

网络出版时间:2014-04-25 15:48

DOI:10.13207/j.cnki.jnwafu.2014.05.028

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/doi/10.13207/j.cnki.jnwafu.2014.05.028.html>

气泡浮力羽流动力特性三维数值模拟研究

魏文礼,赵小军,刘玉玲

(西安理工大学 陕西省西北旱区生态水利工程重点实验室,陕西 西安 710048)

[摘要] **【目的】**研究曝气池中气泡浮力羽流的动力特性,为提高深层曝气方式的污水处理效率提供依据。**【方法】**分别采用欧拉双流体模型和混合模型结合标准 $\kappa-\epsilon$ 紊流模型,对气泡浮力羽流进行数值模拟,讨论了这 2 种模型计算流场的精确性和边界条件的适应性,并使用压力隐式算子分裂 PISO(Pressure-Implicit with splitting of operators)算法进行了速度与压力耦合求解。**【结果】**通过模拟得到了气泡羽流的瞬时性及其尾部的摆动规律等流动特性,模拟的速度矢量沿水深方向呈增加趋势,但表现并不稳定,在上部区域气泡羽流出现了摆动,而在下部区域气泡羽流的摆动不明显,但这一部分的速度相对较大。**【结论】**欧拉双流体模型结合标准 $\kappa-\epsilon$ 紊流模型模拟气泡浮力羽流动力特性优于混合模型。

[关键词] 气泡浮力羽流;欧拉双流体模型;动力特性;数值模拟;含气率

[中图分类号] TV131.2

[文献标志码] A

[文章编号] 1671-9387(2014)05-0229-06

Three-dimensional numerical simulation of dynamic characteristics of air bubble buoyancy plume

WEI Wen-li, ZHAO Xiao-jun, LIU Yu-ling

(State Key Laboratory of Eco-Hydraulic Engineering in Shaanxi, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

Abstract: **【Objective】** The dynamics of air bubble buoyancy plume in an aeration tank was studied to improve aeration wastewater treatment efficiency. **【Method】** In this paper, the dynamics of air bubble buoyancy plume was modeled using the Euler two-fluid model and the Mixture model with the standard $\kappa-\epsilon$ turbulent model, respectively. The accuracy of two multiphase flow models and the adaptability of boundary conditions were discussed. The Pressure-Implicit with splitting of operators (PISO) algorithm was used to solve velocity and pressure. **【Result】** Flow characteristics, including the instantaneous and the tailing swing of the air bubble plume were obtained. The increase of the computed velocity vector along the water-depth direction was unstable. Especially, in the upper region of the bubble plume appeared swing, while the oscillation of the bubble plume was not significant in the lower region with relatively larger velocity. **【Conclusion】** Euler two-fluid model with the standard turbulence model was better than the Mixture model when simulating the dynamic characteristics of bubble buoyancy plume.

Key words: bubble buoyancy plume; Euler two-fluid model; dynamic characteristic; numerical simulation; gas-holdup

气泡浮力羽流广泛应用于工业领域,如采用深 层曝气方式的污水处理,以及石油工程中的气液分

[收稿日期] 2013-04-26

[基金项目] 国家自然科学基金项目“氧化沟中气液固三相混合液的数值模拟与生物反应动力学研究”(51178391);陕西省西北旱区生态水利工程重点实验室开放基金项目(106-221223)

