

## 一种计算蒸发条件下农田排水的新方法

王文焰 党志良

(陕西机械学院水利水电学院, 西安·710048)

S276.71

**摘要** 本文分析了排水地段的地下水位在蒸发及排水双重作用下的回降速度规律, 提出一种适用于蒸发指数为任意值的农田排水沟(管)间距的计算方法, 根据排水地段试验所得的地下水位变化的实测资料, 用该法可求得适于该地区排水计算的有关参数值。

**关键词** 地下水位, 水位降深, 明沟排水, 蒸发/蒸发指数, 回降速度

**中图分类号** S276.71

## 1 蒸发条件下排水地段的地下水位回降速度

一个排水地段, 在排水及蒸发的双重作用影响下, 根据水量平衡原理, 不难得出在任意时刻  $dt$  内地下水位下降  $dh$  的平衡方程式(见图1):

$$q_d L dt + \mu q_e L dt = -\mu \delta L dh \quad (1)$$

式中:  $q_d$  为单位面积的排水强度(m/d), 根据稳定渗流理论分析, 其与排水地段的作用水头  $h$  呈一次方函数关系<sup>[1]</sup>, 即

$$q_d = \frac{Kh}{\Phi L} \quad (2)$$

式中:  $K$ —含水层的平均渗透系数(m/d);

$L$ —排水沟(管)的间距;  $\Phi$ —渗流阻抗系

数, 其计算公式见文献[1];  $\delta$ —含水层的给水度;  $\mu$ —地下水面线形状系数, 一般明沟为0.7~0.8, 暗管为0.8~1.0;  $q_e$ —地下水埋深为  $\Delta$  时的蒸发强度(m/d)。

排水计算多采用 C. Φ. 阿维里扬诺夫所提出的地下水蒸发与埋深的关系式<sup>[2]</sup>, 即

$$q_e = q_0 \left(1 - \frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^n \quad (3)$$

式中:  $q_0$ —地下水接近地表时的蒸发强度, 一般近似于水面蒸发强度(m/d);  $\Delta_0$ —地下水停止蒸发深度(m), 一般在1.5~3m之间;  $n$ —由土壤性质而定的一个蒸发指数, 一般为1~3。

将(2)(3)式代入(1)式, 可得到地下水回降速度  $v$  的表达式:

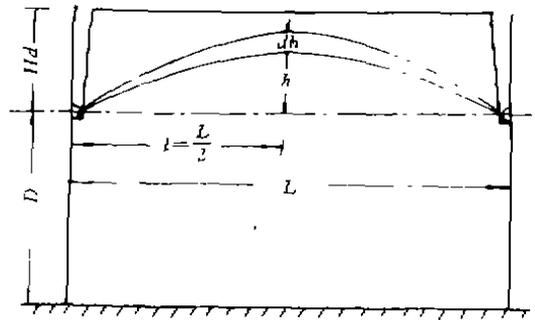


图1 农田排水示意图

$$v = -\frac{dh}{dt} = \frac{Kh}{\mu\delta\Phi L} + \frac{q_0(\Delta H + h)^n}{\mu\delta\Delta_0^n} \quad (4)$$

式中:  $\Delta H = \Delta_0 - H_d$  ( $H_d$  为排水沟水面至地表的距离)。

实际上, 在单纯排水作用的影响下, 排水地段中部地下水的回降速度主要受控于水力梯度  $h/l$  的变化 ( $l = l/2$ ), 为此 (4) 式可以改写为以下形式:

$$v = -\frac{dh}{dt} = \frac{K}{2\mu\delta\Phi} \left(\frac{h}{l}\right) + \frac{q_0 l^n}{\mu\delta\Delta_0^n} \left(\frac{\Delta H}{l} + \frac{h}{l}\right)^n \quad (5)$$

上式中, 一般情况下  $\Delta H$  大大小于排水沟间距, 故可令  $\frac{\Delta H}{l} = 0$ , 则上式可写为

$$v = -\frac{dh}{dt} = \frac{K}{2\mu\delta\Phi} \left(\frac{h}{l}\right) + \frac{q_0 l^n}{\mu\delta\Delta_0^n} \left(\frac{h}{l}\right)^n \quad (6)$$

