

抽水过程中井水位变化的分形特征研究

张学真,常安定,刘奕慧

(长安大学 环境科学与工程学院,陕西 西安 710054)

【摘要】 【目的】探讨潜水井抽水过程中井水位与井流量变化的分形特征,为潜水井水位与井流变化的定量研究探索新的计算途径。【方法】在引入分形理论、分形维数计算方法的基础上,以潜水含水层抽水过程为例,计算了主井和各观测井水位及井流量过程线的分形维数和曲率大小。【结果】将分形维数与不同落程井流量大小加以比较,可以发现分形维数 D 越大,观测井水位变化过程线越复杂,形状因子 a 越大,曲线越扁平,曲线峰值越小;不同落程井流量的大小与其对应井流量过程线的分形维数大小呈负相关。【结论】分形理论中的分形维数 D 和形状因子 a ,可以定量描述潜水井抽水过程中井水位过程线的分形维数和形状因子的复杂关系。

【关键词】 潜水井;抽水过程;井水位变化;井流量;分形特征

【中图分类号】 P641.2

【文献标识码】 A

【文章编号】 1671-9387(2010)03-0218-05

Fractal characteristics of the well's water level changes in pumping

ZHANG Xue-zhen, CHANG An-ding, LIU Yi-hui

(Faculty of Environment Science and Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710054, China)

Abstract: 【Objective】 The study discussed the fractal characteristics of the well's water level and flow in pumping process, probed into some new methods describing the well's water level and flow variation. 【Method】 It briefly introduced fractal theory and fractal dimension calculating method. With phreatic water pumping test as an example, it calculated the fractal dimensions and curvature size of pumping well water level and observing well water levels in pumping process. 【Result】 It compared fractal dimensions with the different pumping well water levels and put forward that, the D and a value increased as the pumping well level became complex, the curves were more flat, the curve peaks value were smaller, inverse correlations existed between fractal dimensions and different fall well flow values. 【Conclusion】 The tentative data analysis suggested that the complex relations between the well level D and a values could be described.

Key words: phreatic well; pumping process; change of water level; pumping well flow; fractal characteristic

客观世界中许多事物,具有自相似的“层次”结构,局部与整体在形态、功能、信息、时间、空间等方面具有统计意义上的相似性。适当的放大或缩小几何尺寸,整个结构并不改变。这些自然现象,特别是物理现象和分形有着密切的关系。分形理论认为维数也可以是分数,从而突破了一般拓扑集维数为整

数的界限,为用“分数维”来描述集合的复杂性奠定了基础。分形理论同样可以描述许多真实世界的对象,已经成为一种工具而被广泛应用于众多科学研究领域^[1-5]。

根据抽水试验资料,研究井水位的变化特征,对于正确认识含水层的特性具有重要意义。在多孔抽

* [收稿日期] 2008-08-27

[基金项目] 陕西省科技厅项目(2002K09-GB)

[作者简介] 张学真(1967—),男,陕西眉县人,副教授,博士,主要从事水文与水资源研究。

水试验中发现,同一条件下因为个人选取资料的习惯不同,计算结果常常出现差异,而习惯做法就是简单地将不同观测井水位组合求得的水文地质参数加以平均。实际工作中发现,由于一些井水位变化较小而常常放弃使用,不但造成一定的浪费,而且使研究地下水动态变化的井水位过程线中的一些信息被无形淹没。分形理论的提出为量化研究多孔抽水试验井水位变化规律提供了一种新的视角。依据分形理论的基本思想,抽水过程中主井水位及观测井水位过程线的形态可以通过分形特征来反映,分形维数则是井水位过程线分形特征的量化表示,这种思路抛开了对水文地质条件的近似处理,可从另一个视角探讨井水位的变化特征,是对抽水试验资料信息的进一步利用。值得注意的是,目前还较少看到应用分形理论研究抽水过程井水位变化的报道。为此,本研究通过分析多孔抽水过程中观测井水位过程线的分形维数、主井流量大小与主井流量过程线分形维数之间的关系,以期水文地质参数的计算及水文地质动态变化的预测研究提供参考。

1 研究方法

分形理论创始人 Mandelbrot^[6]为了给不规则、支离破碎的复杂图形命名,于1975年创造了 Fractal 一词,在其专著《分形:形状、机遇和维数》中将拉丁语“Fractus(破碎、产生不规则碎片)”命名为分形。由于分形理论产生的时间不长,目前尚无一个关于分形及其度量的严格确切定义。

