

双参数载荷谱编制研究

康晓弟 * 黄振声

(农业工程系)

摘 要 针对农业机械工作载荷的随机性,应用概率论与数理统计原理,分析了双参数载荷谱编制时由载荷变程均值联合密度函数生成常用程序载荷谱的方法;针对农业机械作业工况的多样性,导出了多工况载荷谱合成扩展以及最大载荷推断的通用公式;应用等损伤理论,导出了由载荷累积频次曲线生成阶梯程序载荷谱时各级载荷频次计算的通用公式。

主题词 随机载荷, 载荷谱

要想从根本上提高农业机械的可靠性、耐久性,就须对其零部件在使用条件下的工作载荷进行研究。由于农机作业工况复杂、多样,其工作载荷多属随机载荷。对于随机载荷,工程上常用概率统计的方法进行分析处理,最后得到反映载荷统计特征的载荷谱,为室内模拟试验、可靠性、耐久性计算提供依据。程序载荷谱是处理随机载荷时最常用的载荷表示法,它形式简单,便于室内模拟试验及计算而又接近实际情况。

随机载荷处理的新趋势是进行双参数计数统计处理,然后在建立载荷变程均值联合密度函数的基础上编制各种程序载荷谱。由于这种处理同时考虑了载荷变程及均值变化的随机性,所以更能真实地反映随机载荷的统计规律,对农机零构件载荷更是如此。关于双参数计数及变程均值联合密度函数的建立,已有报道^[1,2],但对如何由载荷变程均值联合密度函数编制各种常用的程序载荷谱,则缺乏应有的研究。针对上述情况,本文分析了由载荷变程均值联合密度函数生成常用程序谱的方法,系统讨论了农机零部件程序载荷谱编制过程中存在的多工况载荷合成扩展以及阶梯谱生成等方面的问题。

1 由变程均值联合密度函数生成程序谱

设对某农机具零部件各工况载荷进行室外实测,并经双参数计数处理,将变程 SA_i 、均值 SM_i 作为随机变量进行统计推断,得到变程及均值各自的分布密度函数分别为 $f_{x_i}(SA_i)$, $f_{y_i}(SM_i)$, 二者的联合分布密度函数为 $f_{x,y_i}(SA_i, SM_i)$, $i=1, 2, \dots, R$ (R 为零部件的工况数目)。现讨论如何由上述分布密度函数生成常用谱型。

1.1 常均值载荷谱的生成

常均值谱主要考虑载荷变程对零部件疲劳耐久性的影响,因而在编谱时只对载荷变程进行统计推断,最终得到的阶梯谱直接迭加在波动中心之上。

1.1.1 简化变程分布 由于不计均值变化的影响,故常均值简化后变程分布与双参数计数后统计得到的变程分布相同,即简化变程分布就是原变程边缘分布。

文稿收到日期: 1989-03-04。

* 现在中国农机研究院测试计算中心工作。

1.1.2 波动中心 为了全面反映不同工况载荷均值变化情况,按循环次数比取各工况均值的加权平均值,即得波动中心^[3]

$$SU = \sum_{i=1}^R \psi_i SU_i \quad (1)$$

式中 R ——零部件工况数;
 SU_i ——第*i*工况变程均值的平均值;
 ψ_i ——第*i*工况的循环次数比。

$$\psi_i = \frac{t_i f_i}{\sum_{i=1}^R t_i f_i} \quad (2)$$

式中 t_i ——第*i*工况的工作时间比例;
 f_i ——第*i*工况载荷循环频率。

1.1.3 试验谱生成 根据简化后的变程分布进行不同工况载荷的合成扩展,求得阶梯程序载荷谱后生成试验谱

$$S_{i,m,s} = SU + \frac{1}{2} S_i \quad S_{i,m,n} = SU - \frac{1}{2} S_i \quad (3)$$

($i = 1, 2, \dots, m^1$; m^1 为程序谱阶梯数)

式中 $S_{i,m,s}$ ——第*i*级试验载荷的高幅;
 $S_{i,m,n}$ ——第*i*级试验载荷的低幅;
 S_i ——第*i*级载荷的幅值。

1.2 等损伤载荷谱的生成

等损伤载荷谱是把双参数计数、统计分析得到的变程及均值按照损伤等效的原则进行折算而得到的一种试验程序谱。根据材料的等寿命曲线可将载荷不同均值对应的变程按照损伤等效的原则折算到某一均值上去,得到当量变程,并进行统计分析,最终得到的程序谱迭加在给定的均值之上。

1.2.1 当量变程分布 当量变程可用Good-man公式求取,即

$$S = SA \left(\frac{\sigma_b - SU}{\sigma_b - SM} \right) \quad (4)$$

式中 SA ——折算前的变程;
 S ——折算后的当量变程;
 SU ——波动中心(即给定的均值);
 SM ——折算前的变程对应的均值;
 σ_b ——材料的强度极限。

