

用粒子群算法反求割离井公式中的水文地质参数

张全兴,常安定

(长安大学 理学院,陕西 西安 710064)

【摘 要】 【目的】研究粒子群算法在反求割离井公式水文地质参数中的适用性。【方法】以待估计的水文地质参数作为变量,利用割离井公式计算观测井的理论出水量,将理论出水量与观测出水量的偏差平方和作为目标函数,从而将反求割离井公式水文地质参数问题转化为最优化问题,利用粒子群算法进行求解。【结果】实例验证表明,粒子群算法用于反求割离井公式水文地质参数,计算精度高,不受人为因素干扰,可以取得理想效果。【结论】粒子群算法是反求割离井公式水文地质参数的新方法。

【关键词】 粒子群算法;水文地质参数;割离井公式

【中图分类号】 O357.3

【文献标识码】 A

【文章编号】 1671-9387(2009)02-0209-04

Estimation of hydrogeology parameters in the isolated-well formula using particle swarm optimization

ZHANG Quan-xing, CHANG An-ding

(College of Science, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)

Abstract: 【Objective】 Applicability of particle swarm optimization (PSO) in estimating hydrogeology parameters in the isolated-well formula was studied. 【Method】 With hydrogeology parameters as variables, the isolated-well formula was used to calculate theoretical aquifer yield, then with the summation of the square of error between theoretical aquifer yield and observed aquifer yield as target function, the problem of estimating hydrogeology parameters was translated into an optimization problem and solved with PSO. 【Result】 Numerical result showed that in estimating hydrogeology parameters in the isolated-well formula, the calculating precision of PSO was higher than those of other methods, and was not influenced by artificial factors. The result was satisfactory. 【Conclusion】 PSO is feasible to estimate hydrogeology parameters in the isolated-well formula.

Key words: particle swarm optimization; hydrogeology parameter; isolated-well formula

地下水水流和溶质运移数学模型是科学合理开发利用和保护地下水资源的有效工具^[1],其中的水文地质参数是描述地下水含水层特性的量化指标。正确识别水文地质参数是运用数学模型的前提条件。

目前,获得水文地质参数的主要途径是进行抽水试验,利用观测孔观察地下水水位降深,通过求解相应的反问题来识别水文地质参数^[2]。求解反问题

的方法可分为 2 类:直接解法和间接解法^[3]。直接解法稳定性较差,使用较少;间接解法比较稳定,实践中应用较多,其中被广泛采用的有试估-校正法、优选法、单纯形法、修正的 Gauss-Newton 法等。遗传算法、模拟退火算法等智能优化算法已经在参数识别中得到一定应用^[4-7],但还存在一定的缺陷。针对割离井公式中水文地质参数估计问题,常安定等

* [收稿日期] 2008-03-17

[基金项目] 长安大学基础科学发展基金项目(06J06)

[作者简介] 张全兴(1971—),男,陕西西安人,讲师,在读博士,主要从事最优化计算研究。

研究了流量时间配线法^[8]、试算法^[9]和直线图解法^[10]。

试估-校正法、优选法和单纯形法等均需适当选择迭代计算的初始值,算法的收敛速度较慢;试估-校正法需要较多人工干预;修正的 Gauss-Newton 法收敛速度较快,但其中需要用到灵敏度系数矩阵,其计算难度大,对观测数据要求较多,使用不便。流量时间配线法、试算法和直线图解法等在实际应用中也有一定的局限性,如计算过程易受人为因素的影响,计算精度也不是很高。

粒子群算法(Particle swarm optimization, PSO)^[11-12]是基于对一些动物群体行为(如鸟类与鱼类在觅食活动中表现出的社会性行为)的观察而提出的一种智能优化算法,属于全局优化算法。与其他智能优化算法相比,PSO 的优点在于其具有记忆机制,存储并维护各粒子及整个群体搜索到的最好解,确保迭代过程中不会出现退化现象;粒子之间共享信息,可以进行建设性地合作。截至目前,PSO 已经在众多非线性连续函数优化问题中得到成功应用^[13-15]。根据割离井公式,在给定渗透系数 K 和给水度 μ 时,可计算抽水井的理论出水量。将理论出水量与观测出水量的偏差平方和作为目标函数,即可将反求参数的问题转化为最优化问题,进而利用粒子群算法求解,但目前尚未见此方面的报道。本研究尝试应用 PSO 算法反求割离井公式中的水文地质参数渗透系数 K 和给水度 μ 。由于粒子群算法具有很强的鲁棒性、全局收敛性,若能应用于反求割离井公式中的水文地质参数,则可为类似问题的求解提供一种新方法。