理论上,分形具有无穷多维数,不过常用3种维数就可以描述一种分形结构,这3种维数分别叫做豪斯道夫维数、信息维数和关联维数。豪斯道夫维数又叫相似维数。若考虑一个 D 维空间中的奇怪吸引子,则其豪斯道夫维数的定义为:

$$D = -\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\lim_{N \rightarrow \infty}}{N} \lg M(\epsilon) \lg \epsilon. \quad (1)$$

式中: D 为曲线的分形维数(或分维), N 为格子中的点数, $M(\epsilon)$ 为包含该集合元素的体积元(格子)集合。

信息维数、关联维数也有类似的定义和表达式,通常应用较多的是豪斯道夫维数(也即相似维数)。Mandelbrot^[6]从研究规则几何图形的周长 L 与面积 A 的关系中,给出了分形曲线长度 L 与面积 A 的关系。运用量纲分析方法^[7],可以得到下式:

$$L^{1/D} = ad^{(1-D)/D} \cdot A^{1/2}. \quad (2)$$

式中: L 为 d 下曲线周界的欧氏长度; d 为可变量测

尺度,单位为 cm; a 是无量纲常数; $D(1 \leq D \leq 2)$ 为曲线的分形维数, A 为 d 下曲线所围成的面积。

由式(2)可以看出,当 A 确定时, D 越大则 L 越大,即曲线周界填充空间的能力越大,也就是曲线越复杂,所以 D 可以反映曲线的复杂程度。同理,通过对式(2)的变换可知,(2)式中的 a 反映了曲线的“扁率”,可称 a 为曲线的形状因子。

为研究形状因子 a 和分形维数 D 的关系,对式(2)两边取对数,整理后有:

$$\ln \frac{L}{d} = D \ln a + D \ln \frac{A^{1/2}}{d}. \quad (3)$$

为方便,可设 $\ln \frac{L}{d} = C_1$, $\ln \frac{A^{1/2}}{d} = C_2$, 则式(3)可写成:

$$D = \frac{C_1}{\ln a + C_2}. \quad (4)$$

由式(4)可知, a 越大,即“扁率”越大, D 越小,即边界越光滑;反之, a 越小, D 越大,则边界越复杂。因此形状因子 a 与分形维数 D 相互制约,共同从数量上决定了曲线的形状特征。根据分形几何原理和图形形态测量理论,一旦图形的复杂程度及“扁率”确定,则该图形形状的本质特征也随之确定^[8-10]。

本研究采用计盒算法估算分形维数 D 和形状因子 a 的值。令 $C = D \ln a$, 则式(3)可写成:

$$\ln \frac{L}{d} = C + D \ln \frac{A^{1/2}}{d}. \quad (5)$$

在估计 D 和 a 值时,可考虑取 d 的不同值,即 d 的不同尺度,如 $d_1, d_2, \dots, d_k$, 得到一系列点对 $(\ln(A_1^{1/2}/d_1), \ln(L_1/d_1)), (\ln(A_2^{1/2}/d_2), \ln(L_2/d_2)), \dots, (\ln(A_k^{1/2}/d_k), \ln(L_k/d_k))$, 然后用直线方程拟合 $\ln(A^{1/2}/d) - \ln(L/d)$, 则直线的斜率即为 D 的估计值,该直线在纵轴上的截距即为 C ,再由 $C = D \ln a$, 可求出 a , 即有:

$$a = e^{C/D}. \quad (6)$$

由以上讨论可知,要获得 D 、 a 的估计值,必须计算 A_i 和 L_i 。为不失一般性,取边长为 $d_i (i=1, 2, \dots, k)$ 的正方形网格覆盖曲线图,计算出边界 L 所占的格子数 $N(d)$ 和面积 A 所占的格子数 $M(d)$, 则可得到基于尺度 d 的 L 与 A , 即:

$$L = N(d), \quad (7)$$

$$A = M(d). \quad (8)$$

对于不同的 d_i 及其对应的一系列点对 $(\ln(A_i^{1/2}/d_i), \ln(L_i/d_i)) (i=1, \dots, k)$, 可以在直角坐标系下点绘上述点对,然后用直线拟合,或直接