由此式可见, 等号右端第一项为单纯由排水引起的地下水回降速度  $v_d$ ; 第二项为单纯由蒸发引起的地下水回降速度  $v_e$ , 前者与  $\frac{h}{l}$  呈一次关系; 而后者与  $\frac{h}{l}$  呈  $n$  次关系, 即

$$v_d = \frac{K}{2\mu\delta\Phi} \left(\frac{h}{l}\right) = \varphi_d \left(\frac{h}{l}\right) \quad (7)$$

$$v_e = \frac{q_0 l^n}{\mu\delta\Delta_0^n} \left(\frac{h}{l}\right)^n = \varphi_e \left(\frac{h}{l}\right)^n \quad (8)$$

(6) 式如进一步变化可写为

$$v = \left[ 1 + 2\Phi \left(\frac{q_0}{k}\right) \left(\frac{l}{\Delta_0}\right) \left(\frac{h}{\Delta_0}\right)^{n-1} \right] v_d \quad (9)$$

由此式知, 一个排水地段的地下水回降速度  $v$ 、蒸发作用对其影响的大小及变化规律, 主要取决于括号内三项无因次量的变化。显而易见, 在有蒸发作用下排水地段中部地下水的回降速度  $v$  是水力梯度的函数。由于蒸发指数  $n$ , 在土壤剖面质地不同的情况下, 根据实测不一定为一整数, 而常常可能为一任意非整数, 这样, 给式 (5) 和式 (6) 的微分方程求解带来困难和复杂性。为了使这一问题的求解趋于简化, 现假令地下水回降速度  $v$  与水力梯度  $\frac{h}{l}$  的函数形式为一指数形式, 即

$$-\frac{dh}{dt} = \varphi \left(\frac{h}{l}\right)^\alpha \quad (10)$$

显然式中  $\varphi$ ,  $\alpha$  系数是各计算参数的函数 (有关  $\varphi$ ,  $\alpha$  系数的讨论见 3)。在排水地段各条件已定的情况下, 即各计算参数为已知, 则可给定一系列  $\left(\frac{h}{l}\right)_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ) 值, 然后根据最小二乘法原理, 对以上所得  $(h/l, v)_i$  系列数据取对数值进行线性回归  $\ln v = \ln \varphi + \alpha \ln(h/l)$ , 即可得出  $\varphi$ ,  $\alpha$  系数值。依此法求解  $\varphi$ ,  $\alpha$  系数, 其相关性甚好, 回归系数  $r$  均在 0.999 9 以上。以文献 [3] 的砂槽排水渗流模型试验资料为例,

其主要数据为  $K = 0.0157 \text{ cm/s}$ 、 $D = 60 \text{ cm}$ 、明沟间距  $L = 500 \text{ cm}$ 、明沟水面宽  $d = 6 \text{ cm}$ 、 $\delta = 0.013$ 、 $\mu = 0.7$ 、渗流阻抗系数  $\Phi$  计算得 1.627。由于试验为无蒸发条件下的纯排水试验, 故地下水回降速度  $v$  与  $h/l$  呈线性关系 (即  $\alpha = 1$ )。故  $\varphi = \varphi_d$  符合 (7) 式, 为将以上各参数直接代入 (7) 式可求得  $\varphi = 31.734 \text{ cm/min}$ 。如按本文所提方法将实测水位与时间关系换算为地下水回降速度  $v$  与  $h/l$  的对应数值, 即可求得  $\alpha = 0.999368$  近似等于 1, 而  $\varphi = \varphi_d = 30.94859 \text{ cm/min}$ , 该值与式 (7) 直接所求极为相近, 其相关系数  $r = 0.9999995$ 。由此可见本文所提方法的正确性。

## 2 农田排水沟(管)间距的计算

以上 (10) 式表示了排水地段地下水回降速度  $v$  与水力梯度  $h/l$  的关系, 如对该式进行分离变量, 等号两端取定积分,  $t$  由  $0 \rightarrow T$ ,  $h$  由  $h_1 \rightarrow h_2$ , 即

$$\int_0^T -dt = \int_{h_1}^{h_2} \frac{l^2}{\varphi h^\alpha} dh \quad (11)$$

则可得到排水计算的基本关系式:

当  $\alpha = 1$

$$T = \frac{L}{2\varphi} \ln \frac{h_1}{h_2} \quad (12) \quad h_2 = \frac{h_1}{\exp \frac{2T\varphi}{L}} \quad (13) \quad L = \frac{2\varphi T}{\ln \frac{h_1}{h_2}} \quad (14)$$

