

DOI:CNKI:61-1390/S.20111021.1711.024

网络出版时间:2011-10-21 17:11

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1390.S.20111021.1711.024.html>

土壤颗粒数量分布的局部分形及多重分形特性

李 敏^{1,2}, 李 毅¹

(1 西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100;

2 Department of Soil Science, University of Saskatchewan, Saskatoon, SK S7N5A8, Canada)

【摘 要】 【目的】采用定量方法全面判断土壤颗粒分布(PSD)的内在结构,以提高利用土壤 PSD 函数估测土壤水力参数的精度。**【方法】**利用激光粒度仪测定红胶土、塬土、黑垆土和砂黄土 4 种黄土体积 PSD,计算得出土壤颗粒数量 PSD,然后基于分形理论研究了粒度的幂定律适用范围及相应的分形维数;在符合幂定律的粒度范围内进行多重分形计算,获得了土壤数量 PSD 的多重分形参数。**【结果】**分形分析结果表明,红胶土、塬土、黑垆土和砂黄土 4 种土壤符合幂定律的颗粒半径的下限均接近 $0.5 \mu\text{m}$,而上限依不同土壤差别很大,相应的分形维数为 $2.17 \sim 3.43$;多重分形分析表明,红胶土广义分形维数 D_q 值在整个 q 区间上变化最明显,显示出比其他土壤更强的颗粒分布不均匀性;4 种土壤的 $\tau(q)-q$ 曲线均明显异于直线,表明 4 种土壤均具有多重分形分布特征。红胶土、塬土、黑垆土和砂黄土的 $f(\alpha)$ 谱宽分别为 $4.30, 1.96, 1.74$ 和 1.25 , 谱的不对称系数分别为 $-0.924, 0.516, 0.141$ 和 0.490 , 表明红胶土的多重分形结构较其他 3 种土壤更明显,其不对称程度最大。**【结论】**多重分形理论能更细致地刻画土壤颗粒的数量分布特征;将分形和多重分形理论相结合可以更加全面地了解土壤颗粒分布的内在结构。

【关键词】 土壤颗粒数量分布;多重分形;黄土;幂定律

【中图分类号】 S152.3

【文献标识码】 A

【文章编号】 1671-9387(2011)11-0216-07

Local fractal and multifractal characteristics of soil number-based particle size distributions

LI Min^{1,2}, LI Yi¹

(1 College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling, Shaanxi 712100, China;

2 Department of Soil Science, University of Saskatchewan, Saskatoon, S7N5A8 SK, Canada)

Abstract: 【Objective】 The inner structures of soil particle size distribution (PSD) were judged thoroughly by quantitative methods to increase the accuracy of soil hydraulic parameters estimation from soil PSD functions. **【Method】** Volume-based PSD data of four loess soils including Hongjiao soil, Lou soil, Heilu soil and Sand loess were measured by laser diffractometry and used to determine soil number-based PSD. The power law domain of particles size and the corresponding fractal dimensions were defined. Multifractal calculations were conducted within the particle range that followed the power law and the multifractal parameters were obtained. **【Result】** The fractal analysis showed that the lower particle limits of the power law domain for the four soils were close to $0.5 \mu\text{m}$, while the upper limits differed a lot for different soils. The calculated fractal dimensions ranged from 2.17 to 3.43 . From the multifractal analysis, the generalized dimension, D_q value of Hongjiao soil had the most obvious variations along regions of q and indicated stronger heterogeneous distribution of number-based PSD. The curves of $\tau(q)-q$ for all 4 soils were

* [收稿日期] 2011-05-06

[基金项目] 国家自然科学基金项目(50709028);西北农林科技大学基本科研业务费专项(QN2009087)

[作者简介] 李 敏(1985—),男,四川广元人,在读博士,主要从事农业水土资源研究。E-mail: mil931@mail.usask.ca

[通信作者] 李 毅(1974—),女,陕西武功人,副教授,博士,主要从事农业水资源利用研究。E-mail: liyikitty@126.com

concave downwards and quite different from straight lines, indicating the number-based PSD of all 4 soils had multifractal distributions. Widths of $f(\alpha)$ spectra for Hongjiao soil, Lou soil, Heilu soil and Sand loess were 4.30, 1.96, 1.74 and 1.25, respectively. The asymmetric coefficients of the spectra were -0.924 , 0.516 , 0.141 and 0.490 , respectively, indicating that the multifractal structures of Hongjiao soil were more complicated than the other soils, its asymmetric extent was also the largest. 【Conclusion】 Multifractal theory can depict number-based soil particle size distributions more in detail. Combining fractal with multifractal theory can understand the inner structures of soil PSD more comprehensively.

