

网络出版时间:2012-12-21 17:27

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1390.S.20121221.1727.003.html>

基于 Copula 函数的黑河流域干旱频率分析

李 计¹, 李 毅¹, 贺缠生²

(1 西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100; 2 兰州大学 旱区流域科学与水资源研究中心, 甘肃 兰州 730000)

【摘 要】 【目的】构建二、三维干旱特征变量重现期的联合分布模型, 对实际的干旱变量重现期范围进行估计, 为旱情预报提供参考。**【方法】**采用 4 种对称和 5 种非对称的 Archimedean Copula 函数, 构建黑河流域上游莺落峡、梨园站和正义峡 3 个水文站干旱历时、干旱烈度和干旱烈度峰值的二、三维联合分布模型; 通过拟合度评价, 选取 Frank 和 Clayton Copula 函数, 对黑河流域的联合重现期 and 同现重现期进行计算, 分析黑河流域重现期的空间演变规律。**【结果】**单变量的重现期理论值介于二、三维变量联合重现期与同现重现期之间; 当单变量重现期理论值为 5 年时, 采用干旱历时与干旱烈度的二维联合分布模型, 推求的莺落峡、梨园站以及正义峡 3 个水文站的实际单变量重现期分别为 4~7、2~6 及 4~7 年。**【结论】**Copula 函数能够较好地用于构建黑河流域干旱特征变量的重现期分布模型。

【关键词】 黑河流域; Copula 函数; 干旱变量联合分布模型; 频率分析; 重现期

【中图分类号】 P332

【文献标志码】 A

【文章编号】 1671-9387(2013)01-0213-08

Frequency analysis of drought in Heihe river basin using Copula function

LI Ji¹, LI Yi¹, HE CHAN-sheng²

(1 College of Water Resources and Architecture Engineering, Northwest A&F University, Yangling,

Shaanxi 712100, China; 2 Lanzhou University, Arid Region Watershed Science and

Research Center of Water Resource, Lanzhou, Gansu 730000, China)

Abstract: 【Objective】 The joint distribution model based on two- and three-dimensional drought variables was built to estimate intervals of return periods of actual drought variables, which benefits drought forecast. **【Method】** The joint distribution model of two- and three-dimensional drought variables, drought durations, drought severities and peak intensities, was structured based on 4 symmetric and 5 asymmetric Archimedean Copulas for Yingluoxia, Liyuan and Zhengyixia hydrological stations at upstream of Heihe river. Fitting degrees were evaluated to select Frank and Clayton Copulas and the joint return period and co-occurrence return period were calculated to ascertain the intervals of return period in Heihe river basin. **【Result】** The return period of single variable ranged between the joint return period and co-occurrence return period by two- and three-dimensional variables. When the theoretical return period of single variable was 5 years, the return periods of Yingluoxia, Liyuan and Zhengyixia calculated by the two-dimension joint distribution model using drought duration and drought severity were 4—7, 2—6 and 4—7 years, respectively. **【Conclusion】** This study showed that Copulas functions can describe the return period of multivariate joint distributions of drought variables in Heihe river basin.

【收稿日期】 2012-04-27

【基金项目】 国家自然科学基金重点项目(91125010); 高等学校学科创新引智计划资助项目(B12007)

【作者简介】 李 计(1986—), 男, 陕西礼泉人, 硕士, 主要从事水资源利用与保护研究。E-mail: haiyueshuimu@nwsuaf.edu.cn

【通信作者】 李 毅(1974—), 女, 陕西武功人, 博士, 副教授, 主要从事农业水资源利用研究。E-mail: liyikitty@126.com

Key words: Heihe River basins; Copula function; joint distribution; frequency analysis; return period

干旱是正常的周期性气候特征,通常是指淡水总量少,不足以满足人的生存和经济发展的一种长期的气候现象^[1]。目前干旱灾害已然成为世界上排名第 2 的自然灾害,造成了巨大的社会经济损失。据统计,每年因干旱造成的全球经济损失高达 60~80 亿美元,远远超过了其他气象灾害^[2]。据此,通过对干旱进行理论分析和研究寻求缓解旱灾损失的任务,就显得刻不容缓而且意义重大。目前,干旱频率分析的一般方法主要是通过构建干旱变量的联合分布来推求区域干旱演变规律。与传统的多变量频率分析方法相比,Copulas 函数的性质决定了其不受各单变量边际分布类型的影响^[3],因此可以用于构建干旱变量联合分布模型。