当  $\alpha > 1$

$$T = \frac{l^2 (h_1^{1-\alpha} - h_2^{1-\alpha})}{\varphi(1-\alpha)} \quad (15)$$

$$h_2 = \left[ h_1^{1-\alpha} - \frac{T\varphi(1-\alpha)}{l^2} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (16) \quad L = 2 \left[ \frac{T\varphi(1-\alpha)}{h_1^{1-\alpha} - h_2^{1-\alpha}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (17)$$

用式 (14) 或 (17) 计算排水沟(管)间距时, 由于按式 (5) 或式 (6) 计算回降速度  $v$  及  $\Phi$  系数, 均含有未知量  $L$ , 故必须用逐次逼近法试算, 在计算机上按图 2 的程序框图计算, 将很容易求解。

## 3 关于 $\alpha$ , $\varphi$ 系数的讨论

1) 当排水地段不考虑蒸发作用的影响, 而地下水回降速度的变化完全由排水作用的影响所致时, 则其回降公式为 (7) 式, 此种情况下  $\alpha = 1$ , 而  $\varphi = \varphi_d$ , 由此得到的排水沟(管)间距的计算式与文献 [1] 相同。

2) 当排水地段蒸发指数  $n=1$  时, 即土壤质地与轻质土, 蒸发强度与地下水埋深呈线性关系, 则按 (6) 式关系, 可写为

$$v = -\frac{dh}{dt} = \left( \frac{K}{2\mu\delta\Phi} + \frac{q_0 l}{\mu\delta\Delta_0} \right) \frac{h}{l} \quad (18)$$

此种情况下,  $\alpha = n = 1$ .

$$\varphi = \varphi_d + \varphi_e = \left( \frac{K}{2\mu\delta\Phi} + \frac{q_0 l}{\mu\delta\Delta_0} \right) \quad (19)$$

3) 当排水地段蒸发指数  $n > 1$  时, 即蒸发强度与地下水埋深呈非线性关系, 由(9)式可见,  $\alpha$  系数的变化主要取决于  $(q_0/K)$ ,  $(l/\Delta_0)$  及  $n$  值的大小, 根据对式(6)的分析,  $\alpha$  值与各因素的变化关系见图 3、4, 由图可见,  $\alpha$  系数随  $(q_0/K)$  或  $(l/\Delta_0)$  的比值增大而逐渐趋近等于蒸发指数  $n$ ; 同时可以看出, 在  $(q_0/K)$ ,  $(l/\Delta_0)$  一定时, 随着蒸发指数的增大, 其对  $\alpha$  系数的影响程度亦愈大。

4) 根据(6)(7)(8)式关系, 排水地段地下水回降速度的关系式可表示为

$$v = \varphi_d \frac{h}{l} + \varphi_e \left( \frac{h}{l} \right)^n \quad (20)$$