[作者简介] 魏文礼(1965—),男,陕西大荔人,教授,博士,主要从事环境水力学、水污染控制理论与技术研究。

E-mail: wei_wenli@126.com

层等。在很多实际工程问题中,都需要对气泡浮力羽流的流动特性进行研究,讨论其运动特性以及对实际工程的影响。气泡浮力羽流属于典型的气液两相流动,且气相和液相之间相互混掺剧烈。目前对气泡羽流的研究主要采用试验观测的手段,在早期的研究中,主要是对气泡羽流流动参数进行测量,如速度、含气率分布等^[1-2]。近年来,随着试验条件以及测量技术的发展,对气泡羽流流动特性的观测和流动细节的捕捉也越来越精确,可以更准确地得到不同试验参数下气泡羽流流型的变化和气液混合效果的影响等^[3]。试验布置的不同(如羽流发生器倾斜角度不同),也会使羽流产生不同程度的附壁效应,并会对羽流尾部的倾斜角度和范围产生影响^[4]。随着计算流体动力学的发展,采用数值模拟的手段对气泡浮力羽流进行研究也被越来越多的学者所采用,模拟的结果也越来越精确。目前,模拟采用的方法主要有欧拉方法和拉格朗日方法,而以欧拉方法为基础的双流体模型得到了广泛的运用。根据相关学者的对比研究,认为拉格朗日模型对低气流率下的气泡羽流模拟结果较好,而欧拉方法对不同气流率下的气泡羽流均能得到较好的模拟结果^[5]。有学者通过对气泡羽流模型进行三维和二维简化模拟,发现不同的简化方式适应的紊流模型也有差别^[6]。Kerdouss 等^[7]对 1 个双叶轮反应器进行了数值模拟,主要研究了反应器内部气泡尺寸及气泡的破灭与聚合过程,并与相关试验进行了比较,取得了良好的效果。苗一等^[8]对涡轮搅拌器内气液混合过程进行了大涡模拟,得到了混合时间的示踪剂响应曲线。李志鹏等^[9]对搅拌槽内单循环流动特性进行了大涡模拟,并与相关试验和模拟数据进行了详细比较,取得了良好的模拟结果。Kerdouss 等^[10]采用数值模拟的方法对搅拌反应器内的气液传质系数进行了预测,并与试验值进行了比较,表明试验数据和数值模拟结果具有良好的一致性。Ahmed 等^[11]对多叶轮生物反应器进行了试验和数值模拟研究,对反应器内流型变化进行了观测,并且测得了反应器内气泡停留与气液混合时间以及功率消耗等参数,最后与模拟结果进行了比较,取得了很好的研究成果。李伟等^[12]对 Rushton 搅拌釜进行了数值模拟,分析了搅拌釜内的气液流动特性以及气含率的分布,并与试验数据进行对比,表明试验值和模拟值吻合较好。

综观现有研究成果,并未见有关利用欧拉双流体模型(Euler)和混合模型(Mixture)模拟曝气池气泡浮力羽流动力特性的差异的讨论。为此,本研究

以文献[1]的曝气试验为基础,分别采用欧拉双流体模型和混合模型结合标准 $\kappa-\epsilon$ 紊流模型对该试验进行模拟,通过模拟结果与相关试验数据的对比与分析,选择模拟气泡浮力羽流的适宜模型,计算分析不同气流率下气泡羽流的流动特性,以期为提高曝气池中深层曝气方式的污水处理效率提供依据。

1 数学模型

1.1 欧拉双流体模型

欧拉双流体模型的守恒方程由质量守恒方程和动量守恒方程组成。

质量守恒方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^n \dot{m}_{pq} \quad (1)$$

式中: t 为时间, α_q 、 ρ_q 和 $\vec{v}_q$ 分别为 q 相的体积分数、密度和速度, $\dot{m}_{pq}$ 为 p 相到 q 相的质量传递, n 为相数。因此,从质量守恒方程可得:

$$\dot{m}_{pq} = -\dot{m}_{qp} \quad (2)$$

$$\dot{m} = 0 \quad (3)$$

动量守恒方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = -\alpha_q \nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} + \sum_{p=1}^n (\vec{R}_{pq} + \dot{m}_{pq} \vec{v}_{pq}) + \alpha_q \rho_q (\vec{F}_q + \vec{F}_{\text{lift},q} + \vec{F}_{\text{vm},q}) \quad (4)$$