用最小二乘法按直线拟合点对,直线的斜率即为 D 的估计值,直线在纵轴上的截距即为 C ,而 $a=e^{C/D}$ 。

2 井水位变化分维参数的估算

依据上述原理,研究潜水井抽水过程中观测井的水位变化线可以发现,不同观测井水位线的线形基本相同,但变化幅度存在差异,常用的水文地质参数无法对抽水过程线的全过程或局部进行连续地描述,缺乏真正意义上的“过程”概念^[11-12]。应用前文

引入的分形维数 D 和形状因子 a 则可以满足这一需要。

本次研究实例为 4 个落程的潜水井非稳定流抽水试验,实际出水量由量水堰控制。5 个观测井和主井在一条线上,1、2、3、4、5 号观测井分别距离主井 5,15,30,50,100,200 m。潜水含水层初始水位基本水平。含水层厚度约 30 m。抽水过程中观测井水位历时变化如图 1 所示。

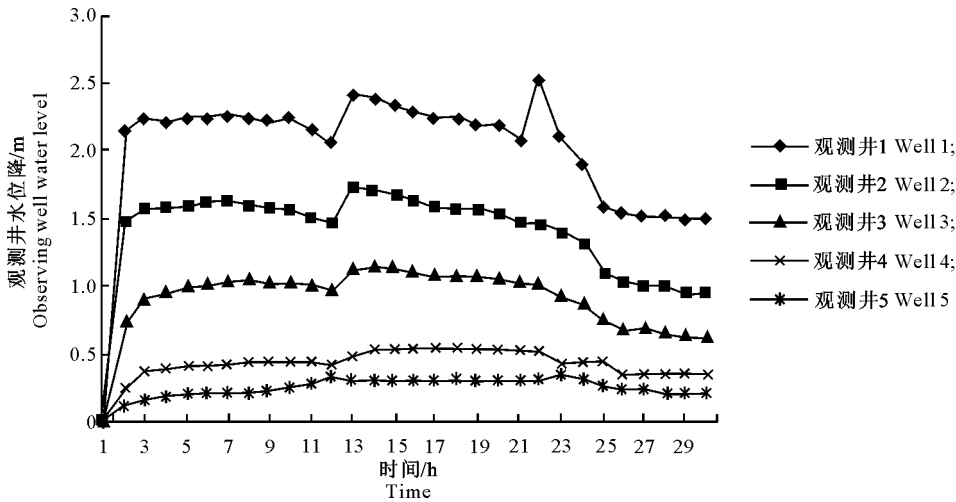


图 1 抽水过程中观测井水位历时的变化
Fig.1 Figure of the observing well water levels

采用上述方法估算 D 和 a 。为研究各观测井水位线的形状特征,利用 Microsoft Excel 软件对观测井变化水位线进行绘制和网格化,设 $d_i=1,2,\cdots$,

10 cm,这样每个由曲线及坐标轴围成的图形可以产生 1 个点对,共可得到 10 个点对 $(\ln(A_i^{1/2}/d_i), \ln(L_i/d_i))(i=1,2,\cdots,10)$ 。其结果如表 1 所示。

表 1 点对 $(\ln A_i^{1/2}/d_i, \ln L_i/d_i)$ 的统计结果

Table 1 Points $(\ln A_i^{1/2}/d_i, \ln L_i/d_i)$ statistical result

d_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	$\ln A_1^{1/2}/d_i$	$\ln A_2^{1/2}/d_i$	$\ln A_3^{1/2}/d_i$	$\ln L_1/d_i$	$\ln L_2/d_i$	$\ln L_3/d_i$
0.1	635	430	251	60	50	40	5.529	5.334	5.065	6.397	6.215	5.991
0.2	229	151	87	37	35	29	4.326	4.118	3.842	5.220	5.165	4.977
0.3	99	65	36	26	23	19	3.502	3.291	2.996	4.462	4.339	4.148
0.4	53	32	18	20	20	15	2.901	2.649	2.361	3.912	3.912	3.624
0.5	32	21	11	16	14	13	2.426	2.215	1.892	3.466	3.332	3.258
0.6	20	12	6	12	11	9	2.009	1.753	1.407	2.996	2.909	2.708
0.7	15	9	4	11	10	9	1.711	1.455	1.050	2.755	2.659	2.554
0.8	9	5	3	9	10	8	1.322	1.028	0.772	2.420	2.526	2.303
0.9	8	5	2	9	7	8	1.145	0.910	0.452	2.303	2.051	2.185
1.0	7	3	2	8	7	6	0.973	0.549	0.347	2.079	1.946	1.792

