

网络出版时间:2019-07-22 13:51 DOI:10.13207/j.cnki.jnwafu.2020.02.018
网络出版地址:<http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1390.S.20190722.1350.036.html>

自适应差分进化算法在反求含水层参数中的应用

陈童,常安定,李江杰,吴田军
(长安大学 理学院,陕西 西安 710064)

[摘要] 【目的】研究自适应差分进化算法在反求含水层参数中的适用性。【方法】以理论计算值与实际观测值的离差平方和的均值作为目标函数,应用自适应差分进化算法优化待估含水层参数;计算相关实例,对比改进直线图解法、混沌序列优化算法、简算法、泰斯配线法、线性回归法与自适应差分进化算法的最终优化结果。【结果】与改进直线图解法、混沌序列优化算法和简算法等计算方法相比,自适应差分进化算法的计算结果更加精确,与实际观测值的差异较小;对于不同的含水层参数取值范围,自适应差分进化算法较传统差分进化算法稳定且寻优率与计算精度更高。【结论】自适应差分进化算法是一种有效的反求含水层参数的方法。

[关键词] 含水层参数;泰斯公式;差分进化算法;自适应差分进化算法

[中图分类号] O224

[文献标志码] A

[文章编号] 1671-9387(2020)02-0143-05

Application of adaptive differential evolution algorithm in reversing aquifer parameters

CHEN Tong, CHANG Anding, LI Jiangjie, WU Tianjun

(College of Science, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)

Abstract: 【Objective】This study researched the applicability of adaptive differential evolution algorithm in reversing aquifer parameters. 【Method】Taking the mean of square summation of deviations between theoretical and observed values as the objective function, an adaptive differential evolution algorithm was applied to optimize the estimation of aquifer parameters. Based on related examples, it was compared with the adaptive differential evolution algorithm, improved linear graph algorithm, chaotic sequence optimization algorithm, simplified algorithm, Tess matching method, and linear regression method. 【Result】The calculation results of adaptive differential evolution algorithm had small difference with actual observations and were more accurate than those of improved linear graphic method, chaotic sequence optimization algorithm, simple algorithm, Tess wiring method and linear regression method. Adaptive differential evolution algorithm had the advantages of high stabilization, high optimal rate and high calculation accuracy for different ranges of aquifer parameters. 【Conclusion】The adaptive differential evolution algorithm is an effective method to reverse aquifer parameters.

Key words: aquifer parameters; Tess formula; differential evolution algorithm; adaptive differential evolution algorithm

在开发和评价地下水资源过程中,常常遇到估计含水层参数的相关问题,分析非稳定流抽水试验

数据是确定含水层参数的重要方法之一。1935年泰斯提出的泰斯公式^[1],因形式简单且可以反映抽

[收稿日期] 2018-12-14

[基金项目] 国家自然科学基金项目(41601437)

[作者简介] 陈童(1994—),女,陕西西安人,在读硕士,主要从事最优化理论与应用研究。E-mail:1367839462@qq.com

[通信作者] 常安定(1964—),男,陕西大荔人,教授,博士,主要从事水文地质的数学分析方法研究。E-mail:chdanding@126.com

水过程中地下水的水位变化,因此一直用于确定含水层参数。目前,确定含水层参数的传统方法有改进直线图解法^[2]、混沌序列优化算法^[3]、简算法^[4]、泰斯配线法^[5]和线性回归法^[6]等,这些方法具有计算不精确、求解过程复杂等局限^[6-7]。为了克服以上方法的局限性,人们将智能优化算法应用于求解含水层参数问题。例如杨陈东等^[8]将自步学习应用于含水层参数的确定,但计算精度相对较低;强玲娟等^[9]将机器学习应用于反求含水层参数,但该方法不宜处理实验数据较多的含水层参数问题,且对参数的初始范围要求较高;张全兴等^[10]利用差分进化算法估计含水层参数,但该算法易陷入局部最优且变异因子和交叉因子的取值需人工干预。为克服差分进化算法^[11]收敛速率慢和易陷入局部最优等缺陷,本研究对差分进化算法的变异因子和交叉因子进行改进,使其随着迭代过程自适应变化,并应用自适应差分进化算法确定含水层参数,以期为含水层参数的准确估计提供参考。