1 粒子群算法

1.1 粒子群算法求解最优化问题的基本原理

设置一群在定义域内移动的粒子,在任意时刻,粒子的当前位置表示备选解,适应度表示目标函数值的优劣,移动速度表示对当前解的修正量。粒子具有记忆能力,记录该粒子的历史最好位置、历史最优目标函数值;粒子群记录整个群体的历史最好位置、历史最优目标函数值。从当前位置指向群体历史最好位置的方向和指向本粒子历史最好位置的方向可能是目标函数值变优的方向,因此利用这 2 个方向构造粒子移动速度的改变量。粒子当前位置加移动速度即为粒子在下一时刻的位置。如此完成粒子群算法的一次迭代。初始种群随机生成,迭代的终止条件可采用实用收敛准则。

考虑最优化问题:

$$\begin{cases} \min & y=f(\theta), \\ s. t. & \theta_{lb} \leq \theta \leq \theta_{ub}, \theta \in R^n. \end{cases} \quad (1)$$

式中: y 为目标函数值; f 为目标函数; $\theta=(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$, 为决策变量; $\theta_{lb}=(\theta_{lb}^{(1)}, \theta_{lb}^{(2)}, \dots, \theta_{lb}^{(n)})$, $\theta_{ub}=(\theta_{ub}^{(1)}, \theta_{ub}^{(2)}, \dots, \theta_{ub}^{(n)})$, 分别为自变量取值的下界和上界。

使用粒子群算法求解问题(1)时,第 i 个粒子的初始位置 $\theta_i^{(0)}$ 由下式确定:

$$\theta_i^{(0)} = \theta_{lb} + rand() \cdot (\theta_{ub} - \theta_{lb}), i=1, \dots, N. \quad (2)$$

式中: θ_{lb} 、 θ_{ub} 为 θ 的下限和上限; $rand()$ 为 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数; N 为算法参数,表示粒子的数量。

粒子的初始速度 $v_i^{(0)}$ 利用以下公式生成:

$$v_i^{(0)} = \delta \times (2 \times rand() - 1) \times (\theta_{ub} - \theta_{lb}). \quad (3)$$

式中: $\delta \in (0, 1)$ 为粒子初始速度控制参数。 δ 的引入使得初始速度自动适应搜索范围。

粒子的速度调整方式为:

$$v_i^{(j+1)} = v_i^{(j)} + c_1 \cdot rand() \cdot (p_i - \theta_i^{(j)}) + c_2 \cdot rand() \cdot (p_g - \theta_i^{(j)}). \quad (4)$$

式中: c_1 、 c_2 为算法参数,均为正常数,称为学习因子; p_i 为该粒子的历史最好位置; p_g 为粒子群的历史最好位置。学习因子使粒子具有自我总结和向群体中优秀个体学习的能力,诱导粒子沿指向本个体及群体历史最优点的方向进行搜索; c_1 和 c_2 分别反映了个体经验及群体经验对修正速度的价值,取值过大,则算法往往出现早熟收敛现象,取值过小,则算法收敛缓慢。同时,目前无法事先判定 c_1 和 c_2 对修正速度的价值孰大孰小,故 c_1 和 c_2 均取 0.5。

粒子的位置调整方式为:

$$\theta_i^{(j+1)} = \theta_i^{(j)} + v_i^{(j+1)}. \quad (5)$$

当 $\theta_i^{(j)} + v_i^{(j+1)}$ 超出参数取值范围时,须适当作越界处理。

迭代终止准则设为:连续 M 次迭代,群体历史最好适应度值没有改善。

1.2 粒子群优化算法的计算步骤

粒子群优化算法的计算步骤为:

step 1:令 $j:=0$,根据公式(2)、(3)随机生成初始位置 $\theta_i^{(0)}$ 和初始速度 $v_i^{(0)}$,置粒子历史最好位置 $y_i^{(p)} := \theta_i^{(0)}$,粒子历史最好函数值 $p_i := f(y_i^{(p)})$, $i=1, \dots, N$ 。置群体历史最好函数值 $y^{(g)} := \min\{y_i^{(p)}\}$,相应确定群体历史最好位置 P_g 。置计数器 $k:=0$ 。

step 2:令 $j:=j+1$,根据公式(4)、(5)更新各

粒子的速度 $v_i^{(j)}$ 及位置 $\theta_i^{(j)}$, 更新各粒子历史最好位置 p_i 、函数值 $y_i^{(p)}$, 更新群体历史最好位置 p_g 、函数值 $y^{(g)}$ 。若 $y^{(g)}$ 变优, 重置计数器 $k:=0$, 否则令 $k:=k+1$ 。

step 3: 若 $k \leq M$, 转 step 2; 否则转 step 4。

step 4: 以当前的群体历史最好位置、函数值 $y^{(g)}$ 及 P_g 作为最优解的近似。终止计算。

2 用粒子群算法反求割离井公式中的水文地质参数

2.1 割离井公式

对于均质含水层中的割离井, 若初始井水位为水平、抽水过程中井内水位一定且上部和下部无流量补给, 则井的出水量计算公式^[7]为:

$$Q(t)=4\pi Kh_0S_0\sum_{n=1}^{\infty}B_ne^{-\lambda_n^2\beta t}。$$

(6)

