# 考虑接触摩擦的混凝土面板干缩应力研究

王瑞骏,李炎隆,焦丽芳,田 艳

(西安理工大学 水利水电学院,陕西 西安 710048)

[摘 要]【目的】研究垫层与面板之间的接触约束对面板干缩应力的影响。【方法】根据一般外荷载作用下的 接触摩擦单元理论,建立了面板堆石坝混凝土面板与垫层之间接触面干缩应力的有限元计算模型。基于该计算模 型,结合工程实例,分析计算了施工期混凝土面板的干缩应力。【结果】面板混凝土浇筑结束时及蓄水前,其表面和中 心的干缩应力均为拉应力,且表面各节点的干缩应力大于中心各节点的干缩应力;蓄水前面板干缩应力的峰值较浇 筑结束时明显增大。【结论】算例计算分析表明,应用所建立的模型可以获得较为准确合理的接触面干缩应力计算结 果。

[关键词] 水工结构;混凝土面板;接触摩擦;干缩应力;接触面 [中图分类号] TV641.4<sup>+</sup>3 [文献标识码] A [文章编号] 1671-9387(2008)12-0229-06

# Research on shrinkage stress of concrete slabs with contact friction

WANG Rui-jun, LI Yan-long, JIAO Li-fang, TIAN Yan

(Institute of Water Resources and Hydro-electric Engineering, Xi'an University of Technoligy, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

Abstract: [Objective] The research studied the effect of contact restriction between cushion and face slab Panels on the shrinkage stress. [Method] Based on the theory of contact friction element with normal outer loads, the FEM calculation model of shrinkage stress of interface between slabs and cushion layer was established. On the basis of the model, this paper presented an example to analyze the shrinkage stress of concrete slabs during the construction period. [Result] The result from the example indicated that the shrinkage stresses of surface and center of slabs were both tensile stress in the end of concrete placement and before the water storage of reservoir, also the shrinkage stress of surface was larger than that of center. The maximum value of shrinkage stress of slabs before water storage increased obviously compared with that in the end of concrete placement. [Conclusion] The example shows that quite reasonable calculation result of shrinkage stress on interface can be obtained by the model.

Key words: hydro-structure; concrete slab; contact friction; shrinkage stress; interface

研究表明,干缩应力是施工期面板堆石坝混凝 土面板产生裂缝的主要原因之一<sup>[1-4]</sup>。因此,合理而 准确地分析计算面板的干缩应力,对面板的防裂具 有重要意义。面板的结构特点决定了面板的干缩应 力取决于面板本身的湿度变化及垫层对面板的接触 约束这两个方面的因素。关于面板与垫层之间接触 约束的模拟问题,传统的面板应力计算方法或者将 面板与垫层视作一体,或者按弹性约束处理,这无疑 夸大了垫层对面板的约束作用,从而夸大了面板干 缩应力的幅值。文献[5]提出一种按摩擦约束模拟 的方法,在一定程度上考虑到了面板与垫层之间接 触面的不连续、非线性的变形特性,虽其较传统方法

<sup>\* [</sup>收稿日期] 2007-12-10

<sup>[</sup>基金项目] 陕西省教育厅科学研究计划项目(03JK098)

<sup>[</sup>作者简介] 王瑞骏(1963-),男,陕西宝鸡人,教授,博士,主要从事坝工应力研究。E-mail:lylong2356@126.com

有了较大进步,但该方法将面板与垫层之间的接触 仅按固定和摩擦两种状态来概括,并未反映出二者 之间可能出现的自由未接触状态。实践经验表明, 由于混凝土面板与垫层的刚度相差较大,因此其接 触面往往具有间断面的性质。因而,在进行接触面 的模拟时若不考虑其间断性,则在模拟内容上是不 够全面的。

为了更准确地反映垫层与面板之间的接触约束 对面板干缩应力的影响,本研究采用一般外荷载作 用下的接触摩擦单元理论,建立了面板与垫层之间 接触面干缩应力的有限元计算模型,并结合工程实 例,对施工期混凝土面板干缩应力的变化及分布规 律进行了研究,以期为面板堆石坝混凝土面板的湿 控防裂提供参考。