Key words: soil number-based particle size distribution; multifractal; loess soil; power law

土壤颗粒分布(Particle size distribution, PSD)是土壤的基本物理性质之一。相对于土壤的其他性质,如导水率、水分特征曲线等而言,土壤 PSD 的测定方法(筛分法、比重计法、沉降法、激光粒度法等)较简单,因此,它也常被用于土壤水动力参数的估测,其中利用土壤 PSD 预测土壤水分特征曲线的研究较多^[1-3]。农田土壤,即使是同一质地的土壤其 PSD 的差异也很大,传统的土壤质地分类仅采用黏粒、粉粒和砂粒 3 个指标,不利于精确预测土壤水分运动参数,更无法进一步指导农田灌溉。

分形理论的引入为土壤参数的定量化提供了新的思路。自 Turcotte 介绍了分形理论在地质学中的应用^[4-5]之后,该理论很快被应用于土壤学研究^[6-16]。对土壤 PSD 进行分形研究,可基于土壤颗粒的质量分布、体积分布和数量分布采用不同方法^[6,17-18]分析其分形维数。研究发现,不同土壤的单分形结构仅在有限的粒度范围内存在,具有局部分形特征,土壤 PSD 在黏粒域、粉粒域和砂粒域 3 个区域内呈现不同的分形结构^[19-20]。由于大多数土壤 PSD 呈现出不完全的单分形特征,以上研究显然只适用于特定质地的土壤,因此有学者引入多重分形理论(Multifractal)来描述土壤 PSD 的内在结构,以全面而精确地描述土壤 PSD^[21-24]。土壤 PSD 多重分形研究所需要的连续细致的资料可以用激光粒度仪测定。与传统测定方法相比,激光粒度仪测定速度快,能够测定直径为 $0.02 \sim 2\,000\ \mu\text{m}$ 的土壤颗粒的体积分布,且其数据可直接输入计算机,从而为进一步定量化研究土壤性质和结构提供了基本资料^[21-23]。

前人对土壤颗粒分布的研究主要集中于分形方面,或仅针对多重分形结构,而同时进行分形和多重分形特征对比的研究较少。分形理论的基本准则是一定标度下的土壤参数与其半径之间存在幂函数关系,常称为幂定律(Power law)。符合幂定律是土壤 PSD 分形分析的前提条件,但对土壤 PSD 采用多重

分形分析时,大多数研究者没有预先进行幂定律检验,从而影响了结果的可靠性。此外,以往的研究表明,根据土壤质量(或体积)PSD 进行分形计算时,幂定律分别在 3 个区适用^[20],显然采用 3 个分形参数表征土壤 PSD 的分形结构在实际中不便于应用。为此,本研究根据测定的 4 种典型黄土的体积 PSD 获得相应的土壤数量 PSD,基于幂定律计算其数量分形维数,并探讨土壤的多重分形分布,以期全面判断所研究土壤颗粒分布的内在结构。

1 材料与方法

1.1 土样的采集

土壤样品分别为红胶土、塬土、黑垆土和砂黄土,其中塬土采自陕西杨凌西卜村,黑垆土采自陕西长武,砂黄土和红胶土采自陕西神木县六道沟流域,4 种土样均采自土壤表层 10 cm,用土钻取样,分别编号装入样品袋带回实验室。

1.2 土壤 PSD 的测定

将供试土样风干,过筛,研磨并过孔径 2 mm 筛后,取 10 g,用蒸馏水浸泡 36 h,使土粒分散,用英国产 Malvern Mastersizer 2000 激光粒度仪进行粒度分析,仪器发射光源为 632.8 nm 的 5 mW He-Ne 激光,粒度测量范围为 $0.02 \sim 2\,000\ \mu\text{m}$,重复测量误差小于 2%。测定前先用超声波分散 5 min,然后再进行粒度测定,每个土样测定时间仅需 3 min 左右,计算机自动记录测定结果。仪器附带的软件可依照用户要求对测量结果按不同粒径分级,最终数据为各粒径土粒对应的体积分数。

1.3 计算方法

1.3.1 数量分形维数 令 N_T 为单位体积内土壤颗粒总数,在从最小颗粒粒径 $R_{\min}$ 到某一粒径上限 R_{upper} 的范围内,土壤颗粒的累积数量分布遵循幂定律^[4-5]:

$$N(R > R_i) = CR_i^{-D_N}. \quad (1)$$

$$N_T = CR_{\min}^{-D_N}. \quad (2)$$

式中: $N(R > R_i)$ 为单位体积内粒度范围为 (R_i, R_{upper}) 的土壤颗粒数目, i 代表粒径区间顺序, $i = 1, 2, \dots, 64$; C 为比例常数; D_N 为幂指数(非整数), 即数量分形维数, 满足 $0 < D < 3$ 。

