

基于 Lyapunov 指数的树木年轮时间 序列混沌特征分析

王经民, 柳建军, 刘迎洲, 赵 斌

(西北农林科技大学 理学院, 陕西 杨凌 712100)

【摘 要】 【目的】对陕西关中地区 5~6 月的降水趋势性进行预测,为揭示关中地区气候演变过程的动态特征提供理论依据。【方法】采用传统 Lyapunov 指数与非线性局部 Lyapunov 指数,对关中地区 1544~1989 年共 446 年的 5~6 月降水量代用资料——树木年轮代用资料时间序列非线性动力系统的动力学特征进行分析。【结果】树木年轮代用资料时间序列具有混沌特征,非线性局部 Lyapunov 指数随时间增加单调减少,相对误差随预报时间的增加而单调增大。【结论】树木年轮代用资料可用于关中地区 5~6 月降水的趋势性预测。

【关键词】 树木年轮; 关中地区降水; 动力系统; Lyapunov 指数; 非线性局部 Lyapunov 指数

【中图分类号】 S11+7

【文献标识码】 A

【文章编号】 1671-9387(2008)08-0132-05

Dynamical character of weather evolutionary process on index of Lyapunov for tree growth-ring

WANG Jing-min, LIU Jian-jun, LIU Ying-zhou, ZHAO Bin

(College of Science, Northwest A&F University, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: 【Objective】 Rainfall trend for 5—6th month in Guanzhong area was forecasted to provide theoretic basis to explore dynamic character of climate evolvement process in Guanzhong area. 【Method】 Rainfall for 5—6th month in Guanzhong area proxy data from year 1544 to 1989(all 446 years) the tree growth-ring proxy data, that is a non-linear dynamical system, are employed to analyze the dynamical character on the classical and nonlinear local index of Lyapunov. 【Result】 The results show that the time serial of tree growth-ring is chaotic. The nonlinear local index of Lyapunov increases with time. The increasing ratio of nonlinear function decreases with increasing of first error on time. 【Conclusion】 There is a trend forecast of rainfall for 5—6th month in Guanzhong area.

Key words: tree growth-ring; rainfall in Guanzhong area; dynamical character; classical index of Lyapunov; nonlinear local index of Lyapunov

气候的演变过程一直是人们关心的重要研究领域之一,近年来,许多学者应用近代技术对气候的演变进行了多方位的研究^[1-12]。气候随时间的演变是一个非常复杂的过程,影响因素很多,既有大气层内的,也有来自太阳和月亮的。由于观察资料的缺乏,

人们对中国西部过去气候演变过程的研究尚不深入。1995 年世界气候研究计划中的 CLIVAR 计划要求研究过去 100~1 000 年内年际间高分辨率的气候变化及对未来影响的可预测性,该计划将树木年轮列为重要的研究手段之一。近年来,国内利用

* [收稿日期] 2007-09-03

[基金项目] 国家自然科学基金项目(40171093)

[作者简介] 王经民(1960—),男,陕西蒲城人,教授,主要从事非线性系统研究。

[通讯作者] 柳建军(1982—),男,甘肃庄浪人,助教,主要从事水文动态研究。

树木年轮代用资料研究过去气候的演变取得了较大进展^[6-15]。气候演变过程实际上是为一个典型的非线性动力系统,所观测到的数据或代用资料是各种因素共同作用的结果。非线性动力系统中包含规则成分和非规则成分,规则成分如周期成分等,非规则成分如随机成分或混沌成分等。作者曾利用小波分解的方法对关中地区气候演变过程的树木年轮代用资料进行了分解,规则的低频成分 a1 的方差贡献率为 55.9%,非规则的高频成分 d1 的方差贡献率为 44.1%^[9]。非规则高频成分蕴含着丰富的动力学特征。因此,刻画气候演变过程的动力学特征就显得非常重要。王经民等^[5]用分形理论研究了树木年轮代用资料时间序列非线性动力系统的动力学特征。Lyapunov 指数是研究非线性系统的一个重要量化指标,而目前尚未见将 Lyapunov 指数用于树木年轮代用资料的研究报道。本文利用树木年轮代用资料^[16],研究了陕西关中地区 1544~1989 年共 446 年的 5~6 月降水时间序列 Lyapunov 指数、非线性局部 Lyapunov 指数和序列的可预报性,以期揭示陕西关中地区过去气候变化过程的动态特征提供理论依据。