式中: p 为所有相共享的压力, $\vec{R}_{pq}$ 为相间相互作用力, $\vec{F}_q$ 为外部体积力, $\vec{F}_{\text{lift},q}$ 为升力, $\vec{F}_{\text{vm},q}$ 为虚拟质量力; $\vec{v}_{pq}$ 为 p 相相对于 q 相的速度; $\bar{\tau}$ 为第 q 相的压力应变张量,其计算公式为:

$$\bar{\tau} = \alpha_q \mu_q (\nabla \vec{v}_q + \vec{\nabla} \vec{v}_q^T) + \alpha_q \left(\lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q \right) \nabla \cdot \vec{v}_q \vec{I} \quad (5)$$

式中: μ_q 为 q 相的剪切黏度; λ_q 为 q 相的体积黏度; $\vec{I}$ 为单位张量。

q 相的剪切黏度 μ_q 的计算公式为:

$$\mu_q = \rho_q C_\mu \frac{k_q^2}{\epsilon_q} \quad (6)$$

式中: C_μ 为常数,其值为 0.09; k_q 为 q 相的紊动动能; ϵ_q 为 q 相的紊动动能的耗散率。

q 相的紊动动能 k_q 和耗散率 ϵ_q 可以通过 $k-\epsilon$ 紊流模型获得,其方程如下:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q k_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q k_q) = \nabla \cdot \left(\alpha_q \frac{\mu_q}{\sigma_k} \nabla k_q \right) + \alpha_q G_{k,q} - \alpha_q \rho_q \epsilon_q \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q \epsilon_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \epsilon_q) = \nabla \cdot \left(\alpha_q \frac{\mu_q}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon_q \right) + \alpha_q \frac{\epsilon_q}{k_q} (C_{1\epsilon} G_{k,q} - C_{2\epsilon} \rho_q \epsilon_q) \quad (8)$$

式中: $G_{k,q}$ 为 q 相紊动动能的产生速率; σ_k 、 σ_ϵ 、 $C_{1\epsilon}$ 、 $C_{2\epsilon}$ 为常数,其值分别为 1.0、1.3、1.44、1.92^[13]。

1.2 混合模型

混合模型利用小空间尺度上的局部平衡来求解混合相的动量方程、连续性方程和第 2 相的体积分率。

混合模型连续性方程为:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{\mathbf{v}}_m) = \dot{m}, \quad (9)$$

$$\vec{\mathbf{v}}_m = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \vec{\mathbf{v}}_k}{\rho_m}, \quad (10)$$

$$\rho_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k. \quad (11)$$

式中: ρ_k 为 k 相的密度, ρ_m 为混合相的密度, $\vec{\mathbf{v}}_k$ 为混合相质量的平均速度, α_k 为 k 相的体积分数, $\dot{m}$ 为用户定义的质量源相的质量传递。

混合模型的动量方程可以通过对所有相各自的动量方程求和获得,其形式如下:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \vec{\mathbf{v}}_m) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{\mathbf{v}}_m \vec{\mathbf{v}}_m) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu_m (\nabla \vec{\mathbf{v}}_m + \nabla \vec{\mathbf{v}}_m^T)] + \rho_m \vec{\mathbf{g}} + \vec{\mathbf{F}} + \nabla \cdot \left(\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \vec{\mathbf{v}}_{dr,k} \vec{\mathbf{v}}_{dr,k} \right). \quad (12)$$

式中: μ_m 为混合相的紊动黏度, n 为相数, $\vec{\mathbf{F}}$ 为体积力; $\vec{\mathbf{v}}_{dr,k}$ 为 k 相的漂移速度。 $\vec{\mathbf{v}}_{dr,k}$ 可通过下式求得:

$$\vec{\mathbf{v}}_{dr,k} = \vec{\mathbf{v}}_k - \vec{\mathbf{v}}_m. \quad (13)$$