目前,Copula 函数已在降雨、洪水及干旱事件等水文领域研究中得到了应用。国内外一些学者采用 Copula 函数构建水文变量的联合分布模型,并已取得良好的效果。郭生练等^[4]讨论了 Copula 函数在多维变量水文事件中的实用性和优点。闫宝伟等^[5]基于 Copula 函数构建了长江和清江年最大洪水发生时间与其量级之间的联合分布模型,为水库风险和补偿调度提供了一定的理论支撑。刘曾美等^[6]采用 Copula 函数构建了区间暴雨和外江洪水位的联合分布模型,取得了良好的效果。肖义等^[7]采用 Gumbel Copula 函数构建了基于 P-III 分布的分期最大洪水的联合分布模型。张涛等^[8]基于 Copula 函数构建了洪峰与历时以及相邻截口的联合分布模型。Renard 等^[9]认为,在水文事件中,由于 Copula 函数不受变量分布类型不确定性的影响,故其在水文多元频率分析中受到了广泛关注。Song 等^[10-11]采用 Copula 函数,建立了干旱历时、烈度以及干旱间隔时间的三维联合分布模型。Kim 等^[12]提出了一种实用的计算方法用于估计二维干旱变量的重现期。综上所述,Copula 函数可以构建多维水文变量的联合分布模型。然而在目前的干旱分析中,国内学者大多将 Copula 函数用于构建二维水文变量的联合分布模型,较少采用该函数综合比较更高维数变量联合分布模型的性质。

黑河流域是我国西北地区第二大内陆流域,位于河西走廊中部,地理位置为 98°~101°30'E,38°~42°N。流域位于欧亚大陆中部,远离海洋且周围高山环绕,由于受中高纬度西风带环流的控制和极地冷气团的影响,流域内气候干燥、降水稀少且多大

风、日照充足、太阳辐射强烈、昼夜温差较大。气候特征具有明显的东西和南北差异。由于降水量不足导致气候干旱、水资源紧缺,严重制约了流域内农业生产、经济和社会发展的进程。据此,对黑河流域的干旱特征进行分析和研究就显得尤为必要。

目前对黑河流域干旱特征变量组合重现期的空间分布规律研究还较少。本研究基于 Archimedean Copula 函数,根据黑河上游 3 个水文站的月平均径流资料提取干旱特征变量,构建二、三维干旱特征变量重现期的联合分布模型,计算并比较不同干旱特征的联合重现期特征,推求区域内干旱变量重现期的演变规律,以期对黑河上游流域的干旱重现期估计、旱情预报和防治提供一定的理论依据。

1 基本原理

1.1 单干旱特征变量边际分布模型的构建

通过游程理论对干旱进行定义:以多年月平均径流为截取水平,当月径流序列在一定时段内连续小于截取水平时出现了负游程,表明发生了水文干旱事件。负游程的长度为干旱历时(D ,月),其包围的阴影面积为干旱烈度(S ,mm),最大值为干旱烈度峰值(M ,mm)。采用游程理论提取以上 3 个干旱特征变量。干旱历时、干旱烈度和干旱烈度峰值的边际分布函数分别选择含有 α 、 k 2 个参数的广义 Pareto 分布、Weibull 分布和 Gamma 分布进行计算,具体表达式分别如下:

$$F_D(d) = 1 - \left(1 - \frac{k}{\alpha}d\right)^{\frac{1}{\alpha}}, \quad (1)$$

$$F_S(s) = 1 - e^{-\left(\frac{s}{\alpha}\right)^k}, \quad (2)$$

$$F_M(m) = \int_0^m \frac{m^{k-1}}{\alpha^k \Gamma(k)} e^{-\frac{m}{\alpha}} dm. \quad (3)$$

式中: $F_D(d)$ 、 $F_S(s)$ 和 $F_M(m)$ 分别为干旱历时、干旱烈度和干旱烈度峰值的边际分布函数, d 、 s 、 m 分别为干旱历时、干旱烈度和干旱烈度峰值特征变量, α 为尺度函数, k 为形状参数, $\Gamma(k)$ 为卡方分布函数。

$F_D(d)$ 、 $F_S(s)$ 和 $F_M(m)$ 的参数 α 、 k 分别通过遗传算法、概率权重矩阵法和概率权重矩阵法进行计算^[13];对 $F_D(d)$ 、 $F_S(s)$ 和 $F_M(m)$ 3个单干旱特征变量边际分布函数的拟合度评价采用 Kolmogorov-Smirnov ($K-S$)检验法进行^[14];考虑到这 3 个干旱特征变量间可能存在非线性关系,故采用 Kendall 秩相关系数 τ 对变量间的相关性进行分析^[15]。

1.2 多维干旱特征变量联合分布模型的构建

Copula 函数在 $[0,1]$ 区间上服从均匀分布。假设1个 n 维的分布函数 F 的边际分布分别为 $F_1, F_2, \dots, F_n$,则对于任意的 $x \in R^n$,有 n 维 Copulas 函数 C 的分布函数为:

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \\ P\{X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n\} = \\ C[F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)]. \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为观测样本, $F(x)$ 为边缘分布函数。