1 自适应差分进化算法(ADE)

1.1 差分进化算法(Differential evolution, DE)

DE 算法^[12]的基本思想是在可行解范围内随机生成初始种群,对初始种群进行交叉、变异操作,仿照生物适者生存法则,对种群进行选择操作,具体运算步骤如下。

1) 种群初始化。按照下式产生初始种群:

$$X^0 = X_{\min} + \text{rand}(1, D) \cdot (X_{\max} - X_{\min}) \quad (1)$$

式中: X^0 表示算法的第 0 代种群; $\text{rand}(1, D)$ 是 NP 行 D 列的 1 到 D 之间均匀分布的随机数,其中 NP 为种群规模, D 为目标函数中未知数的个数; X_{\min} 、 X_{\max} 分别为个体的最小值和最大值。

2) 种群变异。变异操作是 DE 算法区别于其他优化算法的重要特点。变异方式选择的不同,对种群的寻优率有一定的影响。常见的变异策略^[13]有如下 7 种:

$$\text{DE/rand/1: } V_i^{m+1} = X_{t_1}^m + F \cdot (X_{t_2}^m - X_{t_3}^m), \quad (2)$$

$$\text{DE/rand/2: } V_i^{m+1} = X_{t_1}^m + F \cdot (X_{t_2}^m - X_{t_3}^m) + F \cdot (X_{t_4}^m - X_{t_5}^m), \quad (3)$$

$$\text{DE/best/1: } V_i^{m+1} = X_{\text{best}}^m + F \cdot (X_{t_1}^m - X_{t_2}^m), \quad (4)$$

$$\text{DE/best/2: } V_i^{m+1} = X_{\text{best}}^m + F \cdot (X_{t_1}^m - X_{t_2}^m) + F \cdot (X_{t_3}^m - X_{t_4}^m), \quad (5)$$

$$\text{DE/current-to-best/1: } V_i^{m+1} = X_{\text{best}}^m + F \cdot (X_{t_1}^m - X_{t_2}^m), \quad (6)$$

$$\text{DE/current-to-rand/1: } V_i^{m+1} =$$

$$X_{t_1}^m + F \cdot (X_{t_2}^m - X_{t_3}^m) + F \cdot (X_{t_4}^m - X_{t_5}^m), \quad (7)$$

$$\text{DE/current-to-rand/1: } V_i^{m+1} =$$

$$X_{t_1}^m + F \cdot (X_{\text{best}}^m - X_{t_2}^m) + F \cdot (X_{t_3}^m - X_{t_4}^m). \quad (8)$$

式中: V_i^{m+1} 表示经过变异操作后得到的个体; $X_{t_1}^m, \dots, X_{t_5}^m$ 分别表示第 m 代的第 t_1, t_2, \dots, t_5 个个体; t_1, t_2, \dots, t_5 是从 $(1, 2, \dots, NP)/(i)$ 中随机找寻的互不相同的随机整数; i 表示第 i 个个体; X_{best}^m 为第 m 代的最优个体; X_i^m 表示第 m 代的第 i 个个体; F 为变异因子, $F \in [0, 2]$ 。

3) 种群交叉。DE 算法中,交叉因子 CR 取值为常数, $CR \in [0, 2]$, 选择方式如下:

$$U_{i,j}^{m+1} = \begin{cases} V_{i,j}^{m+1}, & \text{rand}(0,1) \leq CR \text{ 或 } j = n_{\text{rand}}, \\ X_{i,j}^m, & \text{rand}(0,1) > CR \text{ 且 } j \neq n_{\text{rand}}. \end{cases} \quad (9)$$