式中: $\vec{\mathbf{v}}_k$ 为 k 相质量的平均速度。

混合模型第 2 相(用 p 表示)的体积分数方程的表达式为:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_p \rho_p) + \nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{\mathbf{v}}_m) =$$

$$-\nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{\mathbf{v}}_{dr,p}) + \sum_{q=1}^n (m_{qp} - m_{pq}). \quad (14)$$

混合模型中相对速度(滑移速度)被定义为第 2 相(用 p 表示)相对于第 1 相(用 q 表示)的速度,即有:

$$\vec{\mathbf{v}}_{pq} = \vec{\mathbf{v}}_p - \vec{\mathbf{v}}_q. \quad (15)$$

对于任意一相,如 k 相的质量分数可定义为:

$$c_k = \frac{\alpha_k \rho_k}{\rho_m}. \quad (16)$$

漂移速度 $\vec{\mathbf{v}}_{pq}$ 与滑移速度 $\vec{\mathbf{v}}_{dr,p}$ 之间有如下关系:

$$\vec{\mathbf{v}}_{dr,p} = \vec{\mathbf{v}}_{pq} - \sum_{k=1}^n c_k \vec{\mathbf{v}}_{pq}. \quad (17)$$

紊动黏性项采用 κ - ϵ 紊流模型求得。

混合相紊动黏度 μ_m 的计算公式为:

$$\mu_m = \rho_m C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}. \quad (18)$$

式中: k 为混合流体的紊动动能; ϵ 为混合流体紊动

动能耗散率; C_μ 为常数,其值为 0.09。

混合流体的紊动动能 k 和耗散率 ϵ 的表达式如下:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m k) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{\mathbf{v}}_m k) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_m}{\sigma_k} \nabla k \right) + G_k - \rho_m \epsilon; \quad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \epsilon) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{\mathbf{v}}_m \epsilon) =$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mu_m}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon \right) + \frac{\epsilon}{k} (C_{1\epsilon} G_k - C_{2\epsilon} \rho_m \epsilon). \quad (20)$$

式中: G_k 为混合流体紊动动能的产生速率。

以上方程组构成了求解流场分布规律的封闭方程组,根据实际工况施加相应的边界条件后,就构成该方程组的定解问题。

2 物理模型与边界条件

2.1 物理模型区域与计算网格

模拟采用模型的尺寸为 0.5 m×0.08 m×2 m (图 1),矩形通气孔位于底部距离左壁面 0.15 m 处,其边长为 0.04 m。初始液面高度为 1.5 m。通气量为 1.6 L/min,通气速度为 0.017 m/s。文献[14-15]讨论了初始液面高度与顶面空气层高度之间比例关系对模拟的影响,根据其结论本次模拟采用的空气层厚度对模拟结果的干扰可以忽略不计。根据气泡羽流的流动特性以及多相流模型的适应性,适合的多相流模型有混合模型和欧拉模型。本研究将采用这 2 种模型分别进行模拟。模拟采用的模型区域图和网格图如图 1 和图 2 所示。

2.2 边界条件

由于气相在水中属于分散相,而溢出水面以后,在空气层中又属于连续相。因此对顶面出口边界的设置有多种选择,包括自由出流、压力出口以及速度进口。其中自由出流和压力出口边界都比较好理解,而在顶面采用速度进口的情况却比较少。在底部通气速度很大,空气从顶面溢出以后造成水面的剧烈波动,且底部空气进入空气层区域以后变成连续相。在这种情况下,为避免模拟结果产生较大的误差,可在顶部设置速度进口,给一个较小的速度,以减小模拟误差。就本研究而言,由于通气速度较小,空气溢出水面以后对水面的影响也很小。因此,结合试验的布置方式和过程,采用速度进口对通气口进行描述,顶面采用压力出口边界,模型底面和四周区域采用无滑移固壁边界。

