元基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.

The repair of thermal stress in calculation of mass concrete

XIE Hong-wei[1,2], **LI Yu**[1,3], **CHEN Yao-long**[1]

(1 *College of Water Conservancy and Hydropower, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi* 710048, *China*;

2 *Department of Hydropower, Qinghai University, Xining, Qinghai* 810016, *China*;

3 *College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest Sci-Tech University of Agriculture and Forest, Yangling, Shaanxi* 712100, *China*)

Abstract: The elements stress repair matrix of 8 and 20 similitude parameter node and numerical result have been deduced using the properties of Gauss point, which have high precise value of stress, to improve the node stress in this paper. The coordinate and shape function of Gauss point have also been calculated.

Key words: concrete; thermal stress; stress repair

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net