式中  $\varphi_d = \frac{K}{2\mu\delta\Phi} \quad (21)$

$$\varphi_e = \frac{q_0 l^n}{\mu\delta\Delta_0^n} \quad (22)$$

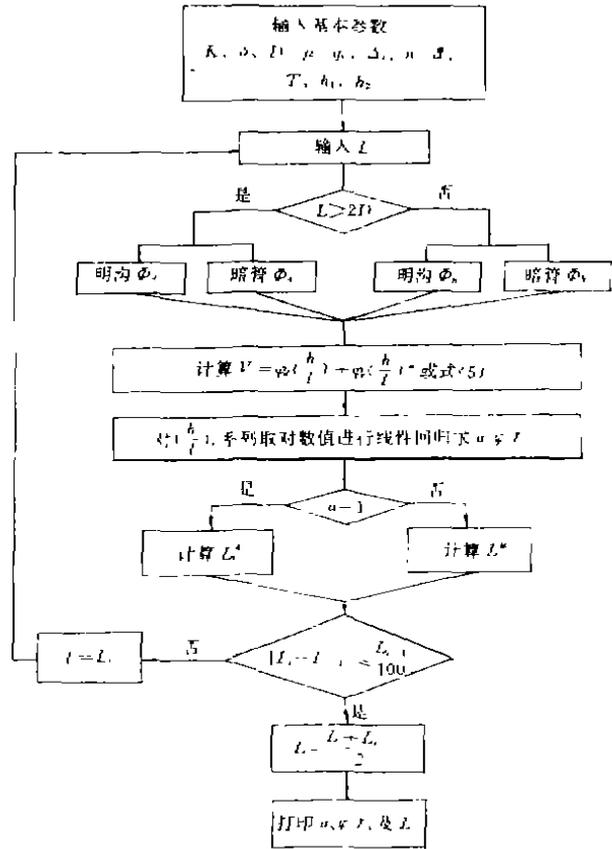


图 2 试算排水沟(管)间距  $L$  的流程框图

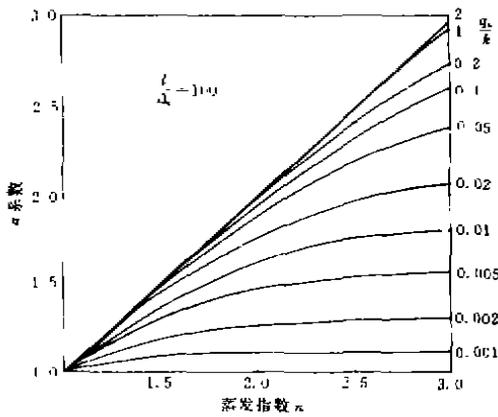


图 3  $\alpha \sim n \sim (q_0/K)$  关系曲线

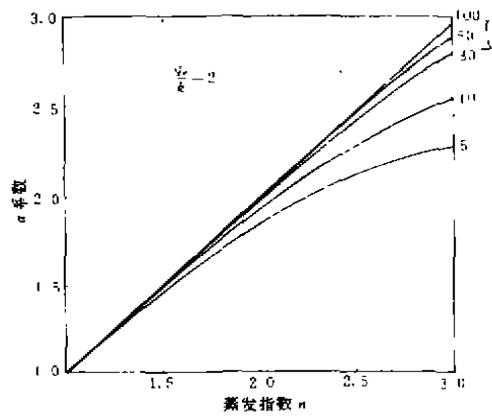


图 4  $\alpha \sim n \sim (l/\Delta_0)$  关系曲线

如将(20)式变为以下形式

$$\frac{v}{\left(\frac{h}{l}\right)} = \varphi_d + \varphi_e \left(\frac{h}{l}\right)^{n-1} \quad (23)$$

并令  $y = \frac{v}{\left(\frac{h}{l}\right)}$ ,  $X = \left(\frac{h}{l}\right)$ , 则可求得一组  $(X, y)_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, m$  值。

再将(23)式改写为以下形式, 令  $Y$  等于等号左端项, 可看出  $Y$  与  $X$  呈指数关系。

$$\left[ \frac{v}{\left(\frac{h}{l}\right)} - \varphi_d \right] = \varphi_e \left(\frac{h}{l}\right)^{n-1} \quad (24)$$

式中,  $\varphi_d$  根据数学分析<sup>[4]</sup> 应为

$$\varphi_d = \frac{y_1 \cdot y_2 - y_3^2}{y_1 + y_2 - 2y_3} \quad (25)$$

式中,  $y_1, y_2$  为  $(X, Y)_i$  组内两端任意两点  $X_1, X_2$  的对应值,  $y_3$  为  $X_3 = \sqrt{X_1 \cdot X_2}$  的对应值。

由于式(24)为指数关系, 则可对  $(X, Y)_i$  系列数据取对数值进行线性回归, 即可求出  $\varphi_e \cdot n - 1$ 。

根据以上分析, 如果在一个排水试验地段已经取得地下水回降速度的实测资料, 即可按以上方法及式(25)的关系, 推求出各主要排水计算参数  $K$ ,  $\Delta_0$  及  $n$  值, 进而可以求得适用于该地段的  $\alpha$ ,  $\varphi$  系数, 以进行排水计算。

#### 4 算 例

例 1 以文献 [5] 推求一元流动时沟距中点地下水位的消退过程算题为例: 已知排水沟沟距  $L = 1000$  m, 起始地下水位  $H_0 = 52$  m, 沟水位  $h_0 = 50.4$  m, 故水头差  $h_1 = H_0 - h_0 = 1.6$  m, 蒸发为零时的地下水埋深  $\Delta_0 = 2.5$  m, 地面潜水蒸发强度  $q_0 = 0.003$  m/d, 给水度  $\delta = 0.04$ , 渗透系数  $K = 5$  m/d, 地面至不透水层之距为 52.5 m,  $\mu = 1$ 。