式中: $U_{i,j}^{m+1}$ 表示经过交叉操作后得到的个体; $V_{i,j}^{m+1}$ 表示经过变异操作后得到的第 $m+1$ 代的第 i 个个体上第 j 条染色体; $\text{rand}(0,1)$ 表示在 $(0,1)$ 内服从均匀分布的随机数; j 表示第 j 条染色体; n_{rand} 是一个随机数, $n_{\text{rand}} \in \{1, 2, \dots, D\}$; $X_{i,j}^m$ 表示第 m 代的第 i 个个体上第 j 条染色体。

4) 种群选择。DE 算法基于贪婪选择机制,对比初始个体与交叉个体的适应度大小,使适应度较小的个体进入下一代种群中。选择方式如下:

$$X_i^{m+1} = \begin{cases} U_i^{m+1}, & f(U_i^{m+1}) \leq f(X_i^m), \\ X_i^m, & f(U_i^{m+1}) > f(X_i^m). \end{cases} \quad (10)$$

式中: X_i^{m+1} 表示经过选择操作后得到的个体; U_i^{m+1} 表示经过交叉操作后得到的第 $m+1$ 代的第 i 个个体; f 为目标函数。

1.2 DE 算法中 F 和 CR 取值方式的改进

改变变异因子 F 和交叉因子 CR 的取值方式是改进 DE 算法^[14-16]的方法之一。DE 算法的 F 和 CR 在整个计算过程中都是恒定不变的常数^[17]。 F 和 CR 取值越大,算法全局搜索能力越强,但收敛速度放慢;取值越小,收敛速度越快,但易陷入局部最优解^[18]。为了克服这些问题,采用自适应的变异因子和交叉因子^[19-20],其表达式为:

$$F = \begin{cases} 2 \left| \cos\left(\frac{3}{4}\pi \frac{N_i}{N_{\max}}\right) \right|, & N_i \leq \frac{2}{3}N_{\max}, \\ 16 \left[e^{\left(\frac{N_{\max}-N_i}{2N_{\max}}\right)^3} - 1 \right], & N_i > \frac{2}{3}N_{\max}. \end{cases} \quad (11)$$

$$CR = \frac{4}{5} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi N_i}{2N_{\max}}\right). \quad (12)$$

式中: N_i 和 N_{\max} 分别代表当前迭代次数和最大迭代次数, F 随着迭代次数的增大而减小, CR 随着迭代次数的增加而增大。由于变异因子和交叉因子的自

适应性, ADE 在迭代初期全局搜索性较强, 迭代后期计算精度高且收敛速度快, 无需人工干预设置 F 和 CR , 具有较高的适应性^[21]。

1.3 ADE 算法步骤^[22-23]

Step 1: 初始化种群, 设置相关参数。

Step 2: 若 $N_i < N_{\max}$, 则进入循环, 否则输出最优结果。

Step 3: 计算最优值, 并记录个体的位置。

Step 4: 采用式(11), 式(12)中的 F 和 CR , 进行变异、交叉和选择操作, 并更新全局最优解位置和全局最优解。

Step 5: 若全局最优解的精度小于 $e_1 = 4 \times 10^{-6}$, 则输出结果, 否则转入 Step 3。

2 泰斯公式与目标函数

2.1 泰斯函数和井函数的计算

以含水层为均质、各向同性和无限延伸为前提, 若进行定量抽水, 则在抽水开始后 t 时刻, 距离抽水主井 r 处的含水层水位降深如下:

$$s = QW(u)/(4\pi T)。 \quad (13)$$

式中: s 表示水位降深, m; Q 表示抽水流量, m^3/min ; T 表示含水层导水系数, m^2/min ; $W(u)$ 为泰斯井函数。 $W(u)$ 的表达式为:

$$W(u) = \int_u^\infty \frac{\exp(-x)}{x} dx。 \quad (14)$$

式中: u 为无量纲时间。 u 的表达式为:

$$u = r^2 \mu / (4Tt)。 \quad (15)$$

式中: μ 为含水层的弹性释水系数, 无量纲。

从式(13)可以看出, 要计算水位降深值, 就要进行无穷积分。因此, Srivastava^[24] 提出的近似泰斯井函数可以表示为:

$$W(u) = -\ln u + a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 +$$

表 1 原始抽水试验数据(无限含水层)

