维普资讯 http://www.cqvip.com

47-51

第21卷 第3期
1993年7月

西北农业大学学报
Acta Univ. Agric. Boreali-occidentalis

Vol. 21 No. 3
Jul. 1993

转向梯形的模糊优化设计

吕国华 梁兆兰
(西北农业大学农工系,陕西杨陵·712100)

摘 要 运用模糊数学和优化设计理论,提出了转向梯形的模糊优化设计新方法,并建立了半增广优化数学模型。该模型对清晰、模糊约束并存的优化问题求解较为有效。通过几例优化计算表明,新方法在不修改约束条件的情况下,能方便地获得实用优化解。

关键词 优化设计,模糊数学,转向梯形
中图分类号 TP391.72, Q159

转向梯形参数选择是否合理,对整机的转向性能有着极为重要的影响,因而,国内不少学者用普通约束优化方法对这类机构的优化设计作了不少工作[1,2],但由于以往的普通优化设计中,约束条件均为清晰区间,而实际问题中,许多约束却具有明显的模糊性,所以,其研究均未将客观存在的模糊约束动态地反映到优化过程中。本文用一种新的模糊约束优化方法,对转向梯形的优化作了进一步的研究,并在微机上用约束变尺度法对几个实际问题进行了优化与分析。

1 模糊优化的数学模型

1.1 模糊优化的基本理论

模糊优化的数学模型和普通优化相似,也是从以下三方面考虑的:①设计变量为模糊的优化模型;②目标函数为模糊的优化模型;③约束条件为模糊的优化模型。

目前,解决模糊优化问题的基本手段是把模糊优化问题转化为非模糊优化问题,再用普通优化方法求解。实现这种转化的基本方法有两个:一是最优水平截集法;二是近似模糊集合法。最常用的是前一种,其基本思想是:从既安全可靠,又经济实用的要求出发,寻求一最优 λ^* 水平截集,把原来的模糊优化问题转化为相应的普通优化问题。于是,该普通优化问题的最优解,即为原模糊优化问题的最优解。此法的关键是 λ^* 值的确定过程复杂。

1.2 转向轮运动学要求的目标函数

按照内、外轮纯滚动转向理论的要求,应有下面关系式[3]:

$$\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\alpha = M/L \tag{1}$$

式中 α、β——分别为内、外转向轮理论转角;L——前、后轴轴距;M——两转向主销的轴线与地面交点间的距离。

但目前所采用的转向梯形机构只能近似保证 β 与 α 的上述对应关系。常用的整体式转向梯形如图1所示。

当内侧转向轮转角为 α 时,通过图1所示机构能获得的实际外侧转向轮转角为 β'. 由

收稿日期:1993-06-07.

维普资讯 http://www.cqvip.com

图1可导出转向梯形中β'与α,γ及K之间的函数关系式[2]。

$$\beta' = \gamma \mp \arcsin \frac{K\cos(\gamma+\alpha)}{\sqrt{1+K^2 \pm 2K\sin(\gamma+\alpha)}}$$

$$\pm\arcsin = \frac{K\cos 2\gamma \mp 2\sin\gamma \pm \sin(\gamma+\alpha)}{\sqrt{1+K^2 \pm 2K\sin(\gamma+\alpha)}} \tag{2}$$

式中 $K=m/M'$；γ——转向梯形布置角；m——转向梯形臂在过M′水平面的投影长度；M′——连接转向梯形臂处主销轴线间的距离；±——分别示前置、后置转向梯形。

由于M,L在总体设计时都已确定，所以转向梯形设计者的目的就是通过合理选择γ,K两参数，以使β'在任意转角时与理论转角β尽量接近。其总的接近程度一般都用相对平均误差ρ_m来评价。

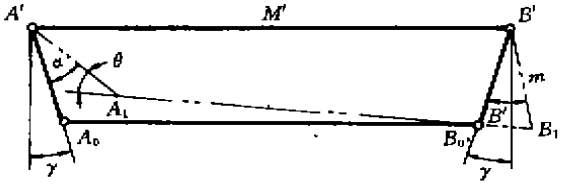

图1 整体式转向梯形机构简图

$$\rho_m = \frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\beta'_i-\beta_i}{\beta_i}\right| \times 100\% \tag{3}$$

式中 n——计算点数。

所以，优化设计的目标函数为：

$$\min F(X) = \min \rho_m(\gamma,K) \tag{4}$$

1.3 约束条件分析及半增广目标函数的构造

1) 对于前置转向梯形γ不能过大，否则易与轮胎干涉，不易布置。因而，一般取$\gamma\leqslant 20°$. 可归入清晰约束，即$G_1(X)=\gamma-20°\leqslant 0$.