1 材料与方法

本研究的树木年轮资料来源于文献^[16]的树木年轮差值年表(RES)。树木年轮资料综合反映了该地区温度和湿度的逐年变化情况,尤其是干旱半干旱区,在不是很寒冷的环境中,湿度对树木生长起着更为重要的作用^[17]。该树木年轮时间序列与当地每年的 5~6 月降水量密切相关。对树木年轮序列进行标准化处理后,得到的树轮差值年表保留了更多的高频震荡信息,而高频震荡信息更能反映气候演变过程的不同信息^[11]。在非线性动力系统中,非规则成分包含在高频信息中。因此,利用代用资料树木年轮差值年表^[16],对过去关中地区气候演变过程的动力学特征进行分析是可行的。

1.1 传统 Lyapunov 指数

传统 Lyapunov 指数是描述动力系统对初值敏感性的一个量化指标,正 Lyapunov 指数代表系统演化过程发散,从而导致混沌;最大 Lyapunov 指数表示初始扰动在最快速发展方向上的平均发展率,不依赖于初值,描述的是吸引子的全局特征。王经民^[12]的研究表明,系统不仅有 150 年(甚至 300 年)、80 年左右的周期性,而且还有 40 年、15 年、10 年左右的周期性以及 5~6 年的周期性,且周期嵌套

复杂。因此,对系统的全局性特征进行描述很有必要。

对于时间序列 $\{x_i\}$,Rosenstein 方法计算最大 Lyapunov 指数的步骤是:

(1)选择适当的重构维数 m 和时间延迟参数 τ ,重构 m 维相空间 $X_i = [x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}]$ 。本文取 $m=3$,时间延迟参数 $\tau=9$ ^[5]。

(2)计算相空间中每一点 X_j 的最邻近点 $X_j^\wedge$,这里 $|j-j^\wedge| > p$ 。式中: p 是时间序列的平均周期。参考文献^[12]的方法,本文通过计算方差贡献权重得 $p=8$ 。

(3)计算距离 $d_j(i) = \|X_{j+1} - X_{j+1}^\wedge\|, i=1, 2, \dots, k$,其中 k 为常数。最大 Lyapunov 指数 λ 对此距离的发散或收敛起主要作用, $d_j(i) \approx c_j \exp(\lambda i \Delta t)$,式中 $c_j = d_j(0) = \|X_j - X_j^\wedge\|$, Δt 表示时间间隔。

(4)计算 $\frac{1}{\Delta t} \langle \ln d_j(i) \rangle \approx \lambda i + \frac{1}{\Delta t} \langle \ln(c_j) \rangle$,其中 $\langle \cdot \rangle$ 表示对数 $\ln$ 对 j 的平均值,由此可知最大 Lyapunov 指数 λ 是直线 $\frac{1}{\Delta t} \langle \ln d_j(i) \rangle - i$ 的斜率, i 表示序列的下标。

Rosenstein 方法对重构维数、时滞及噪声水平有一定的鲁棒性。

1.2 非线性局部 Lyapunov 指数

最近,在大气系统演变研究中,陈宝花等^[1]对传统 Lyapunov 指数作了改进,引进了非线性局部 Lyapunov 指数的概念,给出了传统 Lyapunov 指数与非线性局部 Lyapunov 指数的区别,并指出了非线性局部 Lyapunov 指数在大气系统演变过程中保持了系统演化动力性质的一致性。由于树木年轮所表示的降水时间序列周期嵌套非常复杂,所以在研究系统的全局性质时,不仅要研究系统局部动力性质的一致性,也要考虑其相近性。

对于离散时间序列 $\{x_i\}$,非线性局部 Lyapunov 指数计算方法如下:

(1)对 $t_0=1$,以 $x(t_0)$ 为基准点,在 t_0 的前后 k (本文取 $k=5$,因为年轮序列具有 5~6 年周期性)点范围内筛选与其距离最小的点 $x'(t_0)$ 作为基准点的最小初始误差,以尽可能地保持两状态动力性质的一致性(或相近性)。记其距离为:

$$L(t) = |x'(t_0) - x(t_0)|。$$

这是非线性局部 Lyapunov 指数与传统 Lyapunov 指数的重大区别之一。

(2)取演变步长为 T ,经过 T 基点 $x(t_0)$ 沿轨道演变成 $x(t_0+T)$,而 $x'(t_0)$ 则演变为 $x'(t_0+T)$,得新距离:

$$L'(t_0+T)=|x'(t_0+T)-x(t_0+T)|。$$

$x(t_0)$ 的初始误差在步长 T 内的平均增长率为:

$$\lambda_{T1}=\frac{1}{T}\ln\frac{L'(t_0+T)}{L(t_0)}。$$

(3)以 $x(t_0+j)$ 为基准点重复(1)和(2),得到指数增长率 λ_{Tj} , j 继续到 $\{x_i\}$ 的终点。

(4)取指数增长率 λ_{Tj} 的平均值,作为步长为 T 的非线性局部 Lyapunov 指数的近似估计值,有:

$$\lambda(T)=\frac{1}{T}\sum_{j=1}^N\lambda_{Tj}。$$

(5) $T=T+1$,重复过程(1)~(4),得到 $\lambda(T)$ 与演化步长 T 的关系式。

(6)计算初始相对误差经过 T 的平均增长:

$$\text{Err}=\lambda(T)\times T=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^N\ln\frac{L'(t_j)}{L(t_0)}。$$

通过考察初始相对误差平均增长(后简称初始误差)Err(或其对数值 $\ln(\text{Err})$)是否达到饱和,来判断最大预报时间的长短。

表 1 陕西关中地区树木年轮代用资料时间序列的线性加权预测值
Table 1 Predicting value table of time serial for tree growth-ring proxy data

时间序列长度/年 Time serial length	预测值 Predicting value									
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
446	1.486 6	1.142 2	0.889 7	0.731 3	1.512 4	0.851 0	1.080 7	0.600 5	0.712 6	1.378 6
346	1.506 3	1.152 8	0.881 7	0.718 8	1.523 4	0.846 7	1.038 1	0.563 7	0.826 1	1.288 9
246	1.523 4	1.164 4	0.712 2	0.698 2	1.472 8	0.779 1	0.973 9	0.593 9	0.837 2	1.392 7

时间序列长度/年 Time serial length	预测值 Predicting value									
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
446	0.622 3	1.178 6	1.190 0	0.423 4	1.273 8	1.040 8	1.036 0	0.543 8	1.032 2	0.609 6
346	0.633 5	1.242 4	1.201 3	0.415 6	1.222 5	0.993 7	1.020 6	0.566 8	1.032 1	—
246	0.704 2	1.295 2	1.159 9	0.497 9	1.169 9	—	—	—	—	—

表 1 为由长度 446,346,246 年时间序列得到的后 20,19,15 年的预测值。从表 1 可以看出,3 种长度时间序列的预测值在相同时段内是不同的,但基本走势相似,可以用于关中地区 5~6 月份降水趋势性的预测。

采用树木年轮代用资料计算关中 5~6 月降水时间序列(1544~1989 年共 446 年)的非线性局部 Lyapunov 指数,将时间序列也分 3 种:① 序列从 1544~1989 年共 446 年;② 序列从 1644~1989 年共 346 年;③ 序列从 1744~1989 年共 246 年,其非线性局部 Lyapunov 指数随时间演化的变化趋势见图 1。由图 1 可知,在 3 种时间序列长度下,几乎

2 结果与分析

本研究采用树木年轮代用资料计算关中 5~6 月降水时间序列(1544~1989 年共 446 年)的传统 Lyapunov 指数,首先将时间序列分为 3 种情形:① 序列从 1544~1989 年共 446 年;② 序列从 1644~1989 年共 346 年;③ 序列从 1744~1989 年共 246 年,其传统最大 Lyapunov 指数分别为 0.048 9,0.051 4,0.066 4。表明,树木年轮代用资料关中 5~6 月降水时间序列对初值比较敏感,具有混沌特征。