1.2.1 Copula 函数的选取及拟合效果检验 目前常见的二、三维 Archimedean Copula 函数主要包括 Frank、Gumbel-Hougaard (Gumbel)、Ali-Mikhail-Haq (AMH) 和 Clayton Copula 以及 M3、M4、M5、M6、M12 Copula,其在水文领域应用也最广泛。因此,本研究采用 Frank、Gumbel、AMH 和 Clayton 4 种对称的 Archimedean Copula 函数分别构建二、三维联合分布模型;采用 M3、M4、M5、M6、M12 5 种非对称的 Archimedean Copula 函数构建三维联合分布模型,通过拟合度评价优选出最佳的 Copula 函数。选用适线法对 Copula 函数的参数 θ 进行估计^[16]。适线准则采取离差平方和(OLS)最小准则,即:

$$OLS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - P_i)^2}. \quad (5)$$

式中: n 是经验概率值的个数, P_i 是二、三维变量的经验概率值, P_i 是观测样本的 Copula 函数值。OLS 值越小,说明 Copula 函数的参数 θ 越好。

采用 Frank Copula 函数构建二维联合分布模型的表达式如下:

$$C(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right]. \quad (6)$$

式中: $C(u, v)$ 为 Frank Copula 函数; θ 为 Copula 函数的参数,且 $\theta \neq 0$; u 和 v 均为边际分布函数。

采用 Clayton Copula 函数构建二、三维联合分布模型的表达式如下:

$$C(u, v) = \max [(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}, 0], \quad (7)$$

$$C(u, v, w) = \max [(u^{-\theta} + v^{-\theta} + w^{-\theta} - 2)^{-\frac{1}{\theta}}, 0]. \quad (8)$$

式中: $C(u, v)$ 为二维 Clayton Copula 函数; $C(u, v, w)$ 为三维 Clayton Copula 函数; θ 为 Copula 函数的参数, $\theta \geq -1$ 且 $\theta \neq 0$ 。

Copula 函数的参数拟合度评价采用 AIC 信息准则和均方根误差(RMSE)准则,AIC、RMSE 值越

小,说明 Copula 函数拟合效果越好^[17],具体计算公式为:

$$\begin{cases} MSE = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (P_i - P_i)^2, \\ AIC = n \lg(MSE) + 2m, \\ RMSE = \sqrt{MSE}. \end{cases} \quad (9)$$

式中: m 为参数的个数,其余参数意义同上。

1.2.2 干旱变量联合重现期的计算 已知干旱历时(D)、干旱烈度(S)和干旱烈度峰值(M)的边际分布函数分别为 $F_D(d)$ 、 $F_S(s)$ 和 $F_M(m)$ 。Shiau 等^[18]给出了干旱历时大于或者等于某一特定值的重现期计算公式为:

$$T_D = \frac{E(L)}{1 - F_D(d)}. \quad (10)$$

式中: T_D 是干旱历时重现期, $E(L)$ 为干旱间隔的期望值, $F_D(d)$ 为干旱历时的边际分布函数。

由式(10)可推导出干旱历时、干旱烈度以及干旱烈度峰值重现期大于或者等于某特定值的重现期计算公式为:

$$\begin{cases} T_D = \frac{N}{k(1 - F_D(d))}, \\ T_S = \frac{N}{k(1 - F_S(s))}, \\ T_M = \frac{N}{k(1 - F_M(m))}. \end{cases} \quad (11)$$

式中: T_D 、 T_S 和 T_M 分别为干旱历时、干旱烈度和干旱烈度峰值的重现期(年); N 为干旱系列的长度(年), k 为系列时段内干旱发生的次数, N/k 即为干旱间隔的期望值; $F_D(d)$ 、 $F_S(s)$ 、 $F_M(m)$ 分别为干旱历时、干旱烈度和烈度峰值的边际分布函数。

以干旱历时(D)和干旱烈度(S)的二维联合分布模型举例说明(分别用参数 u, v 代替),则 $F_D(d)$ 、 $F_S(s)$ 的二维联合分布函数为:

$$\begin{aligned} F(d, s) = P(D \leq d, S \leq s) = \\ C(F_D(d), F_S(s)) = C(u, v), \end{aligned} \quad (12)$$

式中各参数的意义同前。

干旱历时和干旱烈度的二维重现期(T_a)和同现重现期(T_0)计算式分别为:

$$T_a = \frac{N}{kP(D \geq d \cup S \geq s)} = \frac{N}{k(1 - C(u, v))}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} T_0 = \frac{N}{kP(D \geq d \cap S \geq s)} = \\ \frac{N}{k(1 - F_D(d) - F_S(s) + C(u, v))}. \end{aligned} \quad (14)$$

式中各参数意义同前。

同理,可求干旱历时与干旱烈度峰值以及干旱

烈度与干旱烈度峰值的二维重现期(T_a)和同现重现期(T_0)计算公式,此处不再罗列。

三维干旱特征变量的联合分布函数为:

$$F(d,s,m)=P(D\leqslant d,S\leqslant s,M\leqslant m)=$$

$$T_a=\frac{N}{kP(D\geqslant d\cup S\geqslant s\cup M\geqslant m)}=\frac{N}{k(1-C(u,v,w))},\tag{16}$$

$$T_0=\frac{N}{kP(D\geqslant d\cap S\geqslant s\cap M\geqslant m)}=\frac{N}{k(1-u-v-w+C(u,v)+C(u,w)+C(v,w)-C(u,v,w))}.\tag{17}$$