假定土壤颗粒为球形, 且土壤密度恒定, 则对应于平均颗粒半径 R_i 的颗粒数目 $(N(R_i))$ 为:

$$N(R_i) = \frac{V_T [P_V(R_i)]}{(4\pi R_i^3)/3} \quad (3)$$

式中: V_T 为颗粒总体积, $P_V(R_i)$ 是平均粒度为 R_i 的颗粒体积占总体积的概率。则:

$$N(R > R_i)/N_T = \sum_{i=R_{upper}}^{R_i} \frac{P_V(R_i)}{R_i^3} / \sum_{i=R_{upper}}^{R_{min}} \frac{P_V(R_i)}{R_i^3} = (R_i/R_{min})^{-D_N} \quad (4)$$

因此 D_N 可根据式(4)由 $\log[N(R > R_i)] - \log(R_{min}/R_i)$ 曲线的斜率得出。

1.3.2 多重分形原理 多重分形是分形的进一步发展, 能再现复杂分形在生长过程中不同层次的特征, 该理论研究的主要内容是标度分布特征, 通常用配分函数和奇异指数来表征。

不同粒度的数量分布概率函数为 $P_N(R_i) = N(R_i)/N_T$ 。对全部区间 I 进行二进制分区, I 依次被划分为 $N(\epsilon) = 2^k$ 个子区间(为方便计算, 本研究选取的尺度因子 ϵ 分别为 2, 4, 8, 16, 32 和 64, $N(\epsilon)$ 即尺度为 ϵ 时样本的个数), 子区间的长度为 $\epsilon = R_{upper} \times 2^{-k}$ ($k = 1, 2, 3, \dots$)。引入广义分形维数 D_q 刻画测度的不均匀性^[24], 公式为:

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} [P_i(\epsilon)]^q}{\ln(\epsilon)}, (q \neq 1);$$

$$D_1 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} P_i(\epsilon) \ln P_i(\epsilon)}{\ln(\epsilon)}, (q = 1) \quad (5)$$

式中: $P_i(\epsilon)$ 为土壤粒径在 R_i 到 R_{i+1} 内的数量分布概率; q 为 $(-\infty, +\infty)$ 内的整数。 q 在不同程度下扫描概率 $P_i(\epsilon)$ 的稠密和稀疏区域, 当 $q > 1$ 时, 高概率区被放大; $q < 1$ 时, 低概率区被放大; $q = 0$ 时, D_0 称为容量维; $q = 1$ 时, D_1 称为信息维; $q = 2$ 时, D_2 称为相关维。如果 $D_0 = D_1 = D_2$, 则土壤 PSD 具有单分形结构。构造一簇正态化测度的单参数族, 称为配分函数, 以 $\mu_i(q, \epsilon)$ 表示:

$$\mu_i(q, \epsilon) = \frac{[p_i(\epsilon)]^q}{\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} [p_i(\epsilon)]^q} \quad (6)$$

配分函数 $\mu_i(q, \epsilon)$ 与 $\epsilon^{\tau(q)}$ 成正比。分析 $\mu_i(q, \epsilon)$ 和 ϵ 的双对数图, 如果其为一组斜线, 说明样本具有多重分形性质; 由 $\mu_i(q, \epsilon)$ 和 ϵ 的双对数图斜率可得

质量指数 $\tau(q)$, 其与 D_q 的函数关系为:

$$\tau(q) = (q-1)D_q \quad (7)$$

当 $D_q = 1$ 时, 式(7)可变形为 $\tau(q) = q-1$, 可用于衡量多重分形特征的强弱, 当 $\tau(q)$ 与 $q-1$ 最优拟合直线无限偏离时, 说明多重分形特征较强, 反之则多重分形特征较弱。

局部幂指数行为相对应的标度指数称为奇异指数 $(\alpha(q))$, 可依下式计算:

$$\alpha(q) = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} [\mu_i(q, \epsilon) \ln P_i(\epsilon)]}{\ln \epsilon} \quad (8)$$

令 α_{max} 和 α_{min} 分别为 α 的最大值和最小值, 多重分形谱的宽度 $\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}$ 越宽, 属性的局部异质程度越高。

配分函数的 Hausdorff 维数 $f(q)$ 为:

$$f(q) = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} [\mu_i(q, \epsilon) \ln \mu_i(q, \epsilon)]}{\ln \epsilon} \quad (9)$$

如果 $f(q)$ 是定值, 则所研究的样本是单分形的; 如果 $f(q)$ 是一个单峰函数, 表明供试样本具有多重分形特性。根据 $f(q) - \alpha(q)$ 曲线图可描述土壤属性的多重分形测度。用 α_0 表示 $q=0$ 时的 α 值, 令 $\Delta\alpha_L = \alpha_0 - \alpha_{min}$, $\Delta\alpha_R = \alpha_{max} - \alpha_0$, 则可引入不对称系数 R_D 来定量表征分形谱 $f(\alpha)$ 的对称程度:

$$R_D = \frac{\Delta\alpha_L - \Delta\alpha_R}{\Delta\alpha_L + \Delta\alpha_R} \quad (10)$$