速度与压力耦合求解使用了压力隐式算子分裂 PISO 算法。

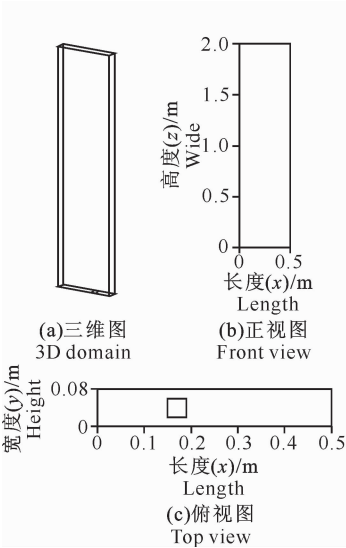


图 1 模拟模型区域图

Fig. 1 Computational domain

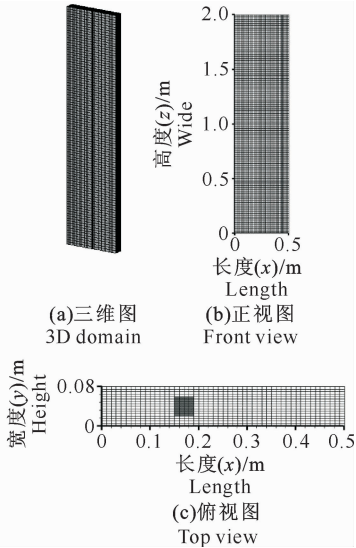


图 2 模拟模型的计算网格

Fig. 2 Grid of the computational domain

3 结果与分析

3.1 模型比较

本研究分别采用混合模型和欧拉模型进行模拟。为了讨论 2 种模型的精确性,就 2 种模型对气泡羽流中气相和液相之间滑移速度的捕捉效果进行

判别。由于气泡羽流是基于底部通入空气带动区域里面的水进行流动而形成的,因此气相和液相之间有速度差异。图 3 和图 4 分别为采用混合模型和欧拉模型计算得到的 $z/H=0.35$ (H 为物理模型的水体深度)时气相的滑移速度。

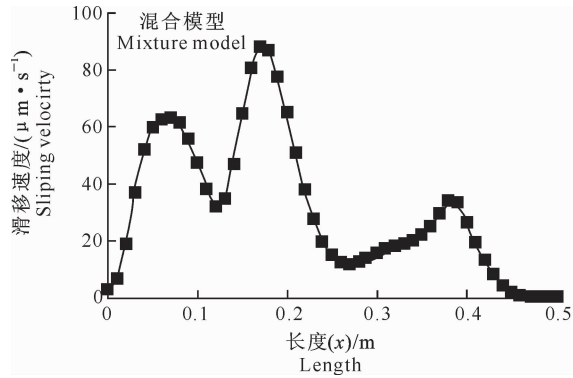
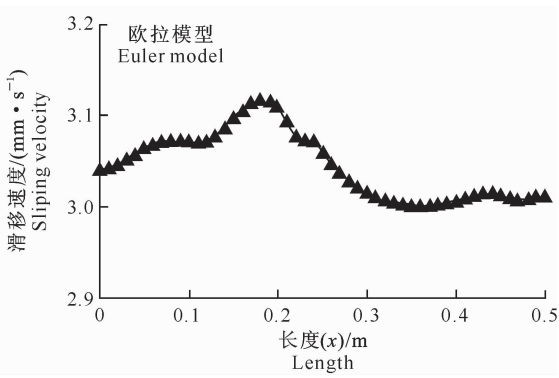


图 3 采用混合模型和欧拉模型模拟的气相滑移速度的分布

Fig. 3 Slipping velocity of gas simulated by Mixture model and Euler model



对比图 3 中 2 种模型的模拟结果可以看出,用混合模型时,计算得到的滑移速度比较小,比采用欧拉模型时得到的滑移速度值小 1 个数量级,几乎可以忽略不计。可见,欧拉模型较混合模型可以更好地捕捉气液两相之间的速度差异。