式(4)中, SA , SM 为随机变量,其余参数均为常数。求当量变程的分布是一个求二元随机变量的函数分布问题。已知 SA , SM 的分布密度函数分别为 $f_{s1}(SA)$, $f_{s2}(SM)$,二者的联合密度函数为 $f_{s1}(SA, SM)$,对3.76式^[4]稍作变换,得当量变程密度函数

$$f_s(S) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{s1} \left(x, \frac{-\sigma_b + SU}{S} x + \sigma_b \right) \frac{\sigma_b - SU}{S^2} x dx \quad (5)$$

当变程、均值相互独立时,当量变程分布

$$f_i(S) = \frac{\sigma_b - SU}{S^2} \int_0^{\infty} f_{i,1}(x) f_{i,2}\left(\frac{-\sigma_b + SU}{S}x + \sigma_b\right) x dx \quad (6)$$

式(6)较繁,一般难以直接积分求分布函数的精确表达式,对变程与均值不相互独立的情况则更复杂,只能借助数值方法,在此建议使用 Monte-Carlo 法^[4,5]进行模拟求解。

模拟以式(5)为依据,应用随机变量的抽样原理,根据变程、均值的分布密度函数可产生一组 SA, SM 的模拟抽样值 (SA_k, SM_k) ($k=1, 2, \dots, n$, n 为模拟试验的样本总数),代入式(4)可得到相应的一个当量变程,此即当量变程的一个抽样;多次对变程、均值模拟抽样可得到一系列的当量变程 $S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_n$,此即模拟当量变程序列;对产生的当量变程序列进行分组统计、分布拟合^[7],就可获得当量变程的概率分布密度函数。

1.2.2 波动中心 计算同式(1)。

2 载荷谱合成扩展

以上仅讨论了如何由单工况载荷变程均值联合密度函数生成相应的简化变程分布及均值。由此得到的变程分布密度函数只代表单工况在有限的工作时间内的载荷变化情况,在此基础上还须对各个单工况载荷谱进行合成,并加以扩展,以获得反映农机零部件实际载荷情况的综合累积频次曲线,并据此推断最大载荷,生成程序载荷谱。

2.1 现有方法评述

关于不同工况载荷谱的合成、扩展,目前大致有两类方法:

(1) 先合成后扩展法^[8] 这种方法一方面计算复杂,误差较大,另一方面不同的工况属于不同的总体,从理论上讲先合成再扩展外推依据不足。

(2) 先扩展后合成法^[9] 这种方法计算较为简便,易于计算机化,但在具体应用时,需根据各工况不同的变程分布情况选择适当的 N 值。若 N 值选择不当,综合累积频次曲线及最大载荷推断误差较大。

2.2 全概率公式的应用

设某一农机零部件共有 R 种作业工况,各工况的循环次数比为 ψ_i ,此即在总的工作期间,每一次载荷循环恰好发生在第 i 工况的可能性大小,进一步可理解为每次循环恰好发生在第 i 工况的概率,当一次循环发生在第 i 工况(即零部件在第 i 工况工作)时,载荷变程大于或等于 s 的概率为 $P_i(s)$ 。由于各工况的出现是互斥的,而其共同构成零部件的各个实际作业工况的载荷变化是相互独立的,则由 Bayes 公式知实际作业期间,每次载荷循环、载荷变程大于或等于 s 的概率

$$P(s) = \sum_{i=1}^R \psi_i P_i(s) \quad (7)$$

式中 $P_i(s)$ ——第 i 工况载荷变程累积频次概率分布函数;

$$P_i(s) = \int_0^{\infty} f_i(s) ds \quad (8)$$

据式(7)可得合成累积频次概率密度函数

$$f(s) = \sum_{i=1}^R \psi_i f_i(s) \quad (9)$$

当 s 连续变化时,式(7),(9)分别成连续曲线,即精确的合成累积频次概率分布函数及累积频次概率密度函数。

据式(7),(8)还可得到综合累积频次函数表达式

$$N(s) = N \sum_{i=1}^R \psi_i \int_s^{\infty} f_i(s) ds \quad (10)$$

式中 N ——合成扩展后累积频次数。

据式(10)可得最大载荷推断的通用公式

$$\sum_{i=1}^R \psi_i \int_{s_{m..x}}^{\infty} f_i(s) ds = N^{-1} \quad (11)$$

解此超越方程可得最大载荷推断值。

3 阶梯载荷谱频次计算

由合成、扩展后得到的综合累积频次曲线是连续的,不便于室内模拟试验与计算,必须用有限级数(一般为八级)的阶梯程序载荷谱去代替。常用幅值比系数法得到各级载荷值,然后确定各级载荷的循环频次。

