第17卷第2期　　西北农业大学学报　　Vol.17, No.2
1989年6月　　Acta Univ.Septentrionali Occident.Agric.　　Jun., 1989

弧形钢闸门梯形刚架稳定性的有限元分析

何运林

（水利系）

摘　要

在水库和水电站等工程中，弧形钢闸门梯形刚架的稳定性可采用有限元法进行研究。研究中考虑了侧止水橡皮的弹性抗力及梁柱的单位刚度比。研究结果表示为弧门梯形刚架柱的有效长度系数及临界荷载。

关键词： 弧形钢闸门；稳定性；有限元分析；有效长度系数；临界荷载

弧形钢闸门是水利水电工程中的重要建筑物。弧门主框架有主横梁式矩形和梯形及主纵梁式多层三角形等三种刚架形式[1,2]。一般在水库、水电站的溢洪道上以及水闸和灌溉枢纽中的露顶弧形钢闸门，多采用主横梁式梯形刚架。在潜孔弧门中有时也采用梯形刚架。按照参考文献[3]进行统计分析结果发现：在露顶弧形钢闸门中，采用梯形钢架结构的弧门数量，占露顶弧门总数的66.3%；在潜孔弧形钢闸门中，采用梯形刚架结构的弧门数量，占潜孔弧门总数的12.2%。由以上统计分析表明，目前在我国采用这种结构形式的弧形钢闸门是较为普遍的。国外弧形钢闸门中也有采用这种结构形式的。

据调查，我国低水头弧门失事时有发生，据不完全统计有20座弧门失事[4]，其中90%为梯形刚架结构。在上述20扇失事的弧门中，除3扇为钢筋混凝土闸门外，其余17扇均为弧形钢闸门。经研究分析[4]，失事的原因是多方面的，然而刚架或支臂失稳却是失事的主要原因之一。且失事的弧门几乎都是1978年以前设计的，执行的是1964年的规范[5]，该规范对弧门刚架稳定计算中的支臂有效长度系数无规定条文，因而各设计单位所采用的支臂有效长度系数极不一致，并有原则性争议[6]。

虽然刚架和柱的稳定性已经研究了很多年，相应也提出了不少的研究成果[7-18]，然而由于构造或边界条件的显著差别，这些成果均不能用于弧门设计中。作者曾在文献〔19〕中提出了弧门刚架稳定性的研究成果，但系主横梁式矩形刚架，也不能用于梯形刚架的弧门中。随后作者在文献〔2,20〕中提出了有关梯形刚架式弧门柱的有效长度系数的部分研究成果，本文针对这个问题继续按有限单元法作了进一步的分析，从而揭示了止水的弹性系数Ts与梁柱单位刚度比K_b对弧门梯形刚架柱有效长度系数和临界荷载的影响及其规律。

1　原理及主要公式

梯形刚架稳定性的有限元分析采用结构矩阵分析的位移法。将梯形刚架进行离散，如图1所示，共18个单元，其中包括两个侧止水橡皮作为弹簧单元，19个结点。在单元

本文于1988年8月11日收到。

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

坐标系下的单元结点力与单元结点位移之间的关系式为

$$[\overline{K}]\{\overline{\delta}\}=\{\overline{f}\} \qquad (1)$$

式中：$\{\overline{\delta}\}$——单元结点位移列阵；

$\{f\}$——单元结点力列阵；

$[\overline{K}]$——单元坐标系下的单元刚度矩阵，可表示为

$$[\overline{K}]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ & & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ & & & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ \text{对} & & & & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ & & & & & \frac{4EI}{L} \\ & & \text{称} & & & \end{bmatrix} \qquad (2)$$