# 1 接触面的干缩应力计算模型

文献[6]对于一般外荷载作用下两种结构材料的接触问题,曾提出一种以节点接触应力为基本未知量的接触摩擦单元理论。接触摩擦单元的刚度约束方程为<sup>[6]</sup>:

$$\begin{pmatrix} 0 & (\mathbf{S}\mathbf{C}')^T \\ \mathbf{S}\mathbf{C}' & \mathbf{R}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \boldsymbol{\alpha} \\ \Delta \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta F \\ \mathbf{S}\boldsymbol{a}^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (\mathbf{S}\mathbf{C}'')^T \Delta \boldsymbol{\sigma} \\ (\mathbf{I} - \mathbf{R}^T) \mathbf{S}\mathbf{R}\Delta \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} .$$
(1)

式中, $\Delta \alpha$  及 $\Delta F$  分别为整体坐标系中增量节点位移 矢量和增量等效节点力矢量, $\Delta \sigma$  为局部坐标系中增 量节点接触应力矢量, $a^*$  为约束荷载矢量,C'、C''为 坐标转换矩阵,S、R 为导出矩阵,I 为单位矩阵,T为矩阵转置符号。上述各矢量(矩阵)的具体表达式 或确定方法见文献[6]。

计算时,首先假定单元处于某种接触状态(固 定、滑动及自由),确定相应的约束荷载矢量 a\*,然 后按式(1)进行增量节点接触应力及接触位移的试 算,检验是否与原假定状态一致,若一致则计算结 束,否则选试算解为新的假定状态,进行新一轮迭代 直至收敛。其中,进行接触状态判定时,法线方向的 容许应力[σ]取最大拉应力,切线方向的容许应力 [τ]按 Mohr-Coulomb 准则确定<sup>[6]</sup>。

接触摩擦单元理论采用节点接触应力作为基本 未知量,使得接触应力既具有较高的精度又便于应 用处理实际问题。研究表明,这种接触摩擦单元理 论,对一般外荷载作用下两种结构材料的接触问题, 具有较好的有效性和准确性<sup>[68]</sup>。对面板堆石坝而 言,混凝土面板在湿度荷载作用下,其干缩变形主要 发生在面板表面,变形差异主要反映在面板的长度 方向即顺坝坡方向上,所以垫层对面板的切向约束 是主要约束,此时接触面的变形主要呈现出切向剪 切错动变形及切向剪胀变形的特征。如果考虑到切 向剪胀变形相对较小,则与面板干缩变形相应的接 触面变形,主要呈现出由切向剪切错动变形所致的 "接触摩擦"变形特征。因此,上述的接触摩擦单元 理论,对于湿度荷载作用下的面板堆石坝面板与垫 层之间的接触问题,仍具有较好的有效性和适用性。

将接触摩擦单元视作各向同性体,在湿度单调 减小时,假设时间步为 t<sub>i</sub> 时接触摩擦单元内任一点 的湿度变化为 ΔU,则对于平面应变问题,由 ΔU 产 生的干缩应变为:

 $\{\boldsymbol{\varepsilon}_{s}^{\circ}\} = \{\varepsilon_{x}^{\circ}, \varepsilon_{y}^{\circ}, \gamma_{xy}^{\circ}\} = \omega_{c}(1+\mu)\Delta U[1,1,0]$  (2) 式中: $\{\boldsymbol{\varepsilon}_{s}^{\circ}\}$ 为干缩应变矢量; $\boldsymbol{\varepsilon}_{x}^{\circ}$ 为沿 x 轴方向的干 缩正应变; $\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{\circ}$ 为沿 y 轴方向的干缩正应变; $\gamma_{xy}^{\circ}$ 为 作用在正交于 x 轴平面上的沿 y 轴方向的干缩剪应 变; $\omega_{c}$  为收缩系数,可取面板混凝土的收缩系数; $\mu$ 为泊松比。

采用初应变法,将湿度变化  $\Delta U$  引起的应变  $\{\boldsymbol{\epsilon}_{s}^{o}\}$  视作初应变,则由 $\{\boldsymbol{\epsilon}_{s}^{o}\}$ 产生的等效节点荷载为:

 $\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{S}} = \int [\boldsymbol{B}]^{T} [\boldsymbol{D}] \{\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{0}}_{\boldsymbol{S}}\} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y_{\boldsymbol{0}}$ 