令 $x=\ln A_i^{1/2}/d_i, y=\ln L_i/d_i$,采用直线拟合点对法进行拟合,可得 1、2、3 号观测井的点对相关图如图 2 所示,相应的直线方程及 D 和 a 的估计值见表 2。需要说明的是,由于 4、5 号观测井对应的有效点对数 (x, y) 太少而没有产生有效的 D 和 a 值,故暂不考虑对 4、5 号井的水位变化进行进一步分

析。
同理,采用上述类似方法可以获得抽水过程 4 个阶段的流量过程线 $x-y$ 直线方程,其对应的 D 、 a 值列于表 3,其中以 No1、No2、No3 和 No4 分别代表各个落程。

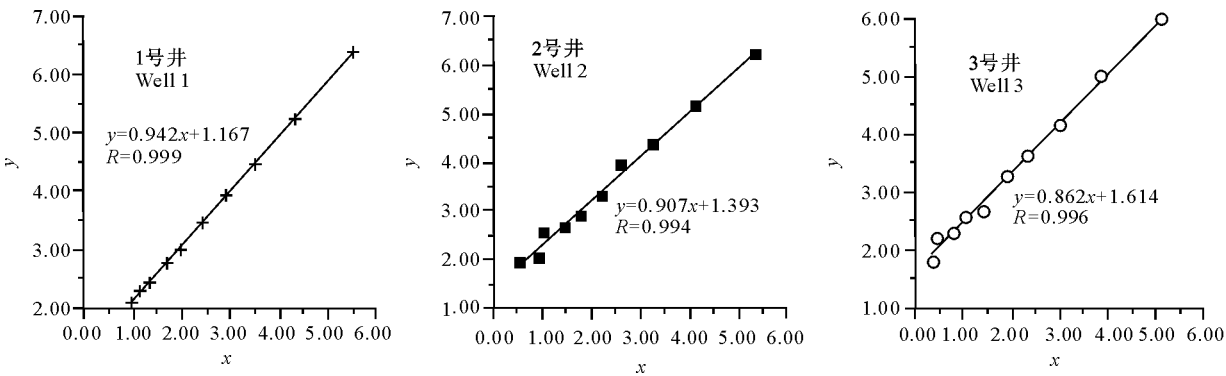


图 2 1~3 号观测井水位线对应的 $x-y$ 拟合直线

Fig. 2 Figure of observing well 1~3 water levels in pumping process toward straight line $x-y$

表 2 观测井水位线对应的 $x-y$ 直线方程及 D 和 a 的估计值

Table 2 Straight line $x-y$ of the observing well water levels and D and a estimating values

观测井编号 Number of observing well	拟合直线方程 Linear $x-y$	相关系数 R Correlation coefficient R	C 估计值 Estimating value of C	D 估计值 Estimating value of D	a 估计值 Estimating value of a
1	$y=0.942x+1.167$	0.999	1.167	0.942	0.726
2	$y=0.907x+1.393$	0.994	1.392	0.907	4.645
3	$y=0.862x+1.614$	0.996	1.614	0.862	6.509

表 3 抽水过程主井流量过程线对应的 D 、 a 估计值

Table 3 Straight line $x-y$ of the pumping well water levels and D and a estimating values

落程次序 Fall order	井流量/($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) Well flow	D 估计值 Estimating value of D	a 估计值 Estimating value of a
No1	16.74	1.092	0.895
No2	28.98	1.228	0.666
No3	33.77	1.844	0.509
No4	43.92	1.901	0.484

根据以上估算结果,可得出以下几点认识:

(1) 对本研究中 5 个观测井的水位过程线而言,其中可以产生分形维数 D 的观测井由大到小依次为 1、2、3 号。 D 值越大,说明观测井水位变化过程线越复杂。形状因子 a 由大到小排序对应的观测井为 3、2、1 号,其次序恰好与分维数 D 对应的观测井号排序相反。 a 越大,曲线越扁平,曲线峰值越小。

(2) 对 4、5 号观测井而言,本次剖分产生的有效点对数(x, y)太少而不能产生有效的 D 、 a 值,虽缩小剖分尺度可以解决 4、5 号观测井有效点对数不足的问题,但相应地会增加剖分与计算的工作量。