式中：A——单元截面积；

I——单元截面惯性矩；

L——单元长度；

E——材料弹性模量。

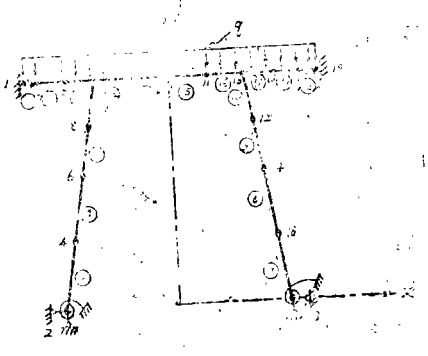

图1 梯形刚架的结构离散

结构坐标系下的单元刚度矩阵由下式求得

$$[Kg]=[R]^T[\overline{K}][R] \qquad (3)$$

式中：$[Kg]$——结构坐标系下的单元刚度矩阵；

$[R]$——坐标变换矩阵。

组集结构总刚度矩阵$[K]$，总自由度为$n=19\times3=57$，故无约束结构的总刚度矩阵$[K]$为57×57的方阵，其表达式为

$$[K]=\begin{array}{c} \begin{matrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \cdots\cdots & \delta_{57} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdots\cdots & K_{1\,57} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdots\cdots & K_{2\,57} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdots\cdots & K_{3\,57} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ K_{57\,1} & K_{57\,2} & K_{57\,3} & \cdots\cdots & K_{57\,57} \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \cdot \\ \delta_{57} \end{matrix} \qquad (4)$$

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

从1号单元开始，将每个单元的单元刚度矩阵按相应位移序号送入总刚度矩阵，即可得到〔K〕。下面采用乔列斯基（Cholesky）法解线性方程组，对称正定矩阵〔K〕可分解为

$$[K]=[U]^T[U] \tag{5}$$

或表示为

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ \text{对称} & & & K_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & & & \\ U_{12} & U_{22} & & \bigcirc \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ U_{1n} & U_{2n} & \cdots & U_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \cdots & U_{1n} \\ & U_{22} & \cdots & U_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ \bigcirc & & & U_{nn} \end{bmatrix} \tag{6}$$

式中：$[U]^T$——为〔U〕的转置矩阵，系下三角矩阵；

〔U〕——为上三角矩阵。

在求解上式时，因已知

$$[K]\{X\}=\{B\} \tag{7}$$

式中：{X}——位移列阵；

{B}——荷载列阵。

故可将式（5）代入式（7）得

$$[U]^T[U]\{X\}=\{B\} \tag{8}$$

按乔列斯基分解法，令

$$[U]\{X\}=\{Y\} \tag{9}$$

将式（9）代入式（8）得

$$[U]^T\{Y\}=\{B\} \tag{10}$$

由式（10）可解得{Y}，将该式展开得

$$\begin{bmatrix} U_{11} & & & \\ U_{12} & U_{22} & & \bigcirc \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ U_{1n} & U_{2n} & \cdots & U_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} \tag{11}$$

再由式（9）可解得{X}，展开得下式

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \cdots\cdots\cdots\cdots U_{1n} \\ & U_{22} \text{———} U_{2n} \\ & \ddots \quad \vdots \\ 0 & U_{nn} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{Bmatrix} \tag{12}$$

然后求解结点力与结点位移。最后求临界荷载及柱的有效长度系数，需按下式[2]求解特征值问题，即

$$(\,[K] - q_{cr}[K_\sigma]\,)\{\delta\} = \{0\} \tag{13}$$

式中：$[K]$——总刚度矩阵；

$[K_\sigma]$——总应力刚度矩阵；

q_{cr}——刚架的临界荷载（最小特征值即为所求临界荷载）；

$\{\delta\}$——特征向量。

按照式（13）采用迭代法求得刚架临界荷载 q_{cr} 后，即可得柱的临界荷载 P_{cr}。然后再由下式求得梯形刚架柱的有效长度系数 μ 值，即

$$\mu = \frac{\pi}{L}\sqrt{\frac{EI_c}{P_{cr}}} \tag{14}$$

2 计算机程序和成果分析

本程序用 FORTRAN 语言编制。以典型弧门梯形刚架（图2）为例，刚架结构的单元划分如图1所示。程序按每个单元座标和其他参数输入，输出为临界荷载及柱的有效长度系数。

在这个程序中，视横梁与柱的单位刚度比 K_b 及弹簧单元的弹性系数 T_s 为变量，共考虑了16个 K_b 值，10个 T_s 值。因此本程序共计算了160组刚架的屈曲模型，从而求得一系列梯形刚架柱的有效长度系数 μ 值及临界荷载 P_{cr} 值。

