

圆形断面均匀流水深的近似计算公式

赵延风, 芦 琴, 张宽地

(西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100)

【摘要】 【目的】针对目前圆形断面均匀流水深计算公式存在计算误差大、适用范围小的弊端,欲提出一种新的近似计算公式。【方法】对圆形断面均匀流方程进行数学变换,得到无量纲参数 k 值的表达式,并应用最佳逼近拟合原理对 k 值与无量纲水深 x 值进行优化拟合。【结果】得到了圆形断面均匀流水深的近似计算公式,误差分析及实例计算表明,该公式在工程常用范围内最大相对误差小于0.9%。【结论】与现有计算公式比较,该公式计算精度高,适用范围广,可以满足工程要求。

【关键词】 圆形断面;均匀流水深;近似计算

【中图分类号】 TV131.4

【文献标识码】 A

【文章编号】 1671-9387(2008)05-0225-04

An approximate formula for calculating water depth of uniform flow in circular cross section

ZHAO Yan-feng, LU Qin, ZHANG Kuan-di

(College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A & F University, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: 【Objective】 For present shortcoming of water depth of uniform flow in circular section, which is great calculating error and small application scope, this paper desired to get a new approximate formula. 【Method】 Through mathematic-exchange from the equation of uniform flow in circular section, this paper got expression of non-dimensional parameter k , moreover used principle of the best approximation to do optimization and approximation to k and non-dimensional water depth x , an approximate formula for calculating water depth of uniform flow in circular section was gained. 【Result】 Error analysis and application expresses that in the practical area of engineering, the maximum error of this formula was not greater than 0.9 percent. 【Conclusion】 Comparing with the previous formulas, this formula has higher calculating precision and can be widely used and satisfy the engineering requirement.

Key words: circular section; uniform flow; approximate calculation

圆形断面由于受力以及水流条件都比较好,因而广泛应用于水利水电、农田灌排、城市给排水等工程中。圆形断面的均匀流水深是水力计算中一个重要的水力要素,工程中经常用到且有较高的精度要求,但该函数为超越函数,无解析解。传统的求解方法主要有查图表或者试算法,这些方法既费时又费力,而且精度不高。近20年来,国内外学者对其他

断面形式的渠道尤其是梯形断面渠道的水力计算,已经提出了十分简捷的计算公式^[1-10],且广泛应用于生产实践中,解决了不少工程实际问题。但在圆形渠道水力计算方面,有的专家虽然提出了一些近似计算方法^[11-15],但还存在许多缺陷,不是精度不高就是适用范围受到限制,或者计算过程复杂,不能完全满足工程实践的要求。作者通过对圆形断面均匀

* [收稿日期] 2007-06-06

[基金项目] 国家“863”高新技术研究与发展计划项目(2002AA62Z3191);陕西省重大科技专项计划项目(2006-01)

[作者简介] 赵延风(1963—),男,陕西西安人,实验师,主要从事水资源及水力学研究。E-mail: yfz@nwsuaf.edu.cn

流方程进行数学变换,得到了一种计算精度高、适用范围广、形式较为简捷的均匀流水深近似计算公式,供工程设计人员参考。

1 圆形断面均匀流水深的基本方程

由明渠均匀流的方程^[16]可推出:

$$\left(\frac{nQ}{\sqrt{i}}\right)^{0.6} = \frac{A}{X^{0.4}}, \quad (1)$$

式中: n 为管道粗糙系数; Q 为输水流量, m^3/s ; i 为圆形渠道比降; A 为相应均匀流水深时的过水断面面积, m^2 ; X 为湿周, m 。

圆形断面的水力要素:

$$h = \frac{d}{2}(1 - \cos \frac{\theta}{2}), \quad (2)$$

$$A = \frac{d^2}{8}(\theta - \sin \theta), \quad (3)$$

$$X = \frac{1}{2}\theta \cdot d. \quad (4)$$

式中: h 为均匀流水深, m ; d 为圆形断面直径, m ; θ 为均匀流水深时所对应的圆心角, rad 。

将式(3)、(4)代入式(1)中,得圆形断面均匀流方程为:

$$\frac{2^{2.6}}{d^{1.6}} \left(\frac{nQ}{\sqrt{i}}\right)^{0.6} = \frac{\theta - \sin \theta}{\theta^{0.4}}. \quad (5)$$