(3) 不同落程平均井流量的大小与各阶段井流量过程线的分形维数大小呈负相关。随着井流量的增加,流量过程线的分维数增大,井流量过程线的弯曲程度也依次变小。井流量过程线的分形维数可以作为井流量预报的一个定量指标,可以通过分形维数值的大小判断井流量的大小。

3 结 论

以潜水含水层抽水过程观测井水位历时变化过程线为例,应用分形理论,采用分形维数和形状因子对潜水井抽水过程观测井水位的变化过程进行了初步研究。本研究认为,利用分形理论中的分形维数和形状因子,可以定量地描述抽水过程观测井水位变化的复杂关系,以及主井、观测井水位变化表现出的分形特征。但是,由于影响井水位、井流量变化的主次因素并不单一,故将分形理论应用于井水位变化的研究还需要做更多的工作。

[参考文献]

[1] 蔡爱民,查良松. 基于分形理论的安徽省旱、洪涝灾害时序特征分析 [J]. 安徽农业大学学报, 2005, 32(4): 546-550.
Cai A M, Zha L S. Time series features of the flood and drought damaged areas in Anhui Province based on fractal dimension theory [J]. Journal of Anhui Agricultural University, 2005, 32(4): 546-550. (in Chinese)

[2] 门宝辉,刘昌明,夏 军,等. R/S 分析法在南水北调西线一期工程调水河流径流趋势预测中的应用 [J]. 冰川冻土, 2005, 27(4): 568-573.
Men B H, Liu C M, Xia J, et al. Application of R/S on forecast of runoff trend in the water-exporting regions of the first stage project of the western route of the south-to-north water transfer scheme [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2005, 27(4): 568-573. (in Chinese)

[3] 苏春宏,陈亚新,张富仓. ET_0 计算公式的设定条件和重要影响因素的实验率定研究 [J]. 中国农村水利水电, 2007(1): 16-21.

Su C H, Chen Y X, Zhang F C. Experiment research on the presumed conditions and the important factors of ET_0 formulas [J]. China Rural Water and Hydropower, 2007(1): 16-21. (in Chinese)

[4] 刘德平. 分形理论在水文过程形态特征分析中的应用 [J]. 水利学报, 1998(2): 20-25.

Liu D P. The application of fractal theory in hydrologic process shape characteristic analysis [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1998(2): 20-25. (in Chinese)

[5] 刘丙军, 邵东国, 沈新平. 参考作物腾发量空间分形特征初探 [J]. 水利学报, 2007, 38(3): 337-341, 348.

Liu B J, Shao D G, Shen X P. Study on spatial fractal features of reference crop evapotranspiration [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007, 38(3): 337-341, 348. (in Chinese)

[6] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature [M]. San Francisco: W. H. Freeman and company, 1983.

[7] 吴纪挑, 王 桥. 地图图斑形状特征的量化及其分形模型研究 [J]. 武汉测绘科技大学学报, 1995, 20(2): 129-134.

Wu J T, Wang Q. A research on the quantization and fractal model for polygonal shape features on map [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 1995, 20(2): 129-134. (in Chinese)

[8] 李保国. 分形理论在土壤科学中的应用及其展望 [J]. 土壤学进展, 1994, 22(1): 1-10.

Li B G. Fractal theory application in soil science and forecast [J]. Progress in Soil Science, 1994, 22(1): 1-10. (in Chinese)

[9] Li H B. Theory and methodology of spatial heterogeneity quantification [J]. Chinese Journal of Applied Ecology, 1998, 9(6): 651-657.

[10] Blöschl G, Sivapalan M. Scale issues in hydrological modeling: A review [J]. Hydrol Proc, 1993, 9(3): 251-290.

[11] 张学真, 常安定. 对比求解抽、灌水过程水文地质参数的流量: 时间配线法 [J]. 干旱地区农业研究, 2006, (24): 127-129.

Zhang X Z, Chang A D. Application of discharge-time matching line method in computing hydrologic, geologic parameters in process of pumping and replenishing water [J]. Agricultural Research in the Arid Areas, 2006, 24(1): 127-129. (in Chinese)

[12] 刘元会, 常安定. 裂隙含水层中地下水非线性井流问题研究 [J]. 西北农林科技大学学报: 自然科学版, 2009, 37(4): 231-234.

Liu Y H, Chang A D. Study on the problem of the nonlinear well flow in the fractured rocks [J]. Journal of Northwest A&F University: Natural Science Edition, 2005, 33(3): 231-234. (in Chinese)