式中: $Q(t)$ 为第 t 个单位时间的出水量; K 为含水层渗透系数 (m/d); h_0 为进井水位 (m), 在忽略水跃值 Δh 时即为井的动水位, 此处取常数; $S_0=H_0-h_0$, 为井内定降深 (m), 其中 H_0 为含水层的初始厚度 (m); B_n 为流量系数; $\beta=\alpha/R_0^2$, 单位为 1/d, 其中 α 为水位传导系数 (m²/d), $\alpha=\frac{TH_p}{\mu}=\frac{KH_p}{\mu}$, μ 为给水度 (无量纲), H_p 为计算时段内含水层的平均厚度 (m), 此处取 $H_p=(h_0+H_0)/2$; t 为抽水时间 (d)。(1) 式中级数收敛很快, 实际计算时取前 4 项即可。

B_n 计算公式为:

$$B_n=\frac{J_1^2(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_nx_0)-J_1^2(\lambda_n)}。$$

(7)

式中: $J_0(x)$ 、 $J_1(x)$ 分别为第一类零阶、一阶贝塞尔函数; λ_n 是自变量为 λ 的超越方程 $J_0(\lambda x_0)Y_1(\lambda)-J_1(\lambda)Y_0(\lambda x_0)=0$ 的解; $Y_0(x)$ 、 $Y_1(x)$ 分别为第二类

零阶、一阶贝塞尔函数; x_0 为相对井径 (无量纲), $x_0=r_0/R_0$, 其中 r_0 为抽水井半径 (m), R_0 为取水半径 (m)。

2.2 转化反求参数问题为最优化问题

给定一组抽水观测资料 $(t_1, Q_1^0), (t_2, Q_2^0), \dots, (t_n, Q_n^0)$, 根据公式 (6), 可计算出抽水资料中相应时间的流量, 得到理论流量资料 $(t_1, Q_1^c), (t_2, Q_2^c), \dots, (t_n, Q_n^c)$, 按照最小二乘法, 公式 (6) 所含参数渗透系数 K 和给水度 μ 应使函数:

$$f(\theta_1, \theta_2)=\sum_{i=1}^n(Q_i^0-Q_i^c)^2。$$

(8)

达到最小。式中: $\theta_1=K, \theta_2=\mu$ 。

有经验的专业技术人员可根据经验估计出参数的大致取值范围, 即给出 θ_{lb} 和 θ_{ub} 。所给取值范围越小, 则计算速度越快, 计算精度越高。

3 实例计算与结果分析

有一潜水含水层, 其厚度 $H_0=20$ m, 试验井穿透含水层到达不透水底板。井径 2 m。在该井上进行定落程抽水试验, 并将水位降 S_0 固定为 6 m, 在不同时刻 t (d) 井的出水量 Q (m³/d) 见表 1。取水半径为 200 m。根据抽水资料, 对水文参数进行估计。

根据粒子群算法的计算步骤, 利用 MATLAB 编程计算。 K 的取值范围为 $[2, 8]$, μ 的取值范围为 $[0.01, 1]$, 参数设置为: $N=1\ 000, M=20, \delta=0.5$, 进行 100 次计算。计算后得到的最好结果为: $K^*=5.074\ 2, \mu^*=0.101\ 4$, 此时 $f=0.092\ 9$ 。与该最好结果相比, 对 K 和 μ 估计的平均相对误差分别为 0.16% 和 0.93%, 最坏情况下平均相对误差分别为 0.63% 和 4.24%。表 2 列出了其中 5 次计算的结果及相对误差。

表 1 不同时刻 t 的出水量 Q

Table 1 Discharges Q at different time

t/d	$Q/(m^3 \cdot d^{-1})$	t/d	$Q/(m^3 \cdot d^{-1})$	t/d	$Q/(m^3 \cdot d^{-1})$
1	684	10	532	25	460
2	631	15	505	30	438
5	571	20	482		

表 2 使用 PSO 反求水文地质参数的部分结果

Table 2 Estimated K and μ values by PSO

K	μ	f	$\left \frac{K-K^*}{K^*}\right \times 100$	$\left \frac{\mu-\mu^*}{\mu^*}\right \times 100$
5.074 2	0.101 4	0.092 9	0.00	0.00
5.075 6	0.101 9	0.378 5	0.03	0.49
5.075 1	0.101 1	0.139 4	0.02	0.33
5.079 0	0.100 5	0.278 7	0.09	0.91
5.079 7	0.101 3	0.280 6	0.11	0.09