如果不对称系数 $R_D > 0$, 表明谱向左拖尾, 其绝对值越大则谱的不对称性越明显。

2 结果与分析

2.1 土壤数量 PSD 的分形维数及其适用范围

基于激光粒度仪测定的 4 种土壤颗粒的体积概率分布 P_V , 可得出在 $(0.04, 1000) \mu\text{m}$ 半径内土壤颗粒数量概率分布 P_N 。在本研究的粒径范围内, 相应的单位体积颗粒数量大致从 10^4 个递减到 10^{-11} 个, 具有快速衰减特征, 相应的数量 PSD 概率分布也同样具有快速衰减特征。由图 1 可见, $R_i < 1 \mu\text{m}$ 时, 黑垆土、红胶土、撙土和砂黄土 4 种土壤颗粒数量 PSD 分布差异较明显, 且 4 种土壤的颗粒数量概率峰值均出现于颗粒半径较小时。

基于各土壤的数量 PSD 分布可绘制出 $\log[N(R > R_i)] - \log(R_{min}/R_i)$ 曲线。由于 4 种土壤的线形具有类似特征, 为便于说明, 在此仅以砂黄土为例作图, 结果见图 2。

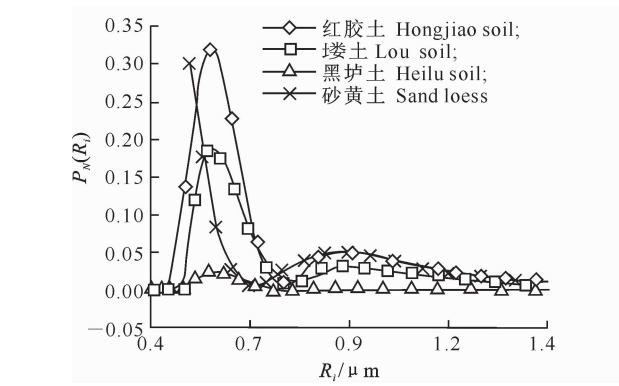


图 1 不同土壤的数量 PSD

Fig. 1 Number-based PSD of different soils

由图 2 可知,土壤累积颗粒数量相对于粒度的双对数曲线仅在一定的粒度范围((R_{lower}, R_{upper}))内符合幂定律,说明土壤颗粒数量的分形结构仅在有限的粒度范围内存在,根据 PSD 的上下限将粒度依次分为 A、B、C 3 个区,其中 A 区代表颗粒极粗的部分,数据点较少且斜率较大,分形维数接近 5.4,显然没有实际意义;C 区代表颗粒极细部分,点基本呈水平状态,表明颗粒数量基本为 0,得出的分形维数通常接近于 3,显然也没有特殊的物理意义;B 区为颗粒适中段,显然土壤颗粒数量的分形分布在该区

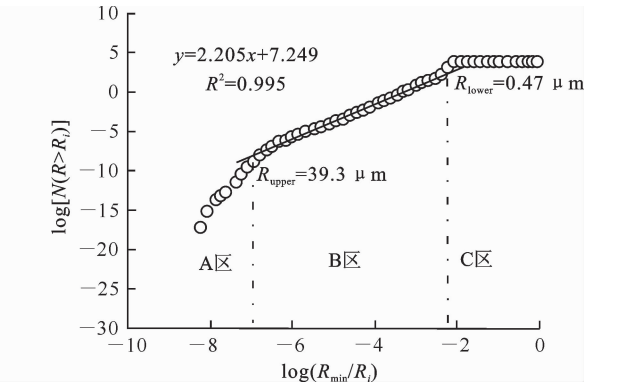


图 2 砂黄土累积颗粒数量-半径双对数图

Fig. 2 Log-log plot of cumulative particle number vs. radius of sand loess

符合幂定律,可据此得出适用幂定律的土壤分形维数和半径区间。这一结果与 Wu 等^[19]和 Bittelli 等^[20]的研究结果基本一致,表明分形原理中的幂定律在土壤粒度分布研究中的适用范围是有限的。在分析方法上本研究与文献[19-20]有所差异,文献[19-20]分析了土壤颗粒质量 PSD,而本研究分析了土壤颗粒数量 PSD。

本研究探讨了 4 种土壤的 B 区分形特征,结果见表 1。

表 1 4 种土壤数量 PSD 分形维数及适用的粒度范围

Table 1 Fractal dimensions of number-based PSD and their valid power-law domains for four soils