Table 1 Original pumping test data (infinite aquifer)

抽水时间/min Pumping time	水位降深/m Drawdown						
5	0.024	50	0.223	120	0.326	540	0.521
10	0.067	60	0.244	180	0.378	600	0.527
15	0.101	70	0.262	240	0.411	660	0.539
20	0.125	80	0.280	300	0.442	720	0.552
25	0.152	90	0.293	360	0.463	800	0.567
30	0.168	100	0.305	420	0.485		
40	0.201	110	0.317	480	0.503		

依据 ADE 算法步骤, 用 MATLAB 编写程序进行数值试验, 以目标函数绝对值小于 $e_1 = 4 \times 10^{-6}$ 作为算法终止条件, 否则认为算法计算失败。验证试验中, 取种群规模 NP 为 30, 最大迭代次数 N_{\max} 为

$$a_4 u^4 + a_5 u^5, u \leqslant 1。 \quad (16)$$

又即:

$$W(u) = \frac{1}{u \exp(u)} \frac{b_0 + b_1 u + b_2 u^2 + b_3 u^3 + u^4}{c_0 + c_1 u + c_2 u^2 + c_3 u^3 + u^4}, u \geqslant 1。 \quad (17)$$

式中: $a_0 = -0.577, a_1 = 0.999, a_2 = 0.055, a_4 = -0.009, a_5 = 0.001, b_0 = 0.267, b_1 = 8.634, b_2 = 18.059, c_0 = 3.958, c_1 = 21.099, c_2 = 25.632, c_3 = 9.573$ 。

2.2 目标函数的计算

应用 ADE 算法时, 欲求待估计参数, 需使下面表达式的目标函数达到最小, 即:

$$\varphi(\theta) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (s_i^0 - s_i)^2 \Rightarrow \min。 \quad (18)$$

式中: $\varphi(\theta)$ 为目标函数; θ 为待估计参数向量; M 为抽水试验过程中水位降深观测时间排序号; $i = 1, 2, \dots, M$; s_i^0 为抽水开始后第 i 时刻观测到的实际水位降深值; s_i 为由式(13)计算的水位降深。式(18)的意义为求取合适的参数 θ 值, 使得降深观测值和其计算值间的离差平方和的均值达到极小, 此时求得的参数 θ 值即为问题所求。

3 实例应用

3.1 数值验证

为了验证本文提出的方法的可靠性, 采用原始抽水数据进行模型数值验证。如表 1 所示, 采用美国 Pichaco 坝 I.os Veg.5 工程项目的原始抽水试验数据^[4], 其中流量用 Pjrhall 水槽测量, 水位降深用 M 型显示器测量, 基准点在套管接箍北缘。测量点距离抽水主井 30.48 m, 抽水开始后观测孔中的水位降深, 抽水流量为 4.612 8 m^3/min , 抽水时间为 800 min。

300, 根据文献[5], 含水层导水系数 $T \in [2.5, 3.5]$, 释水系数 $\mu \in [0.05, 0.07]$, 抽水试验的序号 $M = 26$, 交叉因子 $CR \in [0, 0.8]$, 变异因子 $F \in [0, 2]$, 变异策略为 DE/rand/1。试验同时采用改进直线图解