2 圆形断面均匀流水深的近似公式

$$\text{设} \quad \frac{2^{2.6}}{d^{1.6}} \left(\frac{nQ}{\sqrt{i}}\right)^{0.6} = k, \quad (6)$$

$$x = \frac{h}{d}. \quad (7)$$

式中: k 为无量纲参数; x 为圆形断面无量纲均匀流水深。

关于 x 的取值范围,根据文献[10,17]以及工程实际的需要,其取值一般为 $[0.01, 0.80]$,相应的无量纲参数 k 的取值为 $[0.015\ 3, 2.971\ 5]$ 。因此在该范围内,通过对 $k \sim x$ 值数据的分析,提出无量纲均匀流水深近似等于有关 k 值的两个函数的乘积,即:

$$x = f_1(k) \times f_2(k). \quad (8)$$

根据最佳逼近拟合原理,经过对 $k \sim x$ 值的优化计算,以及考虑到实际计算方便,对 $f_1(k)$ 的系数 0.249 5 和 0.199 5 分别取为 0.25 和 0.20,得到无量纲均匀流水深的近似计算公式为:

$$x = \begin{cases} 0.25k^{0.77} \times 1.087^k, & k \in [0.015\ 3, 2.223\ 7], \\ 0.20k^{0.80} \times 1.187^k, & k \in [2.223\ 7, 2.971\ 5]. \end{cases} \quad (9)$$

3 计算公式精度评价

3.1 几种典型的计算公式描述

有关计算圆形断面均匀流水深的方法很多,但就其形式简单、适用范围广、计算精度高 3 方面考虑,有 4 种公式相对较好。这 4 种公式用参数 α 比较简捷,而本文公式用参数 k 比较简捷, α 与 k 的关系为 $k = \alpha^{0.6}$, $\alpha = \frac{2^{13/3}nQ}{\sqrt{i}d^{8/3}}$ 。下面就其适用范围和公式形式与本文公式作一比较:

1) 韩会玲公式^[11]:

$$x = 0.098\ 35\alpha + 0.191\ 6, \alpha \in [1.564\ 1, 6.142]; \quad (10)$$

2) 王正中公式^[12]:

$$x = \frac{\arccos(1 - \alpha/4)}{153}, \alpha \in [0.265, 6.142]; \quad (11)$$

3) 陈水倮公式^[13]:

$$x = \begin{cases} 0.271\alpha^{0.526}, & \alpha \in [0.550, 3.141\ 6], \\ 0.82 \times (0.159\alpha)^{0.781\ 18\alpha + 0.326\ 8}, & \alpha \in [3.141\ 6, 6.142]; \end{cases} \quad (12)$$

4) 文辉公式^[14]:

$$x = \begin{cases} 0.27\alpha^{0.485}, & \alpha \in [0.030, 1.477\ 2], \\ 0.098\alpha + 0.19, & \alpha \in [1.477\ 2, 6.142]. \end{cases} \quad (13)$$

将公式(10)、(11)、(12)和(13)中 α 的取值换算成 k 值,也可以比较公式的适用范围。经过换算,4 种公式和本文公式(9)中 k 值的右区间数值均为 2.971 5,而 k 值的左区间数值依次变小:韩会玲公式为 1.307 9,陈水倮公式为 0.698 6,王正中公式为 0.450 8,文辉公式为 0.122 0,本文公式为 0.015 3,因此本文公式适用范围最广。从公式的形式看,本文公式(9)的简捷程度与 4 种公式中较为简捷的计算公式相当。