式中各参数的意义同前。

2 实例应用

2.1 黑河 3 个水文站的基本信息

以黑河上游莺落峡、梨园站和正义峡站的月平均径流资料为例,3 个水文站的基本信息见表 1。

2.2 黑河 3 个水文站的单变量边际分布模型的构建

采用游程理论提取 3 个干旱特征变量后,采用式(1)~(3)计算干旱历时、干旱烈度和干旱烈度峰值的边际分布函数。干旱历时的参数采用遗传算法

$$C(F_D(d),F_S(s),F_M(m))=C(u,v,w)。(15)$$

式中各参数意义同前。

而三维干旱特征变量的联合重现期(T_a)和同现重现期(T_0)的计算式分别为:

计算,干旱烈度及干旱烈度峰值的参数均采用概率权重矩法计算,具体结果如表 2 所示。

单干旱特征变量边际分布函数拟合度的 K-S 检验结果以及变量之间的 Kendall 秩相关系数 τ 见表 3。由表 3 可知,当置信水平 $\alpha=0.10$ 时,黑河 3 个水文站干旱变量 K-S 检验的统计量均小于临界值,表明 3 个干旱变量边际分布函数的拟合度较好。此外,3 个干旱变量之间也存在一定的相关性,故选用 Copula 函数构建干旱变量的联合分布模型。

表 1 黑河 3 个水文站的基本信息

Table 1 Basic information of three hydrometric stations in Heihe river basin

站名 Station	时间跨度 Time span	干旱次数 Drought times	最大干旱 历时/月 Maximum drought duration	最大干旱 烈度/mm Maximum drought severity	最大干旱 烈度峰值/mm Maximum drought peak	经度 Longitude	纬度 Latitude	海拔/m Altitude
莺落峡 Yingluoxia	1945—2006	121	24	353.59	62.09	100.18	38.82	1 700
梨园站 Liyuan	1956—2006	102	17	40.63	14.07	100.00	38.97	1 760
正义峡 Zhengyixia	1957—2006	99	21	346.02	44.89	99.47	39.82	1 280

表 2 黑河 3 个水文站干旱历时、干旱烈度和干旱烈度峰值边际分布函数参数的估计结果

Table 2 Estimated parameters for marginal distribution function of drought duration,drought severity and peak intensity at three hydrologic stations in Heihe river basin

站名 Station	干旱历时(D)Drought uration		干旱烈度(S)Drought severity		干旱烈度峰值(M)Peak intensity	
	α	k	α	k	α	k
莺落峡 Yingluoxia	1.93	−0.36	29.76	0.72	0.70	21.74
梨园 Liyuan	2.47	−0.13	7.04	0.84	0.74	4.50
正义峡 Zhengyixia	2.02	−0.33	33.06	0.76	0.92	17.36

表 3 黑河 3 个水文站干旱历时、干旱烈度和干旱烈度峰值边际分布函数拟合度的 K-S 检验统计量和变量间的相关系数

Table 3 K-S testing function of marginal distribution function and relation coefficients between drought duration,drought severity and peak intensity of three hydrologic stations in Heihe river basin

站名 Station	K-S 检验的统计量 K-S test statistic			临界检验临界值 ($\alpha=0.10$) Critical check value critical value($\alpha=0.10$)	相关系数(τ) Correlation coefficient		
	干旱历时 Drought uration	干旱烈度 Drought severity	干旱烈度峰值 Peak intensity		D—S	D—M	S—M
莺落峡 Yingluoxia	0.101 0	0.054 5	0.101 0	0.110 9	0.740 2	0.638 6	0.879 6
梨园 Liyuan	0.077 5	0.054 0	0.077 5	0.120 8	0.701 4	0.592 7	0.871 5
正义峡 Zhengyixia	0.100 3	0.075 0	0.100 3	0.122 6	0.772 4	0.644 2	0.846 2

2.3 基于 Copula 函数构建的干旱特征变量二、三维联合分布模型的参数估计及拟合度检验

2.3.1 二维联合分布模型 分别采用 Frank、Clayton、Gumbel 和 AMH Copula 函数进行寻优对比

表 4 黑河 3 个水文站干旱特征变量的二维联合分布模型的参数及拟合度评价

Table 4 Parameters of two-dimensional drought variables and fitting degrees at three hydrologic stations in Heihe river basin