法^[2]、混沌序列优化算法^[3]、简算法^[4]、泰斯配线法^[5]和线性回归法^[6]求解含水层参数,并与 ADE 算法的优化结果进行比较。

3.2 验证结果分析

3.2.1 不同方法计算结果的比较 在无限含水层前

表 2 不同优化方法计算含水层参数结果的比较

Table 2 Comparison of calculated aquifer parameters by different optimization methods

计算方法 Calculation method	导水系数/(m ² ·min ⁻¹) Transmissibility coefficient	释水系数 Storativity	$\varphi(\theta)/(\times 10^{-6})$
本文算法 Algorithm in this study	2.878	0.066	3.479
改进直线图解法 Improved linear graphic method	2.882	0.064	11.771
混沌序列优化算法 Chaotic sequence optimization algorithm	2.880	0.062	64.115
简算法 Simple algorithm	2.950	0.066	11.335
泰斯配线法 Tess wiring method	2.787	0.067	60.952
线性回归法 Linear regression method	3.040	0.069	11.949

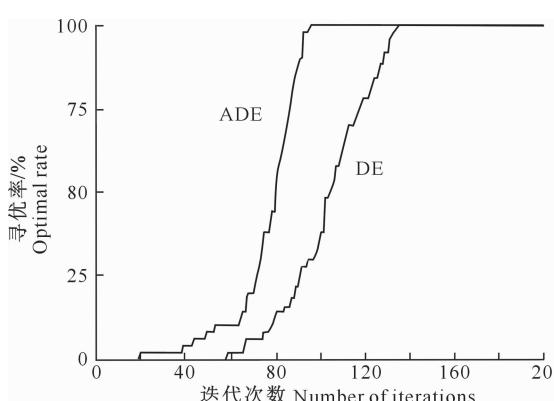
3.2.2 ADE 与 DE 的比较 在其他条件不变的前提下,ADE 算法和 DE 算法中待估参数的上限分别取文献[5]中上限的 2,4,6 和 8 倍,最大迭代次数均为 100 次,种群规模为 50,以运行 20 次计算结果 $\varphi(\theta)$ 计算值的平均值和 $\varphi(\theta)$ 计算值的变异系数作为算法优劣的衡量指标。这里的平均值指对目标函数 $\varphi(\theta)$ 连续计算 20 次得到的所有值计算平均值。从表 3 可以看出,在相同条件下,待估参数倍数对

提下,表 2 给出了 ADE 算法和其他优化算法的计算结果。由表 2 可知,ADE 和其他算法得到的含水层参数值十分接近,因此 ADE 计算结果是可靠的;与其他优化算法得到的结果相比,ADE 计算的目标函数值最小,所以采用 ADE 反求含水层参数是可行的。

表 3 ADE 和 DE 算法计算含水层参数优劣的比较

Table 3 Comparison of ADE and DE algorithms for calculating aquifer parameters

待估参数倍数 Multiple of parameter to be estimated	$\varphi(\theta)$ 计算值的平均值/($\times 10^{-6}$) Mean of calculated $\varphi(\theta)$		$\varphi(\theta)$ 计算值的变异系数/($\times 10^{-9}$) Coefficient of variation of calculated $\varphi(\theta)$	
	ADE	DE	ADE	DE
2	3.479	3.481	0.000	0.968
4	3.479	3.490	0.000	3.231
6	3.479	3.496	0.010	6.388
8	3.479	3.512	0.007	9.100



待估参数取值上限取文献[5]中上限的 4 倍

The upper limit of the estimated parameter is 4 times
of that in reference [5]

图 1 ADE 与 DE 迭代 200 次时寻优率的比较

Fig. 1 Comparison of optimal rates of ADE and
DE iterations for 200 times

DE 计算结果影响较大,当待估参数倍数为 8 倍时 DE 计算的 $\varphi(\theta)$ 的平均值达到 3.512×10^{-6} ,变异系数达到 9.100×10^{-9} ;待估参数倍数对 ADE 的计算结果影响不大,当待估参数倍数为 8 倍时 ADE 计算的 $\varphi(\theta)$ 平均值为 3.479×10^{-6} ,变异系数为 0.007×10^{-9} 。图 1 为待估参数取值上限为文献[5]中上限的 4 倍、迭代次数取 200 时,ADE 和 DE 的寻优率随迭代次数的变化情况。