混沌时间序列在短期内可以预测,在长期内不可预测。最大预测时间尺度 A 与传统最大 Lyapunov 指数 λ 的关系为:

$$A=1/\lambda。$$

经计算可知,用长度为 446,346 和 246 年的时间序列资料可分别预测 20,19 和 246 年资料可预测 15 年。可见随着时间序列的变短,可预报的时间也在缩短,这可能与降水时间序列的大周期有关。根据线性加权方法^[18]可得 3 种时间序列的预测值如表 1 所示。

(除初始点外)所有时间段内的非线性局部 Lyapunov 指数非负,且随时间演化单调减少。表明初始误差随时间增加的同时,非线性作用的增长率随之减少。对于气候的变化,初试误差不可能达到无穷小。

图 2 为由树木年轮代用资料预测的关中 5~6 月降水时间序列(1544~1989 年共 446 年)非线性局部 Lyapunov 指数得到的初始误差 Err 的对数 $\ln$ 随时间的变化情况,也分 3 种情形。从图 2 可以看出,初始误差均随预报时间的增加单调增加。说明非线性作用对预测的影响随时间的增加而增大,初始误差饱和度体现微弱。

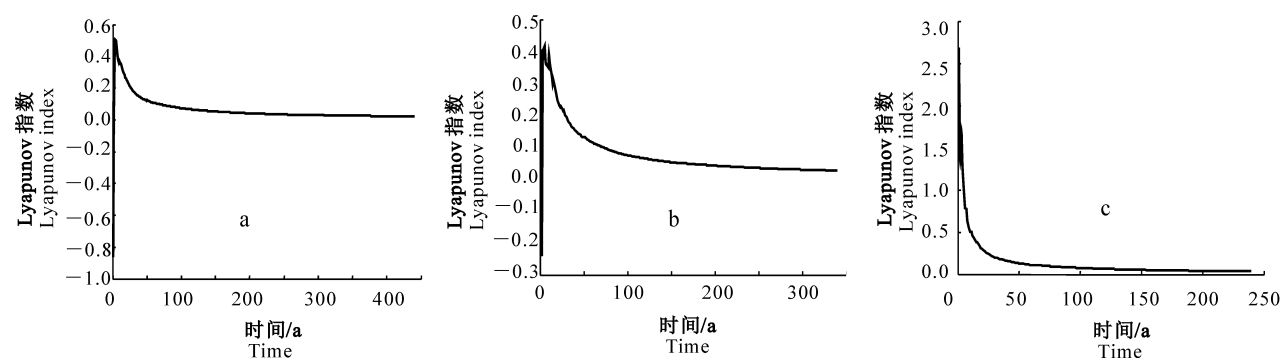


图 1 陕西关中地区树木年轮代用资料时间序列非线性局部 Lyapunov 指数随时间的演化趋势

a. 时间序列长度为 446 年; b. 时间序列长度为 346 年; c. 时间序列长度为 246 年

Fig. 1 Evolvement of nonlinear local Lyapunov index with time series for tree growth-ring

a. Length of the serial 446 a; b. Length of the serial 346 a; c. Length of the serial 246 a