2) γ也不能过小，否则ρ_m将明显增大。一般取$\gamma\leqslant 15°$. 该约束与目标函数ρ_m密切相关，可由目标优化自行修正，仅在一些特殊梯形中起作用。也归入清晰约束，即$G_2(X)=15°-\gamma\leqslant 0$.

3) K过大易与相邻部件发生干涉，一般取$K\leqslant 0.2$，属清晰约束，即$G_3(X)=K-0.2\leqslant 0$.

4) K小则m小，会引起横拉杆和转向臂铰链处受力增大，磨损加剧。而m的减小与受力恶化是连续变化的，应属模糊约束。若用$[K_{min}]$表示其下限许用值，则这一模糊约束可表示成$\underset{\sim}{g_4}(X)=K/[K_{min}]\underset{\sim}{\geqslant}1$.

5) 最小传动角Q_{min}愈小，则愈接近杆件转动的死点。但这一变化也是连续的，属模糊约束。现用$[Q_{min}]$表示Q_{min}的下限许用值，则模糊约束不等式为$\underset{\sim}{g_5}(X)=Q_{min}/[Q_{min}]\underset{\sim}{\geqslant}1$.

为了将模糊约束动态地反映到目标优化过程中，本研究参照罚函数的思想[4]，构造一模糊罚函数$U(X)$。他应具有这样的特性：①可反映设计变量对模糊约束的满足程度；②随着设计点向非可行域方向的移动，$U(X)$可随之增大，以起到惩罚的作用。降半哥西型隶属函数$U(X)$具有这种特性[5]，用这种函数定义优化设计中的设计点与可性域之间的关系，能更准确地反映模糊约束的实际情况。见下式：

维普资讯 http://www.cqvip.com

$$U[\underset{\sim}{g}_{i2}(X)] = \frac{1}{1 + C_{i2}[\underset{\sim}{g}_{i2}(X)]^{bi2}} \tag{6}$$

式中 c、b 均取正常量;$g_{i2}(X)$取模糊不等式($\underset{\sim}{\geqslant}$)的形式,再以加权和的形式与原目标函 $F(X)$相加。从而构造出一个新的半增广目标函数 $\Phi(X)$。可用下式表示:

$$\min_{\sim} \Phi(X) = \min_{\sim} \{F(X) + \sum_{i_2=4}^{5} W_{i2} \cdot U[\underset{\sim}{g}_{i2}(X)]\} \tag{7}$$

若完全按照罚函数法[4],要将所有约束条件转换到增广函数中。而本文仅将具有模糊性的约束条件转换到目标函数 $\Phi(X)$中,转换方法也不同于罚函数法,而是采用模糊约束构造的模糊罚函数 $U(X)$乘以加权系数的形式反映到新目标函数中。原清晰约束仍保留,所以,称之为"半增广目标函数"。这样可突出地反映模糊约束这一主要矛盾,而加权系数的大小,又可反映不同模糊约束的重要程度。

对于$\underset{\sim}{g}_4(X)$、$\underset{\sim}{g}_5(X)$这两个模糊约束中的许用值,我们参照文[1]和[2],并经上机试算,认为取$[K_{\min}]=0.12$、$[Q_{\min}]=22°$较好。至此,可写出转向梯形模糊优化的具体数学模型:

$$\min\Phi(X) = \min_{\sim} \{\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\beta'_i - \beta_i}{\beta_i}\right| \times 100 + \frac{W_4}{1 + C_4(K/0.12)^{b4}} + \frac{W_5}{1 + C_5(Q_{\min}/22)^{b5}} \tag{8}$$

约束条件(S.t)　　$G(1)=\gamma-20\leqslant 0$, $G(2)=15-\gamma\leqslant 0$, $G(3)=K-0.2\leqslant 0$　　(9)

综上所述,可归纳出本文模糊约束方法的一般数学模型。设原问题的目标函数为 $F(X)$,共有 n 个约束,其中清晰约束 G_{it} m 个,模糊约束$\underset{\sim}{g}_{i2}(X)$为 $n-m$ 个,模糊罚函数为 $U[\underset{\sim}{g}_{i2}(X)]$。重新构造的半增广目标函数为 $\Phi(X)$,则模糊约束优化问题的数学模型为:

$$\min_{\sim} \Phi(X) = \min_{\sim} \{F(X) + \sum_{i2=m-1}^{n} \cdot W_{i2} \cdot U[g_{i2}(X)]\} \tag{10}$$

$$S \cdot t \qquad G_{it}(X)\leqslant 0 \quad (i_t=1,2,\cdots\cdots m) \tag{11}$$