3.2 公式误差的计算

根据文献[10,17],为保证无压管流水面以上的通气空间,无量纲均匀流水深 x 取值一般小于 0.80,当 x 小于 0.01 时,工程中计算均匀流水深已没有实际意义,因此本文的误差计算范围划定为 $x \in [0.01, 0.80]$ 。为了便于比较,还求出了韩会玲公式、陈水倮公式、王正中公式和文辉公式的相对误差,其结果见图 1。

图 1 中仅列出了无量纲水深的相对误差不大于 12% 的数值。由误差计算知道,在工程常用范围内,用本文公式计算圆形断面均匀流水深的最大相对误差小于 0.9%,韩会玲公式、陈水倮公式、王正中公

式和文辉公式的最大相对误差依次为 94.79%，43.76%，18.54%和 8.46%。

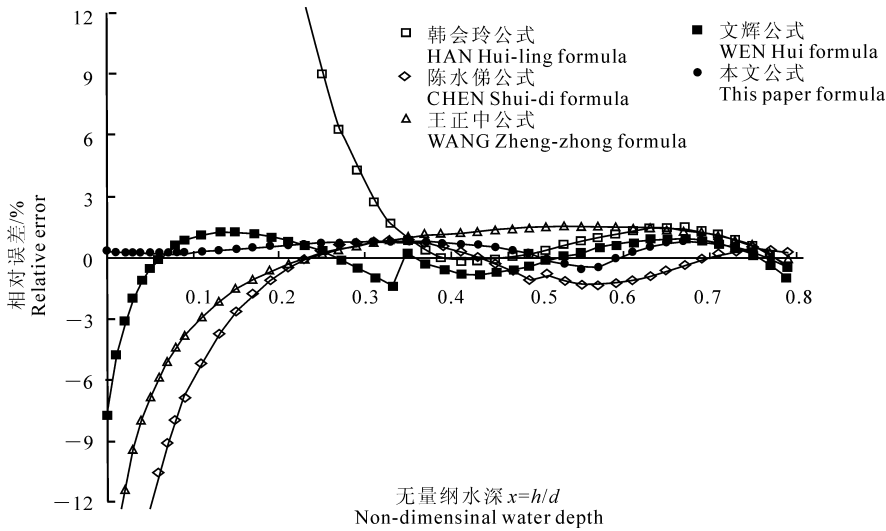


图 1 不同公式计算圆形断面均匀流水深相对误差分布图

Fig. 1 Calculating error of different formulas of water depth of uniform flow in circular section

为了评价各公式的优缺点,在无量纲水深 $x=h/d\in[0.01,0.80]$ 范围内,将公式的适用范围及其最大相对误差列于表 1。从表 1 可以看出,韩会玲公式适用范围最小,适用范围依次增大的顺序为陈水倮公式、王正中公式、文辉公式,本文公式适用范围最广;从适用范围内的最大相对误差来看,韩会玲公式、陈水倮公式、王正中公式和文辉公式最大相对误差相当,本文公式的相对误差最小。

表 1 圆形断面均匀流水深公式形式及其最大相对误差比较

Table 1 Comparing of the maximum error and formula form of circular section in uniform flow

公式名称 Formula	在 $x\in[0.01,0.80]$ 内的 最大相对误差/% Maximum error in $x\in[0.01,0.80]$	公式适用范围 Margin	在其适用范围内的 最大相对误差/% Maximum error in the margin of its formula
韩会玲公式 HAN Hui-ling formula	94.79	$x\in[0.34,0.80]$	1.65
陈水倮公式 CHEN Shui-di formula	-43.76	$x\in[0.20,0.80]$	-1.34
王正中公式 WANG Zheng-zhong formula	-18.54	$x\in[0.16,0.80]$	-1.52
文辉公式 WEN Hui formula	-8.46	$x\in[0.05,0.80]$	1.43
本文公式 Formula in this paper	-0.90	$x\in[0.01,0.80]$	-0.90