3.1 现有方法评述

确定了各级载荷后,怎样确定其相应的循环频次,目前尚无统一明确的计算公式,根据所见资料介绍,目前常用的方法有:

(1) 平均值法^[3,9] 这种方法计算方便,目前应用最为广泛,但缺乏明确的理论依据。

(2) 区域面积相等法^[8] 此法认为阶梯谱划分时,只要保证图1中各阴影部分的面积与对应的空白部分面积相等,则阶梯谱与载荷综合累积频次曲线作用等效。

即在图1的 S_{i-1} 与 S_i 级间从 C 点划分,并过此点作垂直于横坐标轴的垂线,使三边形 ABC 与 CDE 的面积相等。由于综合累积频次曲线一般不为直线,欲使二图形面积相等计算较为困难。为简单计,假设综合对数累积频次曲线为一直线,则如图1示,只要取相邻载荷对应的中点 C 作为划分点,即可保证区域面积相等。

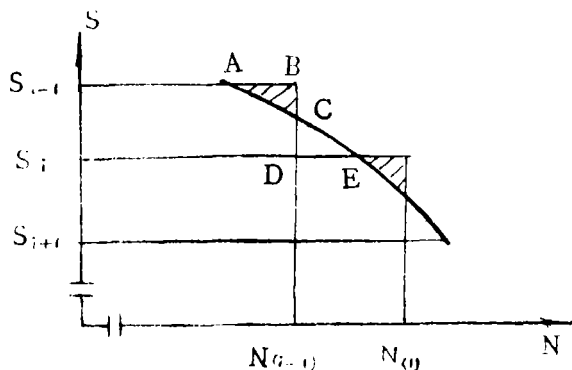


图1 频次计算的区域面积相等法

一般情况下, 对数累积频次曲线不一定为直线, 按直线假设存在误差, 同时即使做到了使区域面积相等, 由于原累积频次曲线上每个区间载荷频次大部分转化到低一级的载荷上, 少部分转化到高一级载荷级上, 使总的损伤效应变小, 得到的阶梯谱与综合累积频次曲线之间仍存在较大的误差。

3.2 损伤理论的应用

用阶梯谱代替连续工作谱(即综合累积频次曲线)的原则是用阶梯谱给零部件加载所造成的损伤效应与原载荷综合累积频次曲线造成的损伤一致。因此可从损伤等效入手, 探讨确定各级载荷循环频次的方法。

如图2, 在综合累积频次曲线的AC段上任取一微段 dN 考虑到式(7), (8), (9), 则

$$dN = N dp(s) = N f(s) ds \quad (12)$$

由Miner线性累积损伤理论, 微段 dN 的损伤度为

$$d_D = d_N / N, \quad (13)$$

式中, N 为零构件受载荷 s 作用, 发生疲劳破坏的总循环频次。

由构件的 $S-N$ 曲线, 有

$$N_s S^m = C \quad (C \text{ 为一常数}) \quad (14)$$

式中, m 为构件 $S-N$ 曲线的负斜率。

将式(12), (14)代入式(13), 得

$$d_D = \frac{N f(s) S^m}{C} ds \quad (15)$$

则曲线段AC上的总损伤

$$D_i = \int_{S_{i-1}}^{S_i} \frac{N f(s) S^m}{C} ds \quad (16)$$

另一方面, 在求阶梯谱各级载荷循环频次时, 设将曲线的AC段从B点分开, AB间的频次转化到 S_{i-1} 上, 记为 $N_{i(i-1)}$, CB间的频次转化到 S_i 上, 记为 N_{ii} 。离散化后, 阶梯载荷 S_i, S_{i-1} 分别作用 $N_{ii}, N_{i(i-1)}$ 个循环后, 造成的损伤为

$$\begin{aligned} D_i' &= \frac{N_{i(i-1)}}{N_{S_{i-1}}} + \frac{N_{ii}}{N_{S_i}} \\ &= \frac{N_{i(i-1)} - N_{i-1}}{C} S_{i-1}^m + \frac{N_{ii} - N_{i(i-1)}}{C} S_i^m \end{aligned} \quad (17)$$

根据等损伤原则, 应使 $D_i' = D_i$ ($i = 1, 2, \dots, m'$), 由此可求得划分点B的累积频次

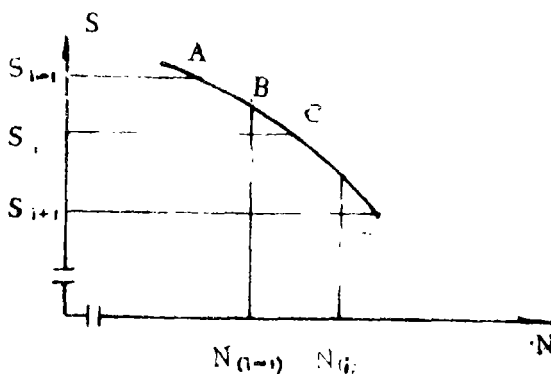


图2 频次计算的等损伤法

$$N_{(i-1)} = N \frac{\int_{S_{i-1}}^{S_i} f(s) S^m ds + S_{i-1}^m P(S_{i-1}) - S_i^m P(S_i)}{S_{i-1}^m - S_i^m} \quad (18)$$