解: 当蒸发指数  $n = 1$  时

(1) 首先以排水沟深及间距的大小给出水力梯度可能变化的最大范围, 然后在此范围内给一系列  $h/l$  值并按(6)式分别求出对应的地下水回降速度  $v$  值如表 1。

表 1 地下水回降速度值

m/d

$h/l$	$v$	$h/l$	$v$
0.004 0	0.129 75	0.002 0	0.064 87
0.003 6	0.116 77	0.001 6	0.051 90
0.003 2	0.103 80	0.001 2	0.038 92
0.002 8	0.090 82	0.000 8	0.025 95
0.002 4	0.077 85	0.000 4	0.012 97

对以上 $(h/l, v)_i$  系列数据分别取对数值进行线性回归, 可求得

$$\alpha = 0.999\ 999\ 493 \approx 1 \quad \varphi = 32.437\ 693\ 65 \text{ m/d}$$

其回归系数  $\gamma = 0.999\ 999\ 958$ . 由于蒸发指数  $n=1$ , 故  $\varphi$  值可将各参数代入式(19)直接求得  $\varphi = 32.353\ 9 \text{ m/d}$ , 与以上所得极为相近.

(2) 将  $\alpha, \varphi$  值代入(13)式即可求得不同时段  $t=5, 10, 15, \dots, 50 \text{ d}$  的中点地下水位值(表 2). 由表可见, 所得结果与按文献〔6〕公式所求极为接近.

对于蒸发指数  $n=2$  的情况, 用同样方法求得的结果(表 2), 与文献〔5,7〕公式计算结果相比也是令人满意的.

表 2 中点地下水位值

T(d)		5	10	15	20	25	30	35	40	50
$n=1$ (线性)	按文〔6〕公式	51.38	51.03	50.65	50.63	50.55	50.49	50.46	50.44	50.40
	按本文公式	51.34	50.95	50.72	50.59	50.51	50.47	50.44	50.44	50.40
$n=2$ (非线性)	按文〔5〕公式	51.77	51.45	51.18	51.00	50.80	50.68	50.59	50.53	50.46
	按文〔7〕公式	51.79	51.49	51.23	51.00	50.83	50.72	50.46	50.53	50.40
	按本文公式	51.63	51.36	51.16	51.00	50.88	50.79	50.72	50.67	50.58

例 2 某灌区有一排水试验地段, 沟距  $L=560 \text{ m}$ , 沟水面距地表  $2.5 \text{ m}$ , 沟水面宽  $d=0.75 \text{ m}$ , 该灌区在某年 10 月 3 日至 13 日于排水沟间距中点处的观测孔测得地下水位资料整理如表 3, 已知观测期间日平均蒸发强度为  $0.003\ 7 \text{ m/d}$ , 排水沟水面距不透水层距离  $D=50 \text{ m}$ , 给水度  $\delta=0.03$ ,  $\mu=1$ , 试求:

1) 本地区之渗透系数  $K$ , 停止蒸发深度  $\Delta_0$  及蒸发指数  $n$ ;

2) 欲求在日平均蒸发强度  $q_0=0.01 \text{ m/d}$  的情况下, 保证地下水位在  $10 \text{ d}$  内由地表降至地面以下  $1.5 \text{ m}$  的适宜排水沟距.

表 3 排水沟间距中点处的地下水位资料

10 月 (日)	水头 $h$ (m)	$X=h/l$	$v$	$y=v/h \cdot t^{-1}$	$Y=y-\varphi_d$
3	2.50				
4	2.37	0.008 696	0.13	14.949 4	9.618 4
5	2.25	0.008 250	0.12	14.545 4	9.214 4
6	2.14	0.007 839	0.11	14.032 4	8.701 4
7	2.03	0.007 446	0.11		
8	1.93	0.007 071	0.10	14.141 4	8.810 4
9	1.84	0.006 732	0.09	13.368 9	8.037 9
10	1.75	0.006 410	0.09		
11	1.67	0.006 107	0.08	13.099 7	7.768 7
12	1.59	0.005 821	0.08		
13	1.52	0.005 554	0.07	12.603 5	7.272 5

解: (1) 根据表 3 资料换算为地下水回降速度  $v$  及  $v/(h \cdot t^{-1})$  与  $h/l$  的关系(见表 3 第 3、4、5 栏):

(2) 对  $(X, Y)$  系列数据取对数值进行线性回归求得:  $y = A \cdot X^B$ .