站名 Station	Copula 函数 Copula function	变量 Variable	θ	AIC	RMSE	站名 Station	Copula 函数 Copula function	变量 Variable	θ	AIC	RMSE
莺落峡 Yingluoxia	Frank	D—S	12.00	−337.79	0.039 4	莺落峡 Yingluoxia	Gumbel	D—S	9.00	−335.68	0.040 2
		D—M	13.35	−320.62	0.046 4			D—M	5.00	−317.42	0.047 9
		S—M	37.23	−339.45	0.038 8			S—M	227.94	−338.86	0.039 0
	Clayton	D—S	25.55	−336.55	0.039 9		AMH	D—S	1.24	−275.00	0.071 7
		D—M	5.00	−317.42	0.047 9			D—M	1.23	−293.48	0.060 1
		S—M	11.19	−351.17	0.034 7			S—M	1.20	−166.68	0.200 9
梨园 Liyuan	Frank	D—S	16.50	−282.64	0.040 2	梨园 Liyuan	Gumbel	D—S	5.00	−282.70	0.040 2
		D—M	9.38	−282.12	0.040 5			D—M	3.00	−280.91	0.041 0
		S—M	38.52	−289.33	0.037 3			S—M	212.48	−288.90	0.037 5
	Clayton	D—S	12.00	−279.66	0.041 6		AMH	D—S	1.22	−231.48	0.071 7
		D—M	5.00	−275.52	0.043 6			D—M	1.20	−254.16	0.055 5
		S—M	8.23	−312.59	0.028 7			S—M	1.10	−107.95	0.289 1
正义峡 Zhengyixia	Frank	D—S	13.00	−253.24	0.051 4	正义峡 Zhengyixia	Gumbel	D—S	12.00	−252.34	0.051 9
		D—M	12.38	−250.08	0.053 3			D—M	5.00	−247.43	0.055 0
		S—M	38.83	−280.77	0.037 3			S—M	295.24	−282.26	0.036 7
	Clayton	D—S	27.50	−252.90	0.051 6		AMH	D—S	1.26	−210.41	0.084 6
		D—M	5.00	−247.43	0.055 0			D—M	1.24	−232.18	0.065 7
		S—M	9.20	−293.53	0.032 2			S—M	1.22	−138.33	0.195 5

由 AIC 和 RMSE 准则判断可知,对于干旱历时与干旱烈度以及干旱历时与干旱烈度峰值之间关系拟合效果最好的是 Frank Copula 函数,而对于干旱烈度和干旱烈度峰值之间关系拟合效果最佳的是

Clayton Copula 函数(表 4)。以梨园站为例,将优选的 Copula 函数的理论频率与各自的经验频率进行比较,结果(图 1)显示,拟合效果较好。

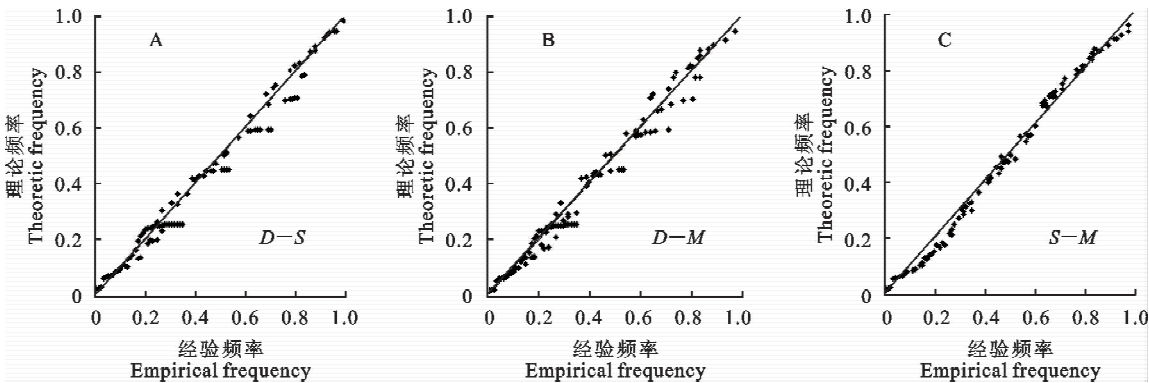


图 1 黑河流域梨园站不同干旱特征变量二维联合分布模型的理论频率与经验频率的拟合结果

A. Frank Copula 函数;B. Frank Copula 函数;C. Clayton Copula 函数

Fig. 1 Fitting results between theoretic frequency and empirical frequency of two-dimensional joint distribution model at Liyuan station in Heihe river basin

A. Frank Copula function;B. Frank Copula function;C. Clayton Copula function

基于以上研究结果,选取 Frank Copula 函数对干旱历时与干旱烈度以及干旱历时与干旱烈度峰值

的联合分布模型进行模拟,选取 Clayton Copula 函数对干旱烈度与干旱烈度峰值的联合分布模型进行

模拟。

2.3.2 三维联合分布模型 采用 Frank、AMH、Clayton 和 Gumbel Copula 函数进行对比寻优,选取最佳的 Copula 函数构建三维联合分布模型。具体步骤与二维联合分布模型的构建方法相似,即先求得 Copula 函数的参数 θ ,然后采用式(9)计算

AIC 、 $RMSE$ 值,对 Copulas 函数中各参数估计结果的拟合度进行检验,结果见表 5。此外,还采用 5 种非对称 Archimedean Copula 函数(M3、M4、M5、M6、M12)对三维干旱特征变量的联合分布模型进行优选,结果见表 6。