土壤 Soil	粒度下限/ μm R_{lower}	粒度上限/ μm R_{upper}	数量分形维数 D_N	决定系数 R^2
红胶土 Hongjiao soil	0.47	282.0	3.43	0.990
楼土 Lou soil	0.47	19.1	2.63	0.972
黑垆土 Heilu soil	0.55	26.3	2.87	0.979
砂黄土 Sand loess	0.47	39.3	2.17	0.995

由表 1 可知,各土壤适用幂定律的粒度下限约为 $0.5\ \mu\text{m}$,而粒度上限变化范围较大,楼土幂定律覆盖的颗粒粒度区间最小,红胶土的最大;4 种土壤分形维数为 $2.17\sim 3.43$,具有明显差异。此处红胶土的数量 PSD 分形维数大于 3,其原因尚缺乏定论,Tyler 等^[25]许多学者进行了不同的解释,但是目前一致认为土壤 PSD 的体积分形维数和质量分形维数应小于 3,而数量分形维数大于 3 可以接受。

2.2 土壤数量 PSD 的多重分形

在半径区域(R_{lower}, R_{upper})内,累积土壤颗粒数量概率分布符合幂定律,表明在该粒度范围内存在一定程度的统计标度不变性。但仍然需要进行多重分形分析,以便检验该标度是简单型还是多标度分

布。由于 4 种土壤的幂定律适用范围已经确定,因此在该粒度范围内对 4 种土壤依次进行多重分形计算,可得出相应的多重分形参数。4 种土壤广义分形维数 D_q 随 q 的变化情况见图 3。

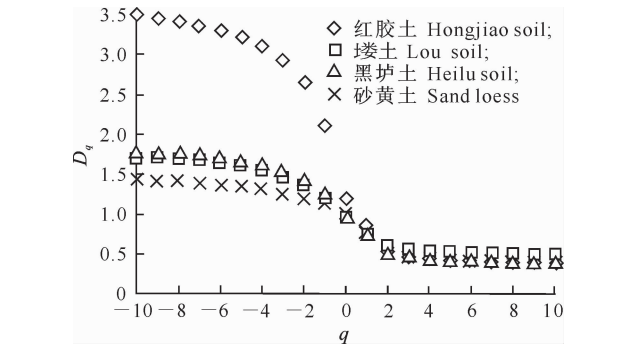


图 3 土壤数量 PSD 的 D_q - q 曲线

Fig. 3 D_q - q curve of number-based soil PSD

由图 3 可知,随 q 的增大,4 种土壤的 D_q 均呈下降趋势,当 $q>1$ 时 D_q 的递减趋势变缓,此时不同土壤颗粒数量的广义分形维数均趋近于 0.5;红胶土 D_q 值随 q 的增大变化最明显,显示出比其他土壤更强的颗粒数目分布不均匀性;砂黄土 D_q 值随 q 的增大变化最小,表明在所研究幂定律区域内,其土壤颗粒数量分布相对均匀;埧土和黑垆土的 D_q 随 q 的增大变化比砂黄土大,但远小于红胶土,表现出适

表 2 4 种土壤 PSD 的容量维数、信息维数和相关维数

Table 2 The capacity dimensions,information dimensions and correlation dimensions of PSD for 4 soils

土壤 Soil	容量维数 D_0	信息维数 D_1	相关维数 D_2	信息维/容量维 D_1/D_0
红胶土 Hongjiao Soil	0.98	0.79	0.61	0.81
埧土 Lou Soil	1.00	0.76	0.52	0.76
黑垆土 Heilu Soil	0.97	0.73	0.49	0.75
砂黄土 Sand Loess	1.00	0.78	0.56	0.78

由表 2 可知,4 种土壤 D_0 、 D_1 和 D_2 大小均表现为 $D_0>D_1>D_2$,表明所有土壤都不具有单分形结构;不同土壤的容量维数与信息维数接近。4 种土壤的 D_0 接近于 1 或为 1,表明颗粒的数量 PSD 在区域内的非零值较少;红胶土的 D_1 最大,表明其颗粒分布最不均匀;相关维 D_2 有明显差别,在 0.49~0.61; D_1/D_0 表明,4 种土壤颗粒分布最不规则的是红胶土,其次是砂黄土、埧土和黑垆土。