各级载荷的循环频次为

$$\begin{aligned} \Delta_i &= N(i) & (i=1) \\ \Delta_i &= N(i) - N_{(i-1)} & (i=2, 3, \dots, m'-1) \\ \Delta_i &= N_i - N_{(i-1)} & (i=m') \end{aligned} \quad (19)$$

4 计算机程序框图

为便于农机零部件双参数载荷谱分析的普及应用, 本文将包括采样、双参数计数处理在内的载荷谱编制分析过程编成了计算机程序, 程序框图如图3。程序主要由采样、双参数计数、变程、均值二维联合密度建立、波动中心求解、简化变程分布求解及阶梯谱生成等子程序组成。

5 结 论

1) 应用解析及 Monte-Carlo 模拟的方法分析了双参数载荷谱编制中由载荷变程均值联合分布生成常用程序载荷谱的方法, 使双参数载荷谱研究更为系统深入, 便于实际应用。

2) 应用概率论原理, 从农机零部件实际工作情况出发, 导出了不同工况载荷谱合成扩展以及最大载荷推断的通用公式, 该公式克服了现有方法的不足, 能减少计算误差, 提高载荷谱编制精度。

3) 应用线性累积损伤理论, 根据损伤等效的原则导出了由载荷综合累积频次曲线生成阶梯谱时各级载荷循环频次的计算公式, 使程序载荷谱的生成更趋合理。

4) 在双参数载荷谱编制方法讨论的基础上, 编制了包括双参数计数、变程均值统计处理在内的双参数载荷谱分析计算机程序, 使双参数载荷谱编制计算机化。

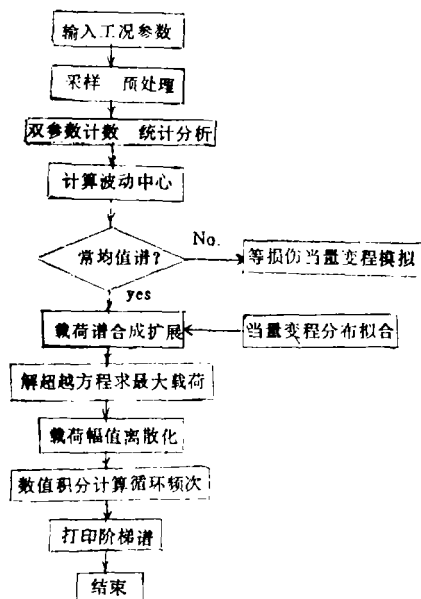


图3 编谱计算机程序框图

参 考 文 献

- 1 朱力平. 双参数计数法的随机载荷谱分析. 农业机械学报, 1984 (2): 52~65
- 2 顾明, 陈键元. 非对称循环载荷二维载荷谱编制分析及计算程序. 机械强度, 1987 (1): 62~68
- 3 程建钢, 黄振声. 峰值法载荷谱编制与计算机程序. 西北农业大学学报, 1987 (4): 28~35
- 4 周概荣. 概率论与数理统计. 北京: 高等教育出版社, 1986
- 5 吴波, 黎明发. 使用 Monte Carlo 方法间接确定不可测机械零件载荷谱. 武汉工学院学报, 1986 (3): 78~86
- 6 冯康. 数值计算方法. 北京: 国防工业出版社, 1978
- 7 康晓弟. 拖拉机传动系统载荷特性的试验研究. 西北农业大学1988届攻读硕士学位研究生毕业论文

- 8 王建定, 邱白晶, 毛罕平. 程序载荷谱编制的计算机化. 江苏工学院学报, 1987 (3) : 19~27
9 丁川. 多工况载荷谱一步合成法及其计算程序. 洛阳工学院学报, 1983 (1) : 42~49

A Study on Two-parameter Load Spectrum Compilation

Kang Xiaodi

(*The Chinese Academy of Agricultural Mechanization Sciences*)

Huang Zhensheng

(*Department of Agricultural Engineering*)

Abstract With an aim at solving the problem of randomization of farm machinery load, and based on the probability and statistics theory, this paper analyses the methods of working out the commonly-used programme spectrum from the joint functions of load amplitude and mean value in two-parameter spectrum formation. A general formula of composition and extension of load spectrum in different working conditions and the calculation of maximum load value is derived. Also, a formula for calculating load frequency in each step is derived by using the linear accumulated damage theory and the equal damage theory when the integrated and accumulated frequency curve yields step spectrum.

Subject words random load, load spectrum