式中, $F_{s}^{e}$ 为由 $\{\varepsilon_{s}^{o}\}$ 产生的单元等效节点荷载矢量; [**B**]为单元应变矩阵,[**D**]为单元弹性矩阵。

根据式(1),考虑湿度变化作用时,接触摩擦单 元的等效单元刚度-约束方程可表示为<sup>[7]</sup>:

$$\begin{pmatrix} 0 & (\mathbf{S}\mathbf{C}')^T \\ \mathbf{S}\mathbf{C}' & \mathbf{R}^T \mathbf{S}\mathbf{R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \boldsymbol{\alpha} \\ \Delta \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta F \\ \mathbf{S}a^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_s^e - (\mathbf{S}\mathbf{C}'')^T \Delta \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{S}a^* - (\mathbf{I} - \mathbf{R}^T) \mathbf{S}\mathbf{R}\Delta \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}^{\circ}$$
(4)

则考虑湿度变化作用时,接触摩擦单元的等效 刚度-约束矩阵K。及等效荷载向量fs分别为:

$$\boldsymbol{K}_{e} = \begin{pmatrix} 0 & (\boldsymbol{S}\boldsymbol{C}')^{T} \\ \boldsymbol{S}\boldsymbol{C}' & \boldsymbol{R}^{T}\boldsymbol{S}\boldsymbol{R} \end{pmatrix}, f_{cS} = \begin{cases} \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{S}}^{e} - (\boldsymbol{S}\boldsymbol{C}'')^{T} \Delta \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{S}\boldsymbol{a}^{*} - (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{R}^{T}) \boldsymbol{S}\boldsymbol{R} \Delta \boldsymbol{\sigma} \end{cases}$$
(5)

式(5)所表示的接触摩擦单元的等效刚度-约束 矩阵 K。及等效荷载向量 f。,可按标准的有限元集 成规则迭加到整体干缩应力计算的总刚度矩阵和总 荷载向量中。接触摩擦单元干缩应力的计算过程仍 可按上述的迭代方法进行,只是采用时间步来替代 荷载步即可。

# 2 算 例

为便于与文献[9]所给解析法的计算结果进行 比较,不妨以图1所示的岩石基础上2个叠放在一 起的混凝土梁之间接触面的干缩应力问题为例进行 分析。上梁(梁1)高0.50m,下梁(梁2)高1.0m, 梁1、2长度均为10m。设梁1初始均匀相对湿度 为30%,梁2初始均匀相对湿度为0。试分析在梁1 持续干缩1年的情况下,梁1、梁2接触面上干缩应 力的分布情况。



图 1 2 个叠放梁的几何模型

Fig. 1 Geometric model of two stacked beams

笔者分别按不考虑接触面、两梁胶结一体弹性 变形及按本文计算模型考虑接触面且接触摩擦角分 别为 40°,50°和 60°时,进行了两梁交界面上干缩应 力的计算。另外,还按文献[9]关于干缩应力的解析 计算公式,对两梁接触面上的水平干缩正应力进行 了计算。计算中梁 1、2 选用相同的材料参数:密度 为 24 kN/m<sup>3</sup>,弹性模量为 2 104 MPa,泊松比为 0.167,湿度扩散系数为 5×10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/h,表面湿度交 换系数为 2×10<sup>-4</sup> m/h,收缩系数为 3.5×10<sup>-4</sup>。

图 2 给出了按两梁一体弹性变形及按本文方法 且接触摩擦角分别为 40°,50°和 60°时,两梁接触面 平均干缩水平正应力分布的计算结果,同时还给出 了相应的解析法计算结果。





Fig. 2 Distribution of horizontal normal shrinkage stress on interface by different calculation methods

从图 2 可以看出,接触摩擦引起的两梁接触面 上的干缩水平正应力以中点最大,两端为 0,基本呈 线性分布;接触面的干缩应力与接触摩擦角有关,接 触摩擦角越大,相应接触面中点的干缩水平正应力 的最大值越大。接触摩擦角为 50°时的计算结果,与 采用解析法对接触面上平均干缩应力的计算结果几 乎重合,说明用本文方法对接触面干缩应力的计算, 可以获得良好的计算精度。同时还可以看出,虽然 考虑接触面导湿特性时所计算得到的接触面节点相 对湿度,较不考虑接触面导湿特性时所计算得到的 方点相对湿度小,但按两梁胶结一体弹性变形进行 干缩应力计算时,接触面实质上发生的是连续的弹 性变形,因此计算得到的干缩应力值要远大于按接 触摩擦所得到的干缩应力值,而且也远大于按解析 法所得到的干缩应力值。由此说明,接触面的存在 对干缩应力具有明显的削减作用,不考虑接触面的 接触摩擦效应,将使干缩应力计算结果过大。