从图 1 可以看出,ADE 在迭代 98 次时寻优率已达 100%,DE 在迭代 135 次时寻优率才达 100%。由此可知,与 DE 算法相比,ADE 算法收敛性更好,且计算精度较高。

4 结语

基于抽水试验过程中水位降深的原始数据,应用 ADE 算法反求含水层导水系数和释水系数,验证了 ADE 算法反求含水层参数的可行性。将 ADE 算法的计算结果与其他优化算法的计算结果进行对比,可得出以下结论:

1) 改进直线图解法、混沌序列优化算法、简算法、泰斯配线法和线性回归法得到的目标函数值分别为 11.771×10^{-6} , 64.115×10^{-6} , 11.335×10^{-6} , 60.952×10^{-6} 和 11.949×10^{-6} ,而 ADE 算法得到

的目标函数值为 3.479×10^{-6} , 可见与其他算法相比, ADE 算法优化精度更高。

2) 通过实例分析待估计含水层参数的取值范围上限对 ADE 和 DE 算法稳定性的影响, 结果表明, ADE 算法比 DE 算法更稳定。

3) DE 算法在迭代 135 次时寻优率达到 100%, 而 ADE 算法在迭代 98 次寻优率已达 100%, 可见在相同条件下, ADE 算法的寻优率更高。

综合以上内容可知, ADE 优化算法是一种可行的反求含水层参数方法, 可用于含水层参数的准确估计。

[参考文献]