3.2 流动特性分析

图 4 为 20,60 和 100 s 时计算得到的液相速度矢量图。从图 4 可以发现:速度矢量沿水深方向的增加趋势并不稳定,特别是在上部区域,气泡羽流出现了摆动;此外,在靠下部区域,气泡羽流的摆动不

明显,且这一部分的速度相对较大,说明该通气速度对底部区域羽流形状的影响不大。结合 60 和 100 s 时的速度矢量图可以看出,摆动只存在于上半部区域,且羽流的尾部形状时刻变化,这一规律与文献[16]的结果一致。

图 5 为 20,60 和 100 s 时的气相体积分数等值面分布图。从图 5 可以看出,随着时间的推移,气泡羽流上部的摆动对气相的分布有较大影响。空气体积分数随着羽流的摆动时刻改变,而在羽流的下部区域空气体积分数的分布比较稳定。

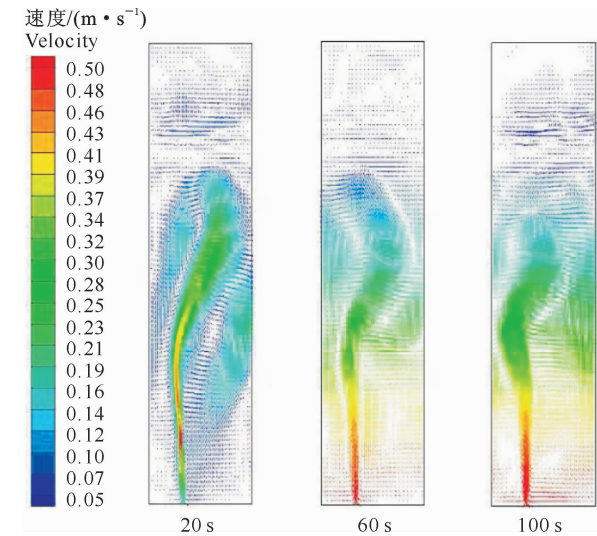


图 4 不同时刻液相瞬时速度矢量图
Fig. 4 Instantaneous velocity vectors of liquid at different moments

图 6 为不同时刻液相轴向速度的分布图。从图 6 可以看出,在 $z/H=0.625$ 的平面内,不同时刻液相速度存在波动性,但是波动的峰值基本一致,且沿水平方向左右移动,这是由于羽流尾部的左右摆动造成的。

图 7 表示在 $z/H=0.22$ 和 $z/H=0.35$ 2 个平面内气相速度的模拟值与试验值的对比图。从图 7-(a),(b)可以看出,气相速度模拟值与试验值吻合较好,从而验证了欧拉双流体模型结合标准 $\kappa-\epsilon$ 紊流模型的精确性。

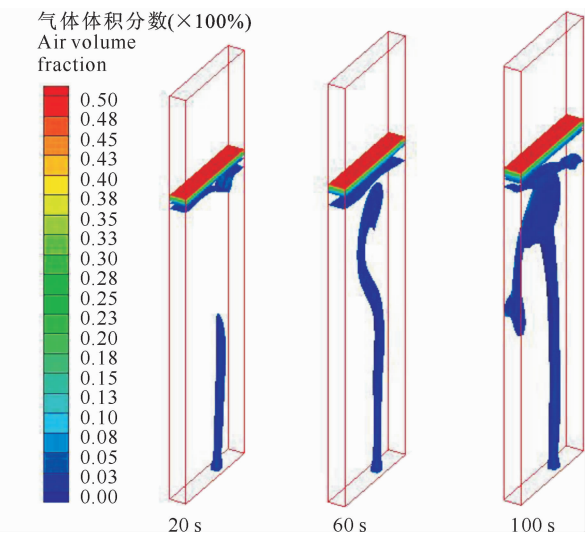
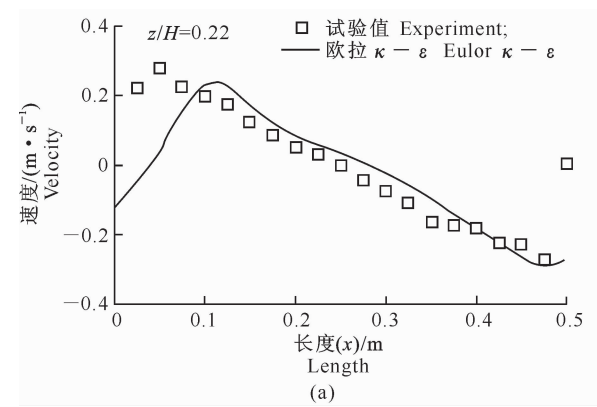