# 3 施工期混凝土面板干缩应力分析

公伯峡水电站混凝土面板堆石坝最大坝高 139 m,坝顶全长 429 m,坝顶宽 10 m,上游坝坡坡比为 1:1.4,下游局部坝坡坡比为 1:1.5~1:1.4,综 合坝坡坡比为 1:1.81。钢筋混凝土面板顶端厚 0.3 m,底部最大计算厚度为 0.76 m。面板按坝体 应力变形计算结果设置竖向缝,受拉区竖缝间距 6 m,受压区竖缝间距 12 m。沿高程方向不设缝。这 样,大坝混凝土面板共分为 38 块,最大单块长度为 219 m。面板混凝土标号为 C25,面板内配置一层双 向钢筋。按照施工进度安排,面板混凝土浇筑施工 时段选定为 2004-04-01~06-30,8 月中旬水库开始 蓄水,9月初发电<sup>[10]</sup>。面板混凝土施工采用分序跳 仓、单块一次性滑模浇筑的施工方法,滑模的平均滑 升速度为1.5 m/h。

#### 3.1 气象资料

公伯峡坝址区空气湿度等气象资料采用坝址下 游的循化县气象站统计资料,统计年限为15年(即 1981~1995年)。其中,坝址区多年平均各月空气 相对湿度见表1,年平均相对湿度为54%。

#### 3.2 计算参数

由于缺乏公伯峡电站面板及趾板混凝土湿度和

干缩物理力学参数的试验结果,因此湿度场及干缩 应力计算时,相应参数值选用有关文献中建议的混 凝土板参数平均值<sup>[9]</sup>;在选用坝体垫层料、过渡料及 堆石料和基岩的相应参数值时,结合公伯峡电站所 用材料的具体情况,经分析后予以选取。其中,面板 混凝土弹性模量 *E*(*τ*)与龄期的关系表达式为:

 $E(\tau) = 3.322(1-0.536e^{-0.1485\tau}) \times 10^{-4}$ 。(6) 坝体材料湿度及干缩物理力学参数的选取结果 见表 2。

%

#### 表 1 坝址区多年平均各月空气相对湿度

Table 1 Average relative humidity of air in multi-annual each month of dam toe

月份 Month	平均相对湿度 Average relative humidity	月份 Month	平均相对湿度 Average relative humidity	月份 Month	平均相对湿度 Average relative humidity
1	45	6	59	11	53
2	44	7	65	12	52
3	44	8	62		
4	46	9	63	全年 Whole year	54
5	54	10	59	whole year	

#### 表 2 坝体材料湿度及干缩物理力学参数表

Table 2 Humidity and shrinkage physical parameter of dam material

材料 Material	容重(y)/ (kg・m <sup>-3</sup> ) Bulk density	湿度扩散系数(k)/ (m <sup>2</sup> • h <sup>-1</sup> ) Humidity diffusion coefficient	表面湿度交 换系数(β <sub>l</sub> )/ (m <sup>2</sup> • h <sup>-1</sup> ) Humidity exchange coefficient on surface	收缩系数(ω <sub>c</sub> ) Contraction coefficient	弹性模量 (E)/MPa Elastic modulus	泊松比(μ) Poisson ratio
面板、趾板混凝土 Concrete of face slab and toe slab	2 397	$5.00 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-4}$	0.000 35	见式(6) See eq.(6)	0.17
垫层料、过渡料 Cushion material, transition material	2 150	2.33×10 <sup>-4</sup>	$2 \times 10^{-3}$	0.001	182	0.30
堆石料 rockfill material	2 200	$2.33 \times 10^{-4}$	$2 \times 10^{-3}$	0.001	235	0.30
基岩 Bedrock	2 450	$2.33 \times 10^{-4}$	$2 \times 10^{-3}$	0.000 2	10 000	0.25