表 5 基于 4 种对称的 Archimedean Copula 函数构建的黑河 3 个水文站三维干旱特征变量联合分布模型的参数及拟合度评价

Table 5 Parameters of three-dimensional drought variables and fitting degree of three hydrologic stations in Heihe river basin

站名 Station	Copula 函数 Copula function	θ	AIC	$RMSE$
莺落峡 Yingluoxia	Frank	29.90	-316.30	0.048 4
	AMH	1.65	-177.88	0.180 6
	Clayton	8.57	-326.57	0.043 9
	Gumbel	12.35	-314.93	0.049 0
梨园 Liyuan	Frank	17.98	-277.88	0.042 5
	AMH	2.24	-157.44	0.165 4
	Clayton	7.80	-285.53	0.039 0
	Gumbel	5.63	-275.93	0.043 4
正义峡 Zhengyixia	Frank	24.60	-251.77	0.052 3
	AMH	1.73	-144.66	0.181 7
	Clayton	8.63	-257.50	0.048 9
	Gumbel	10.01	-249.94	0.053 4

表 6 基于 5 种非对称的 Archimedean Copula 函数构建的黑河 3 个水文站三维干旱特征变量联合分布模型的参数及拟合度评价

Table 6 Parameters of three-dimensional drought variables and fitting degree of three hydrologic stations in Heihe river basin

站名 Station	Copula 函数 Copula function	参数 θ_1 Parameter θ_1	参数 θ_2 Parameter θ_2	AIC	$RMSE$
莺落峡 Yingluoxia	M3	12.65	37.41	-314.56	0.049 2
	M4	4.57	20.24	-320.78	0.046 4
	M5	17.26	224.23	-314.36	0.049 3
	M6	5.08	37.43	-315.07	0.049 0
	M12	2.47	9.40	-316.31	0.048 4
梨园 Liyuan	M3	8.30	38.87	-260.78	0.051 5
	M4	3.38	13.81	-278.56	0.042 1
	M5	5.10	228.08	-272.60	0.045 1
	M6	2.86	14.06	-275.27	0.043 7
	M12	1.78	5.00	-277.42	0.042 7
正义峡 Zhengyixia	M3	11.32	38.84	-248.80	0.054 1
	M4	4.58	13.95	-250.99	0.052 8
	M5	12.54	271.46	-249.39	0.053 7
	M6	4.89	14.94	-248.21	0.054 5
	M12	2.37	5.75	-247.04	0.055 2

由表 5 和表 6 的 AIC 和 $RMSE$ 值可知, Clayton Copula 函数对于干旱历时、干旱烈度和干旱烈度峰值的三维联合分布模型的拟合效果最佳。将 Clayton Copula 函数的理论频率与经验频率进行比较,结果(图 2)显示,拟合效果较好。因此,本研究采用 Clayton Copula 函数构建三维干旱特征变量联合分布模型。

2.4 多维干旱特征变量联合重现期的计算

假设单变量重现期理论值(T)分别为 1,2,5,10,20,50 和 100 年时,通过单变量重现期计算公式(11)的逆函数,可先反求干旱历时、干旱烈度以及干旱烈度峰值,然后代入式(12)、(15)计算相应的 Copula 函数值,最后代入式(13)、(14)及式(16)、(17),可求得对应的联合重现期(T_a)和同现重现期

(T_0),结果见表 7。由表 7 可知,黑河 3 个水文站的重现期分布具有相同的规律,即单变量的重现期理论值(T)大于二、三维变量联合重现期(T_a)而小于对应的同现重现期(T_0),据此可根据计算求得的联合分布重现期,对实际干旱单变量重现期范围进行估计,即可得到不同干旱变量值所代表的干旱事件发生的频率。当单变量重现期理论值(T)较小时,

根据联合重现期值估计实际的单变量重现期范围比较准确。对于同一水文站,三维变量的联合重现期(T_a)小于二维变量的联合重现期(T_a),而同现重现期(T_0)大于相应的二维变量的同现重现期(T_0)。此外,二维变量重现期分布规律大致类似,表明在资料欠缺的情况下,可根据任意二维联合分布模型的规律推求其他变量组合的重现期。