式中  $A = 82.256\ 721\ \text{m/d}$ ;  $B = 0.360\ 817\ 72$ ; 回归系数  $\gamma = 0.971\ 198$ .

(3) 在  $(X, Y)$  系列数据两端任选两点:

$$X_1 = 0.008\ 696 \quad Y_1 = 14.949\ 4\ \text{m/d}$$

$$X_2 = 0.005\ 554 \quad Y_2 = 12.603\ 5\ \text{m/d}$$

则

$$X_3 = \sqrt{X_1 \cdot X_2} = 0.006\ 949$$

按  $y = A \cdot X^B$  关系可求得  $Y_3 = 13.694\ 6$ , 然后根据式 (25) 关系求得

$$\varphi_d = \frac{Y_1 \cdot Y_2 - Y_3^2}{Y_1 + Y_2 - 2Y_3} = 5.331\ \text{m/d}$$

由于  $L > 2D$ , 故渗流阻抗系数  $\Phi$  计算求得  $1.893$ <sup>[2]</sup>, 将求得  $\varphi_d$  及其他各已知参数代入式 (21), 则

$$K = 2\mu\delta\Phi\varphi_d = 0.605\ \text{m/d}$$

(4) 将  $\varphi_d$  值代入 (24) 式, 求出  $(X, Y)$  系列数据 (见表 3 第 3、6 栏), 并相应取对数值进行线性回归, 求得

$$\varphi_e = 157.516\ 04\ \text{m/d} \quad n - 1 = 0.591\ 145\ 7$$

其回归系数  $\gamma = 0.971\ 692\ 73$ , 则本地区蒸发指数  $n = 1.591$ , 再根据式 (22) 即可求得停止蒸发深度  $\Delta_0$  为

$$\Delta_0 = \left( \frac{q_0 T^n}{\mu\delta\varphi_e} \right)^{\frac{1}{n}} = 3.11\ \text{m}$$

(5) 根据以上参数值及灌区提供的基本资料, 按照设计要求的蒸发强度  $q_0 = 0.01\ \text{m/d}$ , 地下水位回降范围 ( $h_1 = 2.5\ \text{m}$ ,  $h_2 = 1.0\ \text{m}$ ) 及时间 ( $T = 10\ \text{d}$ ), 并按图 2 计算流程框图, 用计算机试算, 可很容易求得排水沟间距  $L = 460\ \text{m}$ .

## 参 考 文 献

- 1 瞿兴业, 张友义. 考虑蒸发影响和脱盐要求的田间排水沟(管)间距计算. 水利学报, 1983(5): 1~11
- 2 КОСТЯКОВ А Н, ФАВОРИН Н Н, АВЕРЬЯНОВ С Ф ВЛИЯНИЕ ОРОСИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ НА РЕЖИМ ТРУНТОВЫХ ВОД, 1956: 138~141
- 3 瞿兴业. 均匀入渗情况下均质土层内地下水向排水沟流动的分析. 水利学报, 1962(6): 1~19
- 4 毛昶熙. 电模拟试验与渗流计算. 北京: 水利出版社, 1981. 346~348
- 5 沙金焯. 非线性蒸发条件下的明沟暗管排水. 水利学报, 1983(2): 37~43
- 6 沙金焯. 水平面内地下水的二元非定常运动. 力学学报, 1979(4)
- 7 叶自桐. 土壤盐碱化地区的排水计算问题. 武汉水利电力学院研究生毕业论文, 1965

## A New Method of Calculation of Farmland Drainage in Evaporation Conditions

Wang Wenyan Dang Zhiliang

*(Water Conservancy & Hydroelectric Power College of  
Shaanxi Institute of Mechanical Engineering Xi'an, 710048)*

**Abstract** This paper analyses the laws of drawdown velocity of subsurface water level in the drainage area under the double actions of evaporation and drainage, and then suggests a calculation method of the distance between drainage ditches in farmland applicable to any index of evaporation. Based on the field measured data of variations in subsurface water level in the drainage area, the method can be used to obtain the values of some related parameters for drainage calculation applicable to that area.

**Key words** ground water level, drawdown, drainage by open channel, evaporation / index of evaporation, drawdown velocity