### 3.3 计算方法及有限元网格剖分

由于每块面板是独立且一次性连续浇筑的,而 且相邻块之间的浇筑时间相差 14 d 左右<sup>[10]</sup>,故相邻 面板块之间湿度场的相互影响很小,基本可以忽略 不计;同时,由于面板沿坝轴线方向分缝而呈平面受 力状态,所以相邻面板块之间干缩应力的相互影响 也很小。因此,选取大坝最大剖面(标准剖面),按平 面问题进行面板湿度场和干缩应力的非线性有限元 分析是可行的。为此,本研究采用 4 节点等参元对 大坝标准剖面进行网格剖分。为了保证面板单元的 计算精度,将面板分为 3 层且按照使单元各边大致 正交的原则,进行面板单元的剖分。面板下游的垫 层及过渡层,按照网格从密到疏的原则逐步渐变。 同时,在趾板下部的岩石地基中,将网格适当加密。 在面板与垫层之间,按照点-面接触关系设置了一系 列接触摩擦单元。

#### 3.4 施工期混凝土面板湿度场分析

根据公伯峡水电站混凝土面板施工方案,拟定施工期混凝土面板湿度场的计算工况为:面板表面 采用稻草席洒水养护。因此,取表面等效湿度交换 系数  $\beta_1 = 3 \times 10^{-5}$  m/h。大坝最大剖面面板湿度场 的计算结果见图 3 和图 4。

图 3 反映了施工期面板表面不同高程处的节点 湿度随时间的变化过程。从图 3 可以看出,施工期 面板表面各节点的湿度仍呈持续减小趋势。但由于 采取了养护措施,因此面板表面各节点在施工初期 呈现出相对缓慢且匀速的变化规律。同时还可以看 出,在整个施工期,面板表面各节点的湿度降幅产生 了较大差异。其中,施工期终了时面板表面底部节 点的湿度约为 5.1%,湿度降幅约为 32%;顶部节点 的湿度约为 4.8%,湿度降幅约为 36%。图 4 反映 了施工期面板中心不同高程处的节点湿度随时间的 变化过程。从图 4 可以看出,施工期面板中心各节 点的湿度变化规律与面板表面各节点的湿度变化规



surface during construction period

3.5 施工期混凝土面板干缩应力的分析

根据上述施工期面板湿度场的分析结果,不论 是在面板表面还是面板中心,湿度均呈逐渐降低趋势。因此,干缩应力的分析,应将重点放在施工期初





图 5 反映了浇筑结束时面板表面及中心最大干 缩主应力的分布情况。此时面板表面的干缩主应力 与面板中心干缩主应力的分布规律基本相似,干缩 主应力最大值均发生在约 2/3 坝高处。其中,面板 表面的最大干缩主应力为 0.18 MPa,面板中心的最 大干缩主应力为 0.13 MPa。图 6 反映了水库蓄水 前面板表面及面板中心最大干缩主应力的分布情 况。从图 6 可以看出,此时面板表面的干缩主应力 及面板中心干缩主应力的分布规律仍基本相似,但 与面板浇筑结束时相比,面板表面及面板中心的干 缩主应力最大值均明显上移,且明显增大。其中,面 板表面的最大干缩主应力为 0.42 MPa,中心的最大 律具有明显差异,呈现先缓后快的变化特点。施工 期终了时,面板中心底部节点的湿度约为7.1%,降 幅约为5.3%;顶部节点的湿度约为6.6%,降幅约 为12%。



center during construction period

始和终了时(蓄水前)面板干缩应力分布规律的分析 上。与上述湿度场计算工况对应的面板干缩应力的 计算结果见图 5 和图 6。





Fig. 6 Distribution of surface and center maximum shrinkage principle stress of face slab befor impounding

干缩主应力为 0.20 MPa。

# 4 结 语

本文根据一般外荷载作用下的接触摩擦单元理 论,建立了面板堆石坝混凝土面板与垫层之间接触 面干缩应力的有限元计算模型。算例结果表明,应 用该模型可以获得较为准确合理的接触面干缩应力 的计算结果。基于该模型,本研究结合工程实例,对 施工期混凝土面板的干缩应力进行了分析计算。结 果表明,面板混凝土浇筑结束时及蓄水前,面板表面 和面板中心的干缩主应力均为拉应力,且表面各点 的干缩主应力大于中心各点的干缩主应力;蓄水前 面板干缩主应力的峰值较浇筑结束时明显增大。尽 管计算得到的干缩主应力最大值相对较小,但考虑 到干缩应力与温度应力有叠加的可能<sup>[11-12]</sup>,因此对 施工期混凝土面板的干缩应力仍必须予以足够重 视。

## [参考文献]

[1] 麦家煊,孙立勋.西北口堆石坝面板裂缝成因的研究[J].水利 水电技术,1999,30(5):32-34.