- [1] 陈崇希, 林敏. 地下水动力学 [M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1999: 70-122.
Chen C X, Lin M. Dynamics of groundwater [M]. Wuhan: China University of Geosciences Press, 1999: 70-122.
- [2] 郭建青, 李彦, 王洪胜, 等. 粒子群优化算法在确定含水层参数中的应用 [J]. 中国农村水利水电, 2008(4): 4-7.
Guo J Q, Li Y, Wang H S, et al. Application of particle swarm optimization in determining aquifer parameters [J]. China Rural Water and Hydropower, 2008(4): 4-7.
- [3] 郭建青, 李彦, 王洪胜, 等. 确定含水层参数的混沌序列优化算法 [J]. 中国农村水利水电, 2006(12): 26-29.
Guo J Q, Li Y, Wang H S, et al. Optimization of chaotic sequence for determining aquifer parameters [J]. China Rural Water and Hydropower, 2006(12): 26-29.
- [4] Singh S K. Aquifer boundaries and parameter identification simplified [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, 128(8): 774-780.
- [5] U. S. Department of the Interior(USDI). Groundwater manual [M]. Washington DC: U. S. Govt Printing Office, 1977: 119.
- [6] Yang X S. Unconventional computation and natural computation [M]. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012: 240-249.
- [7] 王静云, 常安定, 郭建青, 等. 基于混沌人工鱼群混合算法确定含水层参数 [J]. 中国农村水利水电, 2013(3): 27-29, 33.
Wang J Y, Chang A D, Guo J Q, et al. Determination of aquifer parameters based on chaotic artificial fish swarm mixing algorithm [J]. China Rural Water and Hydropower, 2013(3): 27-29, 33.
- [8] 杨陈东, 常安定, 张明. 自步学习在确定含水层参数中的应用 [J]. 水利水电科技进展, 2017, 37(5): 74-77.
Yang C D, Chang A D, Zhang M. Application of self-step learning in determining aquifer parameters [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2017, 37(5): 74-77.
- [9] 强玲娟, 常安定, 陈玉雪. 机器学习算法反求水文地质参数 [J]. 煤田地质与勘探, 2017, 45(3): 87-90.
Qiang L J, Chang A D, Chen Y X. Machine learning algorithm for reversing calculation of hydrogeological parameters [J].
- [10] 张全兴, 常安定. 利用差分进化算法反求含水层参数 [J]. 煤田地质与勘探, 2008, 36(5): 54-57.
Zhang Q X, Chang A D. Reversing calculation of aquifer parameters by differential evolutionary algorithm [J]. Coal Geology & Exploration, 2008, 36(5): 54-57.
- [11] Storn R, Price K. Differential evolution: a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces [J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [12] 汪慎文, 丁立新, 张文生, 等. 差分进化算法研究进展 [J]. 武汉大学学报(理学版), 2014, 60(4): 283-292.
Wang S W, Ding L X, Zhang W S, et al. Research progress of differential evolution algorithm [J]. Journal of Wuhan University(Science Edition), 2014, 60(4): 283-292.
- [13] 马永杰, 朱琳, 田福泽. 动态参数调整的多策略差分进化算法 [J]. 西北师范大学学报(自然科学版), 2018, 54(3): 40-46.
Ma Y J, Zhu L, Tian F Z. Multi-strategy differential evolutionary algorithm for dynamic parameter adjustment [J]. Journal of Northwest Normal University (Natural Science Edition), 2018, 54(3): 40-46.
- [14] 刘龙龙, 颜七笙. 差分进化算法的改进及其应用 [J]. 江西科学, 2018, 36(4): 573-598.
Liu L L, Yan Q S. Improvement and application of differential evolutionary algorithm [J]. Jiangxi Science, 2018, 36(4): 573-598.
- [15] 沈鑫, 邹德旋, 张鑫. 随机自适应差分进化算法 [J]. 电子科技, 2018, 31(2): 51-55.
Shen X, Zou D X, Zhang X. Stochastic adaptive differential evolution algorithm [J]. Electronics Technology, 2018, 31(2): 51-55.
- [16] Gong W Y, Zhou A M, Cai Z H. A multioperator search strategy based on cheap surrogate models for evolutionary optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 19(5): 746-758.
- [17] Zhang J, Sanderson A C. JADE: adaptive differential evolution with optional external archive [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(5): 945-958.
- [18] 李静. 差分进化算法与引力搜索算法的改进 [D]. 西安: 陕西师范大学, 2018.
Li J. Improvement of differential evolution algorithm and gravity search algorithm [D]. Xi'an: Shaanxi Normal University, 2018.
- [19] Yu W J, Shen M, Chen W N, et al. Differential evolution with two-level parameter adaptation [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2014, 44(7): 1080-1099.
- [20] 安蔚鹏, 屈星龙. 快速差分进化算法 [J]. 吉林大学学报(理学版), 2017, 55(4): 865-873.
An W P, Qu X L. Fast differential evolutionary algorithm [J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2017, 55(4): 865-873.

Coal Geology & Exploration, 2017, 45(3): 87-90.