按程序输出结果进行整理分析，得到了柱的有效长度系数 μ 与参数 K_b，T_s 的关系，并绘于图3中。从图中看出：弹簧单元的弹性系数 T_s 值越小，柱的有效长度系数 μ 值越大；梁与柱的单位刚度比 K_b 值越小，μ 值也越大。必须注意，当弹簧系数 $T_s \geqslant 1234$ kg／cm时，μ—K_b 关系曲线仍然相同。这是由于当 $T_s \geqslant 1234$ kg／cm 和 $K_b \leqslant 30$时，将由对称屈曲模型产生临界荷载，因而此时 T_s 的数值不再影响临界荷载值。此外，还应注意到，当 $T_s = 300$，400，600，900 kg／cm时的 μ—K_b 关系曲线均与 $T_s = 1234$ kg／cm 的曲线相交，每一个相交点的左边，两条曲线合并为一条曲线。这就是说：相交点的右边，由反对称模型得到临界荷载值；相交点的左边，则由对称模型获得临界荷载值；在相交点上，对称模型和反对称模型获得相同的临界荷载值。

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

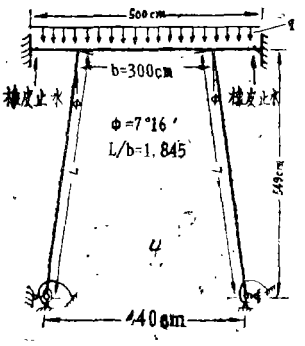

图2　弧门梯形刚架

按计算机输出结果，同样可绘出柱的临界荷载 P_{cr} 与弹簧系数 T_s 及梁柱单位刚度比 K_b 的关系图（图4）。从图中看出：弹簧系数 T_s 值越小，临界荷载 P_{cr} 值也就越小；反之亦然。这是由于弹簧系数 T_s 值越小，梯形刚架的约束侧移值就越大，从而使刚架产生反对称变形，故其临界荷载 P_{cr} 值就越小；反之，当弹簧系数 T_s 值越大，梯形刚架的约束侧移值就越小，故其临界荷载 P_{cr} 值就越大。

其次从图中还可看出：当梁与柱的单位刚度比 K_b 值越小，临界荷载 P_{cr} 值也越小；当刚度比 K_b 值等于10左右时，临界荷载 P_{cr} 值就极近于最大值；当 K_b 值大于10以后，P_{cr} 值增加很小。经分析，当横梁与柱的单位刚度比 $K_b \geq 10$ 时，横梁的刚度远远大于柱的刚度，此时柱与横梁的连接性质就接近于固接，柱的有效长度系数 μ 值趋近于最小值，因此相应柱的临界荷载 P_{cr} 就接近于最大值。

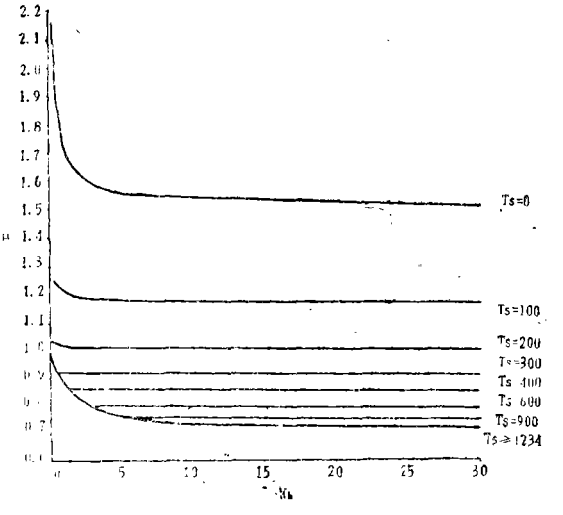

图3　梯形刚架柱的有效长度系数

3 结　论

3.1　弧形钢闸门主横梁式梯形刚架的稳定性可采用有限元法分析，在单元划分中可将两侧止水橡皮视为两个弹簧单元。研究中根据不同的参数 K^b 和 T_s 值，共分析了160组刚架的屈曲模型，其中大多数模型为反对称变形。

3.2　按计算机输出的成果绘制了 $\mu—K_b—T_s$ 关系曲线图（图3），由该图看出：μ 值是随参数 T_s，K_b 而变化，T_s 值越小，μ 值越大；K_b 值越小，μ 值亦越大。当梯形刚架无侧移，将产生对称变形，μ 值为1.0～0.7；当梯形刚架有约束侧移，将产生反对称变形，μ 值较大；如果 $T_s=0$，将获得最大 μ 值，以 $K_b=4$ 为例，当 $T_s=0$ 时，$\mu_{max}=1.565$。