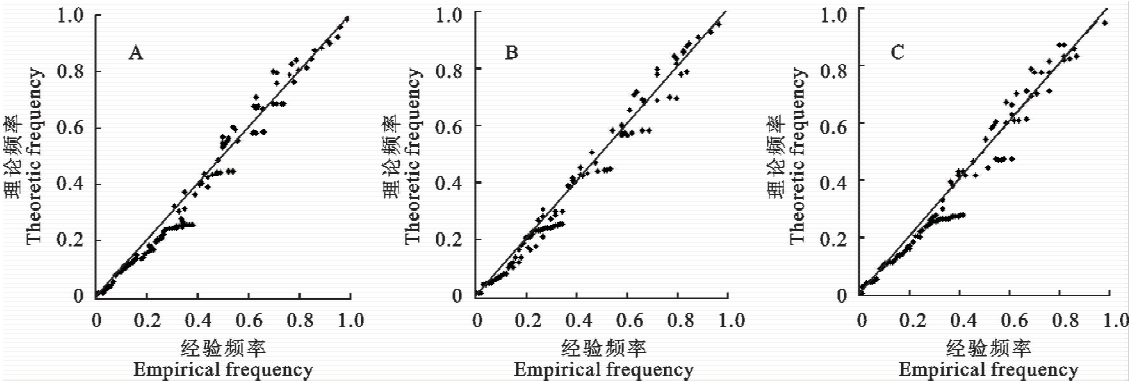


图 2 基于 Clayton Copula 函数构建的黑河流域 3 个水文站干旱特征变量
三维联合分布模型理论频率与经验频率的拟合结果
A. 莺落峡;B. 梨园站;C. 正义峡

Fig. 2 Fitting degrees of theoretic frequency and empirical frequency based on Clayton
Copula function among drought duration,severity and peak in Heihe river basin
A. Yingluoxia;B. Liyuan;C. Zhengyixia

表 7 基于最佳 Copula 函数构建的黑河 3 个水文站干旱特征变量的二、三维联合重现期

Table 7 Two-and three-dimensional joint return periods based on the best Copula function
of three hydrologic stations in Heihe river basin

站名 Station	重现期 (T)/年 Return period	干旱历时 (D)/月 Drought uration	干旱烈度 (S)/mm Drought severity	干旱烈度峰值 (M)/mm Peak intensity	$D-S$		$D-M$		$S-M$		$D-S-M$	
					T_a /年	T_0 /年	T_a /年	T_0 /年	T_a /年	T_0 /年	T_a /年	T_0 /年
莺落峡 Yingluoxia	1	2.26	12.78	8.48	0.98	1.13	0.94	1.17	0.95	1.06	0.91	1.18
	2	4.68	39.3	20.48	1.81	2.24	1.67	2.49	1.71	2.41	1.5	2.88
	5	8.01	88.59	37.76	4.00	6.67	3.55	8.44	3.56	8.42	2.82	13.75
	10	10.62	134.77	51.35	7.05	17.21	6.30	24.29	6.25	24.94	4.67	58.36
	20	13.31	187.68	65.21	12.50	49.86	11.46	77.96	11.39	82.08	8.12	305.62
	50	17.02	267.01	83.81	27.92	240.28	26.61	415.30	26.48	445.80	18.23	3 502.80
	100	19.92	333.57	98.03	53.05	862.05	51.63	1 560.10	51.53	1 692.70	34.92	24 866.00
梨园 Liyuan	1	2.33	3.15	2.02	0.92	1.09	0.88	1.14	0.93	1.09	0.87	1.17
	2	4.52	8.76	4.62	1.71	2.39	1.57	2.76	1.63	2.58	1.46	3.01
	5	7.22	18.53	8.29	1.92	5.18	4.82	90.23	1.95	57.92	1.86	92.16
	10	9.13	27.32	11.16	6.49	21.74	5.96	31.04	5.98	30.4	4.56	66.78
	20	10.93	37.15	14.07	11.72	67.94	11.05	104.92	11.06	104.34	7.99	361.70
	50	13.15	51.55	17.96	26.89	351.88	26.09	581.48	26.11	586.08	18.06	4 250.80
	100	14.72	63.4	20.93	51.94	1 309.50	51.10	2 227.70	51.13	2 255.30	34.75	300 587.00
正义峡 Zhengyixia	1	2.13	16.51	10.46	0.95	1.05	0.9	1.11	0.93	1.08	0.89	1.12
	2	4.42	44.98	21.87	1.82	2.22	1.65	2.55	1.66	2.51	1.50	2.90
	5	7.64	93.37	37.24	4.04	6.56	3.50	8.78	3.43	9.21	2.81	13.86
	10	10.24	136.27	48.97	7.12	16.75	6.21	25.67	6.08	28.23	4.66	58.96
	20	13.00	183.72	60.75	12.63	48.18	11.37	83.67	11.17	95.44	8.12	310.36
	50	16.88	252.57	76.38	28.07	229.16	26.48	449.49	26.24	530.06	18.21	3 554.10
	100	20.00	308.83	88.24	53.18	816.88	51.45	1 694.60	51.27	2 031.60	34.89	25 224.00

从表 7 还可以看出,在单变量重现期增加幅度相同的情况下,二、三维变量同现重现期(T_0)的增幅明显高于相应的联合重现期(T_a),说明在干旱变量的联合重现期,干旱事件较同现重现期干旱事件更容易发生。