图 5 不同时刻气相体积分数值面图
Fig. 5 Isosurfaces of constant air volume fraction at different moments

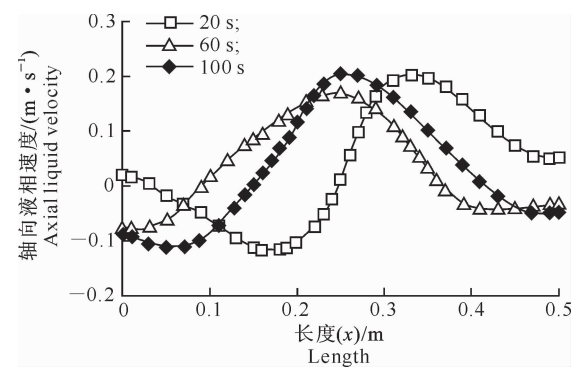


图 6 不同时刻液相轴向速度的分布
Fig. 6 Liquid axial velocity at different moments

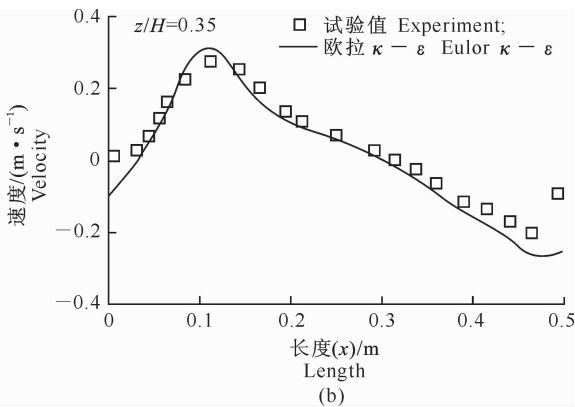


图 7 不同 z/H 时气相速度模拟值与试验值的比较
Fig. 7 Comparisons of simulated velocities with experimental data at different z/H

4 结 论

本研究分别采用欧拉双流体模型和混合模型结合标准 $\kappa-\epsilon$ 紊流模型对曝气池中气泡浮力羽流的

动力特性进行数值模拟,得到了气泡羽流的流动特性:速度矢量沿水深方向的增加是不稳定的,特别是在上部区域气泡羽流出现了摆动;在靠下部区域,气泡羽流的摆动不明显,但这一部分的速度相对较

大。通过对模拟结果的比较与分析,认为欧拉模型较混合模型能够更加精确地捕捉气液两相之间的速度差异。通过模拟结果与试验数据的比较,进一步验证了欧拉模型的精确性和适用性。

[参考文献]