1.4　半增广目标函数特性分析

1)式(6)$U(X)$的大小反映了迭代点对非可行域隶属度的大小,即接近或越出模糊边界的大小。$U(X)$值越大,$\Phi(X)$中附加的惩罚值也越大,从而"逼迫"迭代点向可行域调整。这与普通优化中的罚函数法类似,不同的是,模糊罚函数是模糊约束在优化迭代中的动态反映,而不是普通优化中将约束优化转化成无约束优化的一种手段。并且,$U(X)$在模糊边界附近不会出现病态,见图2.

2)式(6)中的 c_{i2}、b_{i2}及式(10)中的 W_{i2}与罚函数中的罚参数不同,其可在程序运行前调整,但在优化过程中则为常数。加权系数 W_{i2}考虑了不同模糊约束间的重要性差异和模糊罚函数项与原目标函数 $F(X)$数量级相近的因素(图3),而 C_{i2}、b_{i2}(主要是 b_{i2})则考虑了约束的模糊程度和要起作用的范围。约束概念越模糊或要起作用的范围越大,则 b_{i2}应越小(图2)。

3)用此模型编写的优化程序通用性好,非常灵活。可根据具体问题及设计要求,通过修改 W_{i2}及 b_{i2}值来满足同类机构的不同需要,直至获得满意的实用优化结果。

维普资讯 http://www.cqvip.com

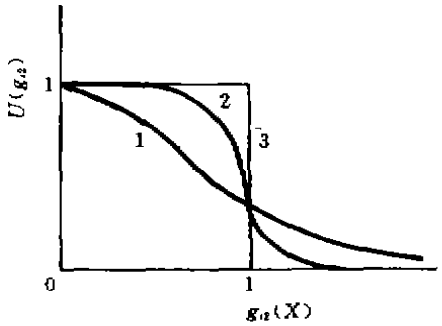

图2 $C_{i2}=2$时的$U(g_{i2})$曲线

曲线1,2,3分别示$b_1<b_2$,$b_3=\infty$时的曲线

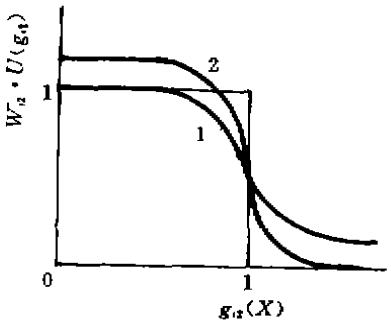

图3 $C_{i2}=2$,$b_i=b_2$时的$W_{i2}\cdot U(g_{i2})$曲线

曲线1,2分别示$W_1<W_2$时的曲线

2 应用计算对比

附表对4种国产拖拉机转向梯形设计参数进行计算与对比分析。其中A组为原设计参数,B组是用$\alpha_{max}=50°$时,$\beta_{50}\approx\beta'_{50}$为目标函数而对$\gamma$进行的一维普通优化结果。C,D两组均为用本文方法对γ、K进行的两组模糊优化。模糊罚函数项中的C_{i2}经初步试算后,一律取$C_{i2}=2$.为便于统一比较,均取$\alpha_{max}=50°$,计ρ_m的步长为2°.

附表 转向梯形参数及计算数据

机 型	类型	L	M	M'	m	k	γ	Q_{min}	ρ_m	$\Delta\beta_{max}$	W_4	b_4	W_5	b_5	设计
东方红-30	前置	1750	1133.5	926	125	0.135	16.0	27.7	10.5	4.4					A
							24.5	20.5	4.1	1.5					B
					150	0.162	20.0	25.2	7.7	2.9	3.35	3	4.35	3	C
					135	0.146	20.0	24.7	7.6	2.9	2.00	4	5.00	3	D
东方红-50	前置	1840	1066	940	170	0.181	15.0	29.8	9.2	4.0					A
							23.0	23.3	3.4	1.3					B
					165	0.176	20.0	25.5	5.6	2.1	4.50	3	3.50	3	C
					135	0.144	20.0	24.6	5.2	1.9	2.75	3	1.25	6	D
江淮-50	前置	1900	1131	957	135	0.141	19.0	25.4	6.5	2.5					A
							23.0	22.0	3.6	1.3					B
					145	0.152	20.0	24.9	5.9	2.2	3.00	3	3.25	3	C
					155	0.162	20.0	25.2	6.0	2.2	3.00	3	5.00	3	C
铁牛-60	后置	2245	1202	1102	175	0.159	15.0	20.0	4.8	1.8					A
							15.5	19.3	4.3	1.7					B
					145	0.132	16.5	19.1	3.7	1.4	2.85	4	6.50	8	C
					155	0.141	15.5	20.0	4.5	1.7	3.75	4	8.00	8	D