由图 4 可见,4 种土壤的 $\alpha(q)$ 具有和广义分形维相似的变化特征,但其变化幅度比广义分形维更

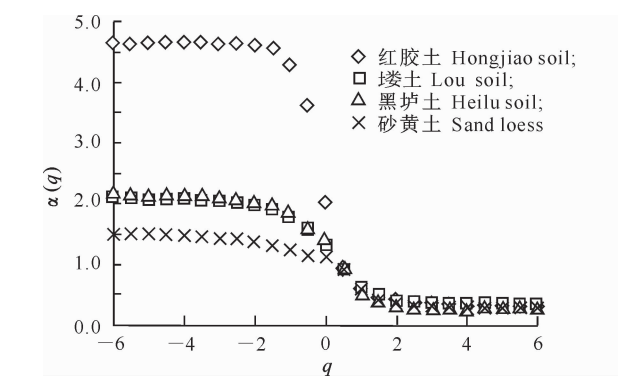


图 4 土壤数量 PSD 的 $\alpha(q)$ - q 曲线

Fig. 4 $\alpha(q)$ - q curve of number-based soil PSD

$f(q)$ - $\alpha(q)$ 关系可提供比分形维数更丰富的结构信息。大的 α 值反映小概率测度区域的性质;小的 α 值反映大概率测度区域的性质。多重分形谱的宽度 $\Delta\alpha=\alpha_{\max}-\alpha_{\min}$,反映了整个分形结构上概率测度分布的不均匀程度。因此 $f(\alpha)$ 是对分形结构的复杂程度、不规则程度以及不均匀程度的另一种量度。

由图 6 可知:(1) $f(q)$ - $\alpha(q)$ 为凸函数,不同土壤

中的土壤颗粒数量分布特征。

容量维数 D_0 描述的是颗粒分布的平均特征,即颗粒分布非零区域的序列特征;信息维数 D_1 反映了颗粒分布的无序特征, D_1 越大,土壤颗粒分布的异质性和不均匀性越大。信息维数与容量维数的比值 D_1/D_0 越大,表明土壤颗粒的分布越不规则。表 2 列出了不同土壤颗粒的容量维、信息维和相关维。

大。当 q 的绝对值增大时, $\alpha(q)$ 与 $\alpha(q-1)$ 的差异逐渐减小,因此继续增大或减小 q 值($q>6$ 或 $q<-6$)不会提供更多的土壤颗粒分布奇异性信息。

由图 5 可见,4 种土壤的点据均分布在 $\tau=q-1$ 曲线的下方,且呈折线形,表明这 4 种土壤在相应的幂定律范围内都具有多重分形分布,这与文献[24]的研究结果一致。Posadas 等^[26]认为, $\tau(q)$ - q 曲线为折线时,供试土壤属性具有双分形分布特征,但这种观点是否合理还有待于进一步研究。

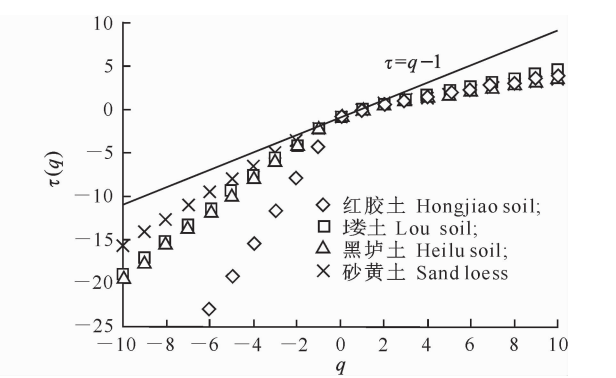


图 5 土壤数量 PSD 的 $\tau(q)$ - q 曲线

Fig. 5 $\tau(q)$ - q curve of number-based soil PSD

的多重分形谱具有明显差别;红胶土、埧土、黑垆土和砂黄土的谱宽分别为 4.30,1.96,1.74 和 1.25,表明红胶土的多重分形结构比其他 3 种土壤更明显,这和前面分析得出的幂定律土壤颗粒范围有关,显然当幂定律适用的土壤颗粒范围越大则谱宽越大,谱宽越大则颗粒的不均匀程度越大;本研究中的 4 种土壤不均匀程度大小依次为红胶土>埧土>黑垆土>砂黄土。(2)4 种土壤 $f(q)$ - $\alpha(q)$ 的左半部和

右半部明显不对称,这种不对称性越明显,表明该土壤颗粒的百分含量随粒径变化越大^[27]。(3)通过计算可得,红胶土、楼土、黑垆土和砂黄土的不对称系数 R_D 分别为 $-0.924, 0.516, 0.141$ 和 0.490 ,可见红胶土不对称程度最大,其多重分形谱具有较大的域值范围。