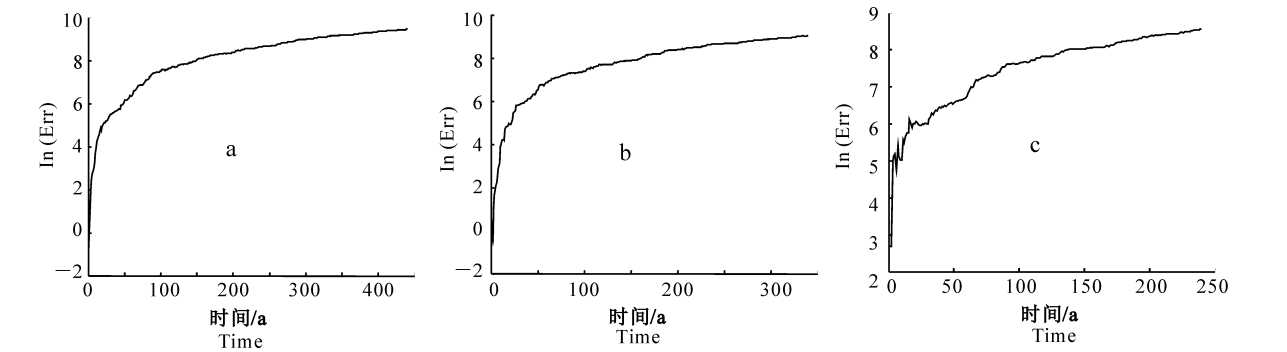


图 2 初始误差 $\ln(\text{Err})$ 随预报时间的非线性增长

a. 时间序列长度为 446 年; b. 时间序列长度为 346 年; c. 时间序列长度为 246 年

Fig. 2 Nonlinear rise of original error with predict time

a. Length of the serial 446 a; b. Length of the serial 346 a; c. Length of the serial 246 a

3 结 论

本研究对关中地区树木年轮代用资料非线性系统时间序列的动力系统特征进行了分析,得以如下结论:

1)446,346 和 246 年 3 种不同长度时间序列的传统 Lyapunov 指数分别为 0. 0489, 0. 051 4, 0. 066 0,说明关中地区 5~6 月降水代用资料(树木年轮代用资料)时间序列均是非线性系统的混沌时间序列,变化过程对初值较敏感,可进行预报的时间分别为 20,19 和 15 年。3 种长度时间序列预测值在相同时段内不同,但基本走势相似,可以用于关中地区 5~6 月降水趋势性的预测。

2)关中地区 5~6 月降水代用资料时间序列的非线性局部 Lyapunov 指数在 3 种长度下的序列随时间演化单调减少。

3)3 种不同长度时度序列的初始误差随预报时间的增加而单调增大。说明关中地区 5~6 月的降

水代用资料时间序列的非线性作用随预测时间的增加而增大。

[参考文献]

[1] 陈宝花,李建平,丁瑞强. 非线性局部 Lyapunov 指数与大气可预报性研究[J]. 中国科学:D,2006(11):1068-1076.
Chen B H, Li J P, Ding R Q. Nonlinear local Lyapunov index and forecasting for atmosphere[J]. Science in China Series D: Earth Sciences,2006(11):1068-1076. (in Chinese)

[2] 葛全胜,王顺兵,郑景云. 过去 5000 年中国气温变化序列重建[J]. 自然科学进展,2006(6):689-696.
Ge Q S, Wang S B, Zheng J Y. Temperature change serial re-establish for past 5000 years in Chinese[J]. Progress in Natural Science,2006(6):689-696. (in Chinese)

[3] 孙风华,袁 健,路 爽. 东北地区近百年气候变化及突变检测[J]. 气候与环境科学,2006(1):101-108.
Sun F H, Yuan J, Lu S. Temperature change and examining for the Recent 100-years Northeast area in China[J]. Climate and Environment Science,2006(1):101-108. (in Chinese)

[4] 石教智,陈晓宏,林汝颜. 东江流域降水时间序列的混沌特征分析[J]. 中山大学学报:自然科学版,2006(4):111-115.