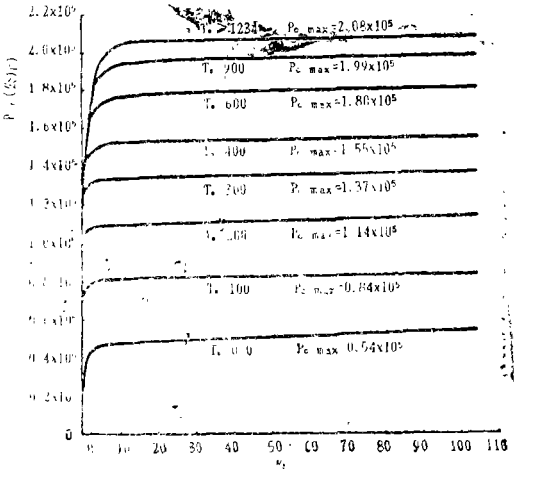

图4　梯形刚架柱的临界荷载

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

3.3 按计算机输出成果绘制的P_{cr}—K_b—T_s关系图（图4）中看出：梯形刚架柱的临界荷载是随参数T_s，K_b变化，参数T_s值越大，刚架柱的临界荷载P_{cr}值就越大，当$T_s \geqslant 1234$ kg／cm时，所研究的典型弧门梯形刚架柱的临界荷载达到最大值，这是因为此时刚架产生反对称变形的缘故。参数K_b值越大，临界荷载P_{cr}值亦越大，当K_b的数值在10左右时，P_{cr}极近最大值。

参 考 文 献

1 水利电力部钢闸门规范组.水利水电工程钢闸门设计规范 SDJ 13－78.水利电力出版社,1978

2 He Y L, Huang T. *ASCE・Journal of Structural Engineering*, 1985; 111(11): 2385—2401

3 水利电力部.水利水电工程闸门技术特性手册.水电部水利水电规划设计院,1985

4 黄廷琰,危玲. 水力电力部金属结构网刊,1985; 5: 23—41

5 水电部.水工建筑物钢闸门设计规范.水电总局, 1964

6 水利电力部闸门规范组.水利水电工程钢闸门设计规范修订说明.电力工业出版社,1982

7 Agrawal K M, Stafiej A P. *AISC.Engineering Journal*, 1980; 17(4): 96—105

8 Bleich F. *Buckling Strength of Metal Structure*. New York: McGraw-Hill,1952

9 Driscoll G C Jr. *AISC Engineering Journal*, 1976; 13(4): 109—115

10 Gaylord E H Jr, Gaylord C N. *Structural Engineering Handbook*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Book Company,1979

11 Johnston B G.*Guide to Stability Design Criteria for metal Structures*. 3rd ed, New York: John wiley and Sons. 1976

12 Kavanagh T C. *ASCE*, 1962; 127: 81—101

13 Lu L W, *AISC Engineering Journal*, 1965; 2(1): 6—7

14 Salmon C G, Johnson J E. Steel Structures Design and Behavior, 2nd ed, New York: Harper and Row, 1980

15 Sandhu B S. *AISC Engineering Journal*, 1972; 9(4): 154—156

16 Wood R H. *The Structural Engineer*, 1974; 52(7): 235—244

17 Yura J A.*AISC Engineering Journal*, 1971; 8(2): 37—42

18 AISC. Manual of Steel Construction. 8th ed, 1980

19 何运林.西北农学院学报, 1979; (3): 59—73

20 何运林, 黄振. 水利发电学报, 1987(1): 46—60

21 Cook R D. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. 2nd ed, New York: John Wiley and Sons, 1981

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

THE FINITE ELEMENT ANALYSIS OF STABILITY OF TRAPEZOIDAL FRAMES OF STEEL RADIAL GATES

He Yunlin

(Water Conservancy Department; Northwestern Agricultural University)

Abstract

The finite element analysis is used to analyse stability of trapezoidal frames of steel radial gates in reservoirs, hydroelectric power stations, etc. The elastic resistance of the side seal rubbers and unit stiffness ratio for girder to column are considered in this study. Results are expressed in terms of the effective length factors and the critical load of trapezoidal frame column in radial gates.

Key words: Steel radial gate; stability; finite element analysis; effective length factor; critical load

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net