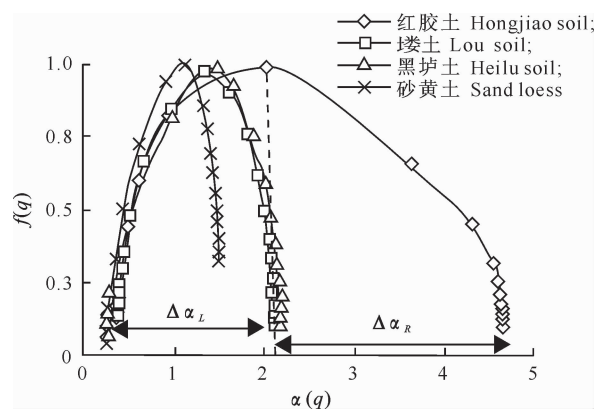


图 6 土壤数量 PSD 的 $f(q)-\alpha(q)$ 曲线

Fig. 6 $f(q)-\alpha(q)$ curve of number-based soil PSD

3 讨论与结论

以往的研究多针对土壤颗粒的体积分布和质量分布的多重分形结构进行分析,而未探讨数量分布的多重分形特征^[13,23,26]。多重分形方法虽然对土壤属性的复杂结构给予了一定阐释,但是在应用该方法预测土壤属性方面还没有较合理的方式,今后还需要进一步进行研究。此外,激光粒度仪能提供土壤颗粒的体积分布,其配套的软件可根据用户要求对数据进行操作,具有一定的先进性。但这种方法与传统上认可的吸管法(可测定土壤颗粒的质量分布)有多大差异,目前也无定论,需要在今后的研究中对其进行更细致地对比和探讨,以便为相关研究工作提供依据和参考。

本研究基于分形和多重分形理论,分析了红胶土、楼土、黑垆土和砂黄土 4 种典型黄土的颗粒数量分布特征,结果表明,符合幂定律的数量 PSD 分形维数只能在有限的粒度范围内得出,4 种土壤幂定律颗粒半径的下限均接近 $0.5 \mu\text{m}$,而上限依不同土壤有较大差别。为进一步检验分形分布是简单型还是多标度分布,在符合幂定律的土壤颗粒粒度范围内对 4 种土壤依次进行多重分形计算,结果表明,红胶土 D_q 值在整个 q 区间上变化最明显,显示出比其他土壤更强的结构异质性;砂黄土 D_q 值变化最小,表明其颗粒结构相对均匀;4 种土壤的 $\tau(q)-q$ 曲

线均明显异于直线,表明其在相应的幂定律范围内均具有多重分形分布; $f(\alpha)-\alpha(q)$ 为凸函数,红胶土、楼土、黑垆土和砂黄土的谱宽分别为 $4.30, 1.96, 1.74$ 和 1.25 ,谱的不对称系数 R_D 分别为 $-0.924, 0.516, 0.141$ 和 0.490 ,表明红胶土的多重分形结构较其他 3 种土壤更明显,其不对称程度也最大。综上所述认为,将分形和多重分形理论结合起来可以更细致地刻画土壤颗粒的数量分布特征。

[参考文献]

- [1] Arya L M, Paris J F. A physico-empirical model to predict the soil moisture characteristic curve from particle-size distribution and bulk density data [J]. Soil Science Society of America Journal, 1981, 45(6): 1023-1030.
- [2] Arya L M, Bowman D C, Cassel D K. Scaling soil water characteristics of golf course and athletic field sands from particle-size distribution [J]. Soil Science Society of America Journal, 2008, 72(1): 25-32.
- [3] Kravchenko A, Zhang R. Estimating the soil water retention from particle-size distribution: A fractal approach [J]. Soil Science, 1998, 163(3): 171-179.
- [4] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature [M]. San Francisco: Freeman, 1982.
- [5] Turcotte D L. Fractals and fragmentation [J]. Journal of Geophysical Research, 1986, 91: 1921-1926.
- [6] 杨培岭, 罗远培, 石元春. 用粒径的重量分布表征的土壤分形特征 [J]. 科学通报, 1993, 38(20): 1896-1899.
Yang P L, Luo Y P, Shi Y C. Fractal feature of soil on expression by weight distribution of particle size [J]. Chin Sci Bull, 1993, 38(20): 1896-1899. (in Chinese)
- [7] Martin M A, Taguas F J. Fractal modeling, characterization and simulation of particle-size distributions in soil [J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1998, 454: 1457-1468.
- [8] Huang G H, Zhan W H. Fractal property of soil particle size distribution and its application [J]. Acta Pedologica Sinica, 2002, 39: 490-497.
- [9] 张世熔, 邓良基, 周 倩, 等. 耕层土壤颗粒表面的分形维数及主要土壤特性的关系 [J]. 土壤学报, 2002, 39(2): 221-226.
Zhang S R, Deng L J, Zhou Q, et al. Fractal dimensions of particle surface in the plowed layers and their relationships with main soil properties [J]. Acta Pedologica Sinica, 2002, 39(2): 221-226. (in Chinese)
- [10] 苏永中, 赵哈林. 科尔沁沙地农田沙漠化演变中土壤颗粒分形特征 [J]. 生态学报, 2004, 24(1): 71-74.
Su Y Z, Zhao H L. Fractal features of soil particle size distribution in the desertification process of the farmland in Horqin Sandy Land [J]. Acta Ecologica Sinica, 2004, 24(1): 71-74. (in Chinese)
- [11] 贾晓红, 李新荣, 张景光, 等. 沙冬青灌丛地的土壤颗粒大小分形维数空间变异性分析 [J]. 生态学报, 2006, 26(9): 2827-

2833.