Mai J X, Sun L X. Research on causes of fractures of concrete plates faced on Xibeikou rock-fill dam [J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 1999, 30(5): 32-34. (in Chinese)

- [2] 罗先启,刘德富,黄 峄.西北口面板堆石坝面板裂缝成因分析
   [J].人民长江,1996,27(9):32-34.
   Luo X Q,Liu D F,Huang D. Analysis on causes of fractures of concrete plates faced on Xibeikou rock-fill dam[J]. Yangtze River,1996,27(9):32-34. (in Chinese)
- [3] 杨德福,马锋玲,何树祥,等. 混凝土面板温度收缩应力及相关 参数分析 [J]. 实验研究,2002,30(7):59-69.
  Yang D F, Ma F L, He S X, et al. Analysis on the temperature shrinkage stresses and their relative parameters of concrete face slab [J]. Water Power,2002,30(7):59-69. (in Chinese)
- [4] 王瑞骏,李九红,王党在. 堆石坝混凝土面板湿度场及干缩应力研究[J]. 水力发电学报,2004,23(6):53-57.
  Wang R J,Li J H,Wang D Z,et al. Research on humidity field and dry contraction stresses of concrete slabs of rockfill dam [J]. Journal of Hydroelectric Engineering,2004,23(6):53-57. (in Chinese)
- [5] 张国新,彭 静.考虑摩擦约束时面板温度应力的有限元分析 [J].水利学报,2001,42(11):75-79.

Zhang G X, Peng J. Finite element analysis for thermal stress of concrete slabs with friction constraint [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2001, 42(11):75-79. (in Chinese)

- [6] 雷晓燕, Swoboda G, 杜庆华. 接触摩擦单元的理论及其应用
  [J]. 岩土工程学报, 1994, 16(3):23-32.
  Lei X Y, Swoboda G, Du Q H. Theory and application of contact-friction interface element [J]. Chinese Jounal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(3):23-32. (in Chinese)
- [7] 王瑞骏,李章浩,陈尧隆. 混凝土面板干缩应力计算的接触面模型研究[J].西北农林科技大学学报:自然科学版,2005, 33(9):141-145.

Wang R J, Li Z H, Chen Y L. Research on model of interface in the calculation of Shrinkage stress of concrete slabs [J]. Journal of Northwest Sci-Tech University of Agriculture and Forestry: Nat Sci Ed, 2005, 33(9):141-145. (in Chinese)

- [8] 雷晓燕.大位移接触摩擦单元在工程设计中的应用[J].华东 交通大学学报,1994,11(1):1-10. Lei X Y. Application of large scale contact friction interface element in engineering design [J]. Journal of East China Jiaotong University, 1994,11(1):1-10. (in Chinese)
- [9] 朱伯芳,王同生.水工混凝土结构的温度应力与温度控制[M]. 北京:水利电力出版社,1976:373-383.
   Zhu B F, Wang T S. The temperature stress and temperature control of hydraulic concrete structure [M]. Beijing: Water Power Press,1976:373-383. (in Chinese)
- [10] 国家电力公司西北勘测设计研究院.黄河公伯峡水电站工程混 凝土面板堆石坝设计说明 [R].西安:国家电力公司西北勘测 设计研究院,2001.

Northwest Institute of Survey and Design of Hydropower Engineering. Design notes of Yellow River Gongboxia hydropower project CFRD [R]. Xi'an: Northwest Institute of Survey and Design of Hydropower Engineering, 2001. (in Chinese)

- [11] Cooke J B. The CFRD 1899-1999 [J]. Hydropower & Dams, 1999,6(6):66-68.
- [12] Cooke J B. Development in high concrete face rockfill dams[J]. Hydropower & Dams, 1997, 4(4):69-73.