与其他智能优化算法(如遗传算法、模拟退火法等)类似,受算法中随机搜索机制的影响,PSO 每次计算的结果会略有差异,但相对误差均很小,因而任何一次计算结果都可作为最终计算结果应用。

4 结论与讨论

文献[8-10]分别用配线法、试算法和直线图解

法求解了同一算例。表 3 列出了这 3 种方法的计算结果。由表 3 可见,PSO 的计算精度优于上述 3 种算法。就方法而言,以上 3 种方法均需要人工干预计算过程,主观性较强,对操作者的要求较高,实际应用受到限制。而粒子群算法则完全不需人工干预,只要输入观测数据,运行程序即可得到计算结果,因此更便于实际应用。

表 3 使用配线法等算法反求水文地质参数的计算结果
Table 3 Estimated K and μ values by three existed methods

算法 Algorithm	K	μ	f	$\left \frac{K-K^*}{K^*} \right \times 100$	$\left \frac{\mu-\mu^*}{\mu^*} \right \times 100$
配线法 Flow rate-time method	5.079 0	0.100 9	0.128 0	0.094 6	0.493 1
试算法 Trial calculating method	5.358 2	0.070 3	367.327 5	5.596 9	30.670 6
直线图解法 Flow Jacob linear graphic method	5.108 9	0.100 9	7.850 5	0.683 9	0.493 1

通过上述分析可以看出,粒子群算法在反求割离井公式水文地质参数中具有很好的应用价值。对于其他参数识别问题,只要能够转化为最优化问题(式(1))的形式,也可以应用粒子群算法加以解决。

[参考文献]

[1] 李竞生,姚磊华.含水层参数识别方法[M].北京:地质出版社,2003.
Li J S, Yao L H. Aquifer parameters identification methods [M]. Beijing: Geological Press, 2003. (in Chinese)

[2] 薛禹群,谢春红.地下水数值模拟[M].北京:科学出版社,2007.
Xue Y Q, Xie C H. Numerical simulation for groundwater [M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese)

[3] Newman S P. Calibration of distributed parameter groundwater flow models view as a multiple-objective decision process under uncertainty [J]. Water Resources Research, 1973, 9(4): 1006-1021.

[4] 杨晓华,杨志峰,郦建强,等.水温模型参数识别算法研究与展望[J].自然科学进展,2006,16(6):657-661.
Yang X H, Yang Z F, Li J Q, et al. Hydrological models parameters identification and their prospects [J]. Process in Natural Science, 2006, 16(6): 657-661. (in Chinese)

[5] 陆桂华,郦建强,杨晓华.水文模型参数优选遗传算法的应用研究[J].水利学报,2004(2):50-56.
Lu G H, Li J Q, Yang X H. Application of genetic algorithms to parameter optimization of hydrology model [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004(2): 50-56. (in Chinese)

[6] 王薇,曾光明,何理.用模拟退火算法估计水质模型参数[J].水利学报,2004(6):61-67.
Wang W, Zeng G M, He L. Estimation of water quality model parameters with simulated annealing algorithm [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004(6): 61-67. (in Chinese)

[7] Ayvaz M T, Karahan H, Aral M M. Aquifer parameter and

zone structure estimation using kernel-based fuzzy c-means clustering and genetic algorithm [J]. Journal of Hydrology, 2007, 343(3/4): 240-253.

[8] 常安定,左大海,刘元会.割离井法反求水文地质参数的流量-时间配线法[J].西北农林科技大学学报:自然科学版,2005, 33(7):99-102.
Chang A D, Zuo D H, Liu Y H. The flow rate-time method of converse calculating the hydrogeology parameters of the isolated well formulas [J]. Jour of Northwest A&F University: Natural Science Edition, 2005, 33(7): 99-102. (in Chinese)

[9] 常安定,刘元会,马良.割离井法反求水文地质参数的试算法研究[J].西北农林科技大学学报:自然科学版,2005,33(3): 109-112.
Chang A D, Liu Y H, Ma L. Trial calculating method of discalculating the hydrogeology parameters by using the isolated well formulas [J]. Jour of Northwest A&F University: Natural Science Edition, 2005, 33(3): 109-112. (in Chinese)

[10] 常安定,李佩成.用割离井公式反求水文地质参数的直线图解法[J].西北农林科技大学学报:自然科学版,2006,34(4): 135-138.
Chang A D, Li P C. The flow Jacob linear graphic method of converse calculating the hydrogeology parameters with the isolated well formulas [J]. Jour of Northwest A&F University: Natural Science Edition, 2006, 34(4): 135-138. (in Chinese)

[11] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization [G]// IEEE service center. Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks (Perth, Australia). Piscataway, NJ: IEEE, 1995: 1942-1948.

[12] Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory [G]// IEEE service center. Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science. Nagoya, Japan: IEEE, 1995: 39-43.