- [1] Becker S, Sokolichin A, Eigenberger G. Gas-liquid flow in bubble columns and loop reactors: II. Comparison of detailed experiments and flow simulations [J]. *Chemical Engineering Science*, 1994, 49: 5747-5762.
- [2] Pfleger D, Gomes S, Gilbert N, et al. Hydrodynamic simulations of laboratory scale bubble columns fundamental studies of the Eulerian-Eulerian modelling approach [J]. *Chemical Engineering Science*, 1999, 54(21): 5091-5099.
- [3] Amiri T Y, Moghaddas J S, Moghaddas Y. A jet mixing study in two phase gas-liquid systems [J]. *Chemical Engineering Research and Design*, 2011, 89(3): 352-366.
- [4] 肖柏青, 张法星, 刘春艳, 等. 曝气池内气泡羽流附壁效应的试验研究 [J]. *水力发电学报*, 2012(4): 104-107.
Xiao B Q, Zhang F X, Liu C Y, et al. Coanda effect of bubble plume in aeration tanks [J]. *Journal of Hydroelectric Engineering*, 2012(4): 104-107. (in Chinese)
- [5] Ashraf Ali B, Pushpavanam S. Analysis of unsteady gas-liquid flows in a rectangular tank: Comparison of Euler-Eulerian and Euler-Lagrangian simulations [J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2011, 37(3): 268-277.
- [6] 徐礼嘉, 陈彩霞, 夏梓洪, 等. 鼓泡塔内气泡羽流周期性摆动的数值模拟 [J]. *化学工程*, 2012(9): 48-51.
Xu L J, Chen C X, Xia Z H, et al. Numerical simulation of bubble plume periodic oscillation in bubble column [J]. *Chemical Engineering*, 2012(9): 48-51. (in Chinese)
- [7] Kerdouss F, Bannari A, Proulx P. CFD modeling of gas dispersion and bubble size in a double turbine stirred tank [J]. *Chemical Engineering Science*, 2006, 61: 3313-3322.
- [8] 苗一, 潘家祯, 闵健, 等. 涡轮桨搅拌槽内混合过程的大涡模拟 [J]. *华东理工大学学报: 自然科学版*, 2006, 32(5): 624-628.
- Miao Y, Pan J Z, Min J, et al. Large eddy simulation of mixing process in stirred tank with rushton turbine [J]. *Journal of East China University of Science and Technology: Natural Science Edition*, 2006, 32(5): 624-628. (in Chinese)
- [9] 李志鹏, 高正明. 涡轮桨搅拌槽内单循环流动特性的大涡模拟 [J]. *过程工程学报*, 2007, 7(5): 900-904.
Li Z P, Gao Z M. Large eddy simulation of single loop flow field in a rushton impeller stirred tank [J]. *The Chinese Journal of Process Engineering*, 2007, 7(5): 900-904. (in Chinese)
- [10] Kerdouss F, Bannari A, Proulx P, et al. Two-phase mass transfer coefficient prediction in stirred vessel with a CFD model [J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2008, 32: 1943-1955.
- [11] Ahmed S U, Ranganathan P, Pandey A, et al. Computational fluid dynamics modeling of gas dispersion in multi impeller bioreactor [J]. *Journal of Bioscience and Bioengineering*, 2010, 109(6): 588-597.
- [12] 李伟, 刘跃进, 孔丽娜, 等. Rushton 搅拌釜内的气含率分布及其流动特性的模拟 [J]. *化工学报*, 2011, 62(10): 2691-2698.
Li W, Liu Y J, Kong L N, et al. Simulation for gas hold-up distribution and flow behavior in Rushton stirred tank [J]. *CI-ESC Journal*, 2011, 62(10): 2691-2698. (in Chinese)
- [13] 魏文礼, 李超. 锥阀附近水力特性的三维数值模拟研究 [J]. *计算力学学报*, 2011, 28(1): 108-112.
Wei W L, Li C. 3D numerical simulation of hydraulic characteristics around fixed-cone valve [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2011, 28(1): 108-112. (in Chinese)
- [14] Hu G, Celik I. Eulerian-Lagrangian based large-eddy simulation of a partially aerated flat bubble column [J]. *Chemical Engineering Science*, 2008, 63(1): 253-271.
- [15] Bravo H R, Gulliver J S, Hondzo M. Development of a commercial code-based two-fluid model for bubble plumes [J]. *Environmental Modelling and Software*, 2007, 22(4): 536-547.
- [16] Simiano M. Experimental investigation of large-scale three dimensional bubble plume dynamics [D]. Zurich, Swiss: Swiss Federal Institute of Technology, 2005.