- Acta Agriculturae Zhejiangensis, 2017, 29(3): 498-505.
- [16] 王栎渊, 杨帆, 张宽地, 等. 流量和坡度对植被水流水动力学特性的影响 [J]. 人民黄河, 2017, 39(6): 86-89, 93.
Wang D Y, Yang F, Zhang K D, et al. Discharge and slope on hydraulic characteristics of overland flow under vegetated coverage [J]. Yellow River, 2017, 39(6): 86-89, 93.
- [17] 张宽地, 王光谦, 孙小敏, 等. 模拟植被覆盖条件下坡面流水动力特性 [J]. 水科学进展, 2014, 25(6): 825-834.
Zhang K D, Wang G Q, Sun X M, et al. Hydraulic characteristic of overland flow under different vegetation coverage [J]. Advances in Water Science, 2014, 25(6): 825-834.
- [18] 高延良, 董旭, 杨帆, 等. 坡面植被水流水动力学特性研究 [J]. 水力发电学报, 2016, 35(9): 38-47.
Gao Y L, Dong X, Yang F, et al. Experimental study on hydraulic characteristics of overland flows under vegetation cover [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2016, 35(9): 38-47.
- [19] 杨帆, 张宽地, 杨婕, 等. 不同覆盖度下坡面流植被阻力特性研究 [J]. 农业机械学报, 2016, 47(11): 157-162.
Yang F, Zhang K D, Yang J, et al. Characteristics of vegetation resistance in overland flow under different coverage [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(11): 157-162.
- [20] 杨坪坪, 张会兰, 王玉杰, 等. 刚性植被空间配置模式对坡面流水动力学特性的影响 [J]. 水土保持学报, 2015, 29(1): 90-95.
Yang P P, Zhang H L, Wang Y J, et al. Research of the impact of spatial configuration mode of rigid vegetation on overland flow dynamics [J]. Journal of Soil and Water Conservation, 2015, 29(1): 90-95.
- [21] 孟铖铖, 张会兰, 杨坪坪. 模拟植被类型及空间配置对坡面流
- 水动力学特性的影响 [J]. 水土保持学报, 2017, 31(2): 50-57.
Meng C C, Zhang H L, Yang P P. Effects of simulated vegetation types and spatial patterns on hydrodynamics of overland flow [J]. Journal of Soil and Water Conservation, 2017, 31(2): 50-57.
- [22] 杨婕, 张宽地, 杨帆. 柔性植被和刚性植被水流水动力学特性研究 [J]. 人民黄河, 2017, 39(8): 85-89.
Yang J, Zhang K D, Yang F. Experimental study on hydraulic characteristics of overland flow under rigid and flexible vegetation coverage [J]. Yellow River, 2017, 39(8): 85-89.
- [23] 杨帆, 张宽地, 杨明义, 等. 植被淹没程度对坡面流水动力学特性影响 [J]. 水科学进展, 2016, 27(6): 832-840.
Yang F, Zhang K D, Yang M Y, et al. Experimental study on hydraulic characteristic of submergence degree to flow under vegetation coverage [J]. Advances in Water Science, 2016, 27(6): 832-840.
- [24] 孙佳美, 余新晓, 樊登星, 等. 模拟降雨下植被盖度对坡面流水动力学特性的影响 [J]. 生态学报, 2015, 35(8): 2574-2580.
Sun J M, Yu X X, Fan D X, et al. Impact of vegetation cover on surface runoff hydraulic characteristics with simulated rainfall [J]. Acta Ecologica Sinica, 2015, 35(8): 2574-2580.
- [25] Zhang G H, Liu Y M, Han Y F, et al. Sediment transport and soil detachment on steep slopes: I. Transport capacity estimation [J]. Soil Science Society of America Journal, 2009, 73(4): 1291-1297.
- [26] 张科利. 黄土坡面细沟侵蚀中的水流阻力规律研究 [J]. 人民黄河, 1998, 20(8): 13-15.
Zhang K L. Study on flow resistance of rill flow on Loess slopes [J]. Yellow River, 1998, 20(8): 13-15.

(上接第 147 页)

- [21] Pan Q K, Wang L, Gao L, et al. An effective hybrid discrete differential evolution algorithm for the flow shop scheduling with intermediate buffers [J]. Information Sciences, 2011, 181(3): 668-685.
- [22] Zhang Y J, Xu X L, Ling H F, et al. A hybrid fireworks optimization method with differential evolution operators [J]. Neuro Computing, 2015, 148: 75-82.
- [23] Liu J, Lampinen J. A fuzzy adaptive differential evolution algorithm [J]. Soft Computing, 2005, 9(6): 448-462.
- [24] Srivastava R. Implications of using approximate expressions for well function [J]. Journal of Irrigation & Drainage Engineering, 1995, 121(6): 459-462.