以黑河莺落峡站单变量重现期理论值(T)为例,其介于二、三维变量联合重现期(T_a)与同现重现期(T_0)之间。如当单干旱变量重现期理论值为 5 年时,二维变量干旱历时与干旱烈度($D-S$)的联合重现期及同现重现期分别为 4.00 和 6.67 年,重现期理论值介于以上二者之间;此时三维变量的同现重现期(T_0)约为 14 年,远超过了不同二维变量的同现重现期(T_0),说明联合重现期代表的干旱事件较同现重现期代表的干旱事件更容易发生。当单干旱变量重现期理论值为 5 年时,三维变量的联合重现期(T_a)约为 3 年,小于不同二维变量的联合重现期(T_a),而重现期与发生概率呈倒数关系,可知三维干旱变量同时发生干旱事件的概率要小于相应的二维变量。另外,根据二、三维变量的联合重现期(T_a)和同现重现期(T_0),可大致估计实际单干旱变量重现期的取值范围,从而推求其代表的干旱事件发生频率的高低,这对于宏观上预报旱情有一定的指导意义。

3 结 论

Copula 函数的性质使其能够很好地用于构建干旱特征变量的联合分布模型,本研究以黑河上游莺落峡、梨园站和正义峡的二、三维变量的联合分布模型为例,得到了联合重现期和同现重现期的演变规律:单干旱变量的重现期理论值介于二、三维变量联合重现期与相应同现重现期之间,故可以将二、三维联合重现期和同现重现期作为单变量重现期的 2 个临界点。当单变量理论重现期取值较小时,可根据二、三维联合分布重现期对实际的单变量重现期范围进行估计。通过实例分析可知,Copulas 函数可以较好地构建多维干旱特征变量的重现期联合分布模型,在干旱分析中具有一定的实用和推广价值。

[参考文献]

- [1] 刘庚山,郭安红,安顺清,等.帕默尔干旱指标及其应用研究进展[J].自然灾害学报,2004,13(4):21-26.
Liu G S,Guo A H,An S Q,et al. Research progress in Palmer drought severity index and it's application[J]. Journal of Natural Disasters,2004,13(4):21-26. (in Chinese)
- [2] Wilhite D A, Hayes M J, Knutson C, et al. Planning for drought;

- Moving from crisis to risk management [J]. Water Resour Assoc,2000,36(4):697-710.
- [3] 谢 华,黄介生.两变量水文频率分布模型研究述评[J].水科学进展,2008,19(3):443-452.
Xie H, Huang J S. A review of bivariate hydrological frequency distribution [J]. Advances in Water Science,2008,19(3):443-452. (in Chinese)
- [4] 郭生练,闫宝伟,肖 义,等. Copula 函数在多变量水文分析计算中的应用及研究进展 [J]. 水文,2008,28(3):1-3.
Guo S L, Yan B W, Xiao Y, et al. Multivariate hydrological analysis and estimation [J]. Hydrology, 2008, 28(3): 1-3. (in Chinese)
- [5] 闫宝伟,郭生练,陈 璐,等. 长江和清江洪水遭遇风险分析 [J]. 水利学报,2010,41(5):553-558.
Yan B W, Guo S L, Chen L, et al. Flood encountering risk analysis for the Yangtze River and Qingjiang River [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 41(5): 553-558. (in Chinese)
- [6] 刘曾美,陈子桑. 区间暴雨和外江洪水水位遭遇组合的风险 [J]. 水科学进展,2009,20(5):619-625.
Liu Z M, Chen Z S. Risk study of the bivariate encounter of interzone rainstorm and flood level of the outer river [J]. Advances in Water Science, 2009, 20(5): 619-625. (in Chinese)
- [7] 肖 义,郭生练,刘 攀,等. 分期设计洪水频率与防洪标准关系研究 [J]. 水科学进展,2008,19(1):54-60.
Xiao Y, Guo S L, Liu P, et al. Seasonal flood frequency analysis and flood prevention standard [J]. Advances in Water Science, 2008, 19(1): 54-60. (in Chinese)
- [8] 张 涛,赵春伟,雒文生. 基于 Copula 函数的洪水过程随机模拟 [J]. 武汉大学学报:工学版,2008,41(4):1-2.
Zhang T, Zhao C W, Luo W S. Random simulation of flood hydrographs based on Copula function [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2008, 41(4): 1-2. (in Chinese)
- [9] Renard B, Lang M. Use of a Gaussian copula for multivariate extreme value analysis: Some case studies in hydrology [J]. Advances in Water Resources, 2007, 30: 897-912.
- [10] Song S B, Vijay P S. Frequency analysis of droughts using the plackett copula and parameter estimation by genetic algorithm [J]. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 2010, 24(5): 783-805.
- [11] Song S B, Vijay P S. Meta-elliptical copulas for drought frequency analysis of periodic hydrologic data [J]. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 2010, 24(3): 425-444.
- [12] Kim T W, Valdés J B, ASCE F, et al. Nonparametric approach for bivariate drought characterization using palmer drought index [J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2006, 11(2): 134-143.
- [13] 宋松柏,康 艳,荆 萍. 水文频率曲线参数优化估计研究 [J]. 西北农林科技大学学报:自然科学版,2008,36(4):193-198.
Song S B, Kang Y, Jing P. Parameter optimum estimation for hydrological frequency curve [J]. Journal of Northwest A&F University: Nat Sci Ed, 2008, 36(4): 193-198. (in Chinese)