注:A——原设计;B——$\beta'_{50}\approx\beta_{50}$的普通优化设计;C,D——模糊优化设计;$\rho_m$——$\beta'$与$\beta$的平均相对误差.

从附表中A组数据可看出,国产拖拉机原设计的最小传动角Q_{min}均较大,但平均相对误差ρ_m却偏大,如东方红-30的$\rho_m=10.5$,且外转向轮实际转角β'与理论转角β的最大绝对误差$\Delta\beta_{max}=4.42°$也偏大。B组的结果对前置梯形ρ_m均小,但γ却超出上限(20°)较多,且Q_{min}也下降较多。用本文方法优化,均使γ限制在20°以内。虽然C,D两组方案的

维普资讯 http://www.cqvip.com

ρ_m 比B组的略有增加,但总的来看,一是 Q_{min} 均比B组的有所提高,达到或接近前置梯形 $Q_{min}\geqslant 25°$ 的要求;二是灵活,仅用一个优化模型(程序),只通过运行前调整 W_4,b_4,W_5 和 b_5,即可实现对 K 和 Q_{min} 的调整,而用正、负号则可适用于前置、后置梯形的模糊优化。如东方红-30的C,D两组结果,不但使 ρ_m 较原设计下降了约3%,而且 K 值也较为合理。与B组的普通优化相比,γ 减小了4.5°,处于合理范围之内;Q_{min} 也增加了4°多,改善了布置与受力情况。当然,也付出了 ρ_m 较B组增大约3.5%的代价,但综合考虑,C,D两组的参数更为合理、实用。附表中其他几种机型的4种结果也有类似之处,不再详述。模糊优化之所以给出C,D两组结果,是想说明通过调整 W_4,b_4,W_5 和 b_5,不但可获得较A,B更合理的方案,而且在保证 Q_{min} 的情况下,可得到不同的 K 及 γ 值,以适应设计上的具体要求。附表中仅举两例,实际上,可在模糊可行域内得到一系列有特定要求的最优解。

3 结 论

1)用模糊约束构成的模糊罚函数,可将实际模糊的约束更为客观、动态地反映到整个迭代寻优过程中,使优化结果更接近实际最优方案。

2)本文提出的半增广目标函数,对于处理清晰约束和模糊约束并存的优化问题,更为灵活,且通用性强。

3)在处理带模糊约束的优化问题方面,本文的方法较最优水平截集法更为简便。由于省去了求最优水平截集这一复杂过程,所以,本法更易推广使用。

4)针对目前转向梯形优化均采用普通约束优化方法,且约束边界取值不一,优化模型常需修改才能适应不同要求的问题,用本文提出的方法能得到较好地解决。

参 考 文 献

1 高东升.汽车转向梯形的优化设计.汽车技术,1986(1):17~21

2 高东升.转向梯形的设计研究.汽车、拖拉机,1984(4):10~18

3 《拖拉机》编辑部主编.拖拉机设计和计算.上海:科学技术文献出版社,1980

4 汪辉,侯嘉英.机械优化设计.武汉:中国地质大学出版社,1986

5 汪培庄.模糊集合论及其应用.上海:上海科学技术出版社,1983

The Steering Trapezoidal, Optimal and Fuzzy Design

Lu Gouhua **Liang Zhaolan**

(Agroengineering Department, Northwestern Agricultural University, Yangling, Shaaxi, China, 712100)

Abstract Using the theory of fuzzy mathematics and optimum design, this paper presents a new methed of fuzzy optimum design for trapezoidal steering mechanism and establishes a optimum semi-augmented mathematical model. This model can be effective in addressing the optimum problem of the co-existing cleat and fuzzy constraints. The illustrative examples of optimum calculations indicate that this mithod can obtain the practical solution to the optimum design without modifying constrained conditions.

Key words optimum design, fuzzy mathematics, steering trapezoid