- Shi J Z,Chen X H,Lin R Y. Chaotic characteristics of precipitation time series in the DONGJIANG river valley [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2006 (4): 111-115. (in Chinese)
- [5] 王经民,戴夏燕,柳建军. 树轮所标志的气候演变过程的动力学特征 [J]. *西北农林科技大学学报:自然科学版*, 2005, 33(12): 73-77.
- Wang J M,Dai X Y,Liu J J. Dynamic character of climatic evolutionary process for tree growth-ring [J]. *Journal of Northwest A&F university: Natural science Edition*, 2005, 33(12): 73-77. (in Chinese)
- [6] 邵雪梅,吴祥定. 利用树木年轮资料重建长白山过去气候变化 [J]. *第四纪研究*, 1997(1): 76-85.
- Shao X M, Wu X D. Reconstruction of climate change on Changbai mountain, northeast China using tree-ring data [J]. *Quaternary sciences*, 1997(1): 76-85. (in Chinese)
- [7] 邵雪梅,范金梅. 树轮宽度资料所指示的川西过去气候变化 [J]. *第四纪研究*, 1999(1): 81-89.
- Shao X M,Fan J M. Past climate on west Sichuan plateau as reconstructed from ring-widths of dragon spruce [J]. *Quaternary sciences*, 1999(1): 81-89. (in Chinese)
- [8] 刘禹,史江峰, Shishov V, 等. 以树轮晚材宽度重建公元 1726 年以来贺兰山北部 5~7 月降水量 [J]. *科学通报*, 2004, 49(3): 265-269.
- Liu Y, Shi J F, Shishov V, et al. Reconstruction of 5—7 month precipitation for 1726 a on Helan mountain using tree-ring late timber [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2004, 49(3): 265-269. (in Chinese)
- [9] 王经民,戴夏燕. 关中未来 5~6 月降水趋势预测 [J]. *西北林学院学报*, 2005, 20(4): 39-43.
- Wang J M,Dai X Y. Prediction trend of precipitation in the central Shaanxi from May to June [J]. *Journal of Northwest Forestry university* 2005, 20(4): 39-43. (in Chinese)
- [10] 李戈林,徐袁,钱维宏. 近 300 年来中国西部气候的干湿变化 [J]. *高原气象*, 2003, 22(4): 371-376.
- Li G L, Xu Y, Qian W H. Dry and wet climatic changes of western China in recent 300 years [J]. *Plateau Meteorology*, 2003, 22(4): 371-376. (in Chinese)
- [11] 严华生,万云霞,邓自旺,等. 用正交小波分析近百年来中国降水气候变化 [J]. *大气科学*, 2004, 28(1): 151-157.
- Yan H S,Wan Y X,Deng Z W, et al. Orthogonal Wavelet analysis of the variations of the recent 100-years precipitation in China [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences*, 2004, 28(1): 151-157. (in Chinese)
- [12] 王经民. 小波分析在树木气象学中的应用 [J]. *西北林学院学报*, 2004, 19(4): 24-27.
- Wang J M. Wavelet analysis applied in dendroclimatology [J]. *Journal of Northwest Forestry University*, 2004, 19(4): 24-27. (in Chinese)
- [13] 王经民. 不同分辨率空间上的杉木生长与太阳活动的关系 [J]. *水土保持通报*, 2004, 24(3): 21-23.
- WANG J M. Relationship between Chinese fir growth and solar activity at different resolving powers [J]. *Bulletin of Soil and Water Conservation*, 2004, 24(3): 21-23. (in Chinese)
- [14] 刘禹, Shishov V, 史江峰, 等. 内蒙古西部贺兰山和东部白音敖包未来 20 年降水趋势预测 [J]. *科学通报*, 2004, 49(3): 270-274.
- Liu Y, Shishov V, Shi J F, et al. Prediction trend of precipitation future 20a on Helan mountain west and Baiyin Aobao east in Inner Mongolia [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2004, 49(3): 270-274. (in Chinese)
- [15] 梁尔源,邵雪梅,黄磊,等. 中国中西部地区树木年轮对 20 世纪 20 年代干旱灾害的指示 [J]. *自然科学进展*, 2004, 14(4): 469-474.
- Liang E Y, Shao X M, Huang L, et al. Show of drought disaster 20s twenty century West area in China with tree-ring [J]. *Progress in Natural Science*, 2004, 14(4): 469-474. (in Chinese)
- [16] 邵雪梅,吴祥定. 华山树木年轮表的建立 [J]. *地理学报*, 1994, 49(2): 174-181.
- Shao X M, Wu X D. Tree-ring chronologies for pinus armandi franch from Huashan, China [J]. *Acta Geographica Sinica*, 1994, 49(2): 174-181. (in Chinese)
- [17] 吴祥定. 树木年轮与气候变化 [M]. 北京:气象出版社, 1990: 66-67.
- Wu X D. Tee-ring and climate [M]. Beijing, China Meteorological Press, 1990: 66-67. (in Chinese)
- [18] 梁勇,孟桥,陆佑人. Lyapunov 指数的算法改进与加权预测 [J]. *声学技术*, 2006, 25(5): 463-467.
- Liang Y, Meng Q, Lu J R. Improved calculation of lyapunov exponent and weighted prediction [J]. *Technical Acoustics*, 2006, 25(5): 463-467. (in Chinese)