Jia X H, Li X R, Zhang J G, et al. Spatial heterogeneity analysis of fractal dimension of soil particle for *Ammopiptanthus mongolicus* shrub [J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2006, 26 (9): 2827-2833. (in Chinese)

[12] 徐 冰, 陈亚新, 郭克珍. 半干旱草地土壤粒径分形维数及空间变异特征 [J]. *水利学报*, 2007, 38(S1): 691-695.

Xu B, Chen Y X, Guo K Z. Spatial variability of fractal dimension for soil particle in semi-arid grassland [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2007, 38(S1): 691-695. (in Chinese)

[13] 王 德, 傅伯杰, 陈利顶, 等. 不同土地利用类型下土壤粒径分形分析: 以黄土丘陵沟壑区为例 [J]. *生态学报*, 2007, 27(7): 3081-3089.

Wang D, Fu B J, Chen L D, et al. Fractal analysis on soil particle size distributions under different land-use types: A case study in the loess hilly areas of the Loess Plateau, China [J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2007, 27(7): 3081-3089. (in Chinese)

[14] Wang X, Li M, Liu S, et al. Fractal characteristics of soils under different land-use patterns in the arid and semiarid regions of the Tibetan Plateau, China [J]. *Geoderma*, 2006, 134: 56-61.

[15] 刘云鹏, 王国栋, 张社奇, 等. 陕西 4 种土壤粒径分布的分形特征研究 [J]. *西北农林科技大学学报: 自然科学版*, 2003, 31 (2): 92-94.

Liu Y P, Wang G D, Zhang S Q, et al. Fractal characteristics of particle-size distribution for four kinds of soil samples in Shaanxi [J]. *Journal of Northwest A&F University: Nat Sci Ed*, 2003, 31(2): 92-94. (in Chinese)

[16] 刘 毅, 李世清, 李生秀. 黄土高原不同生境土壤结构体分形维数研究 [J]. *西北农林科技大学学报: 自然科学版*, 2008, 36 (1): 86-92.

Liu Y, Li S Q, Li S X. Fractal dimensions of soil aggregates under different environments in the Loess Plateau [J]. *Journal of Northwest A&F University: Nat Sci Ed*, 2008, 36 (1): 86-92. (in Chinese)

[17] 王国梁, 周生路, 赵其国. 土壤颗粒的体积分形维数及其在土地利用中的应用 [J]. *土壤学报*, 2005, 42(4): 545-550.

Wang G L, Zhou S L, Zhao Q G. Volume fractal dimension of soil particles and its applications to land use [J]. *Acta Pedologica Sinica*, 2005, 42(4): 545-550. (in Chinese)

[18] 张季如, 朱瑞赓, 祝文化. 用粒径的数量分布表征的土壤分形特征 [J]. *水利学报*, 2004, 35(4): 67-71.

Zhang J R, Zhu R G, Zhu W H. Fractal features of soils characterized by grain size distribution [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2004, 35(4): 67-71. (in Chinese)

[19] Wu Q, Borkovec M, Sticher H. On particle-size distributions in soils [J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1993, 57(4): 883-890.

[20] Bittelli M, Campbell G S, Flury M. Characterization of particle-size distribution in soils with a fragmentation model [J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1999, 63 (4): 782-788.

[21] Montero E. Rényi dimensions analysis of soil particle-size distributions [J]. *Ecological Modeling*, 2005, 182(3/4): 305-315.

[22] Wang D, Fu B, Zhao W, et al. Multifractal characteristics of soil particle size distribution under different land-use types on the Loess Plateau, China [J]. *Catena*, 2008, 72: 29-36.

[23] Martín M A, Montero E. Laser diffraction and multifractal analysis for the characterization of dry soil volume-size distributions [J]. *Soil and Tillage Research*, 2002, 64(1): 113-123.

[24] Zeleke T B, Si B C. Scaling relationships between saturated hydraulic conductivity and soil physical properties [J]. *Soil Science Society of America Journal*, 2005, 69(6): 1691-1702.

[25] Tyler S W, Wheatcraft S W. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation [J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1989, 53(4): 987-996.

[26] Posadas A D, Gimenez P D, Bittelli M, et al. Multifractal characterization of soil particle-size distributions [J]. *Soil Science Society of America Journal*, 2001, 65(5): 1361-1367.

[27] 郭丽俊, 李 毅, 李 敏, 等. 塬土土壤水力特性空间变异的多重分形分析 [J]. *农业机械学报*, 2011, 42(9): 50-58.

Guo L J, Li Y, Li M, et al. Multifractal study on spatial variability of soil hydraulic properties of loess soil [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2011, 42 (9): 50-58. (in Chinese)