4 应用举例

某引水式电站输水隧洞为圆形断面,已知底坡 $i=0.001$,糙率 $n=0.015$,洞径 $d=3\text{ m}$,试确定设计流量 $Q=8.5\text{ m}^3/\text{s}$ 时的均匀流水深。

由式(6)可知: $k=\frac{2^{2.6}}{d^{1.6}}(\frac{nQ}{\sqrt{i}})^{0.6}=2.413\ 2$;
将式(9)代入式(7)知: $h=0.2k^{0.80}\times1.187^kd=1.836\ 1\text{ m}$ 。
用上述公式分别计算本例题,结果见表 2。

表 2 不同计算方法误差的比较

Table 2 Calculated results of the relative error of different methods

公式名称 Formula	k	均匀流水深/m Water depth	均匀流水深精确解/m Exact result of water depth	对误差/% Relative error
韩会玲公式 HAN Hui-ling formula	2.413 2	1.856 7	1.833 6	1.260
陈水倮公式 CHEN Shui-di formula	2.413 2	1.812 1	1.833 6	-1.172
王正中公式 WANG Zheng-zhong formula	2.413 2	1.860 8	1.833 6	1.482
文辉公式 WEN Hui formula	2.413 2	1.846 4	1.833 6	0.700
本文公式 Formula in this paper	2.413 2	1.836 1	1.833 6	0.136

由表 2 可以看出,用本文近似计算公式求解圆形断面的均匀流水深时,不仅求解过程简单,而且计算精度较高,能够满足工程实际需要。

5 结 语

针对现有的圆形断面均匀流水深求解公式存在适用范围小、精度低的两大缺陷,本文应用最佳逼近拟合原理,提出了圆形断面均匀流水深新的计算公式,并与现有的计算公式一起从适用范围、误差大小和简捷程度方面进行了综合评价。结果表明,本文公式在无压流圆形断面工程常用范围内均可适用,而且计算精度最高,在工程常用范围内水深的相对误差仅为 0.9%,公式简捷程度与其他几种计算公式中较为简捷的公式相当,完全能够满足工程需要,是目前计算圆形断面均匀流水深的最优公式。

[参考文献]

[1] 王正中,陈 涛,万 斌,等.明渠临界水深计算方法总论[J].西北农林科技大学学报:自然科学版,2006,34(1):155-161.
Wang Z Z,Chen T,Wan B,et al. Pandect for the calculating methods of the critical depth of opening channel in different typical cross sections[J]. Journal of Northwest Sci-Tech University of Agriculture and Forestry: Natural Science Edition, 2006,34(1):155-161. (in Chinese)

[2] 王正中,袁 骊,武成烈.再论梯形明渠临界水深算法[J].水利学报,1999(4):14-16.
Wang Z Z,Yuan S,Wu C L. A final inquiry on a formula for calculating critical depth of open channel with trapezoidal cross section[J]. Journal of Hydraulic Engineering,1999(4):14-16. (in Chinese)

[3] Wang Z Z. Formula for calculating critical depth of trapezoidal open channel[J]. J Hydr Engrg,1998,124(1):90-92.

[4] Prabhata K S,Wu S,Katopodis C. Formula for calculating critical depth of trapezoidal open channel[J]. J Hydr Engrg,1999,125(7):785-786.

[5] 郝树棠.梯形渠道临界水深的计算及探讨[J].水利学报,1994(8):48-52.
Hao S T. Calculation and discussion of critical depth for ladder-canal[J]. Journal of Hydraulic Engineering,1994(8):48-52. (in Chinese)

[6] 王正中,席跟战,宋松柏,等.梯形明渠正常水深直接计算公式[J].长江科学院院报,1998,15(6):1-3.
Wang Z Z,Xi G Z,Song S B,et al. A direct calculation formula for normal depth in open trapezoidal channel[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute,1998,15(6):1-3. (in Chinese)

[7] 肖睿书,闫利国,李习群.梯(矩)形给排水渠道水力计算探讨[J].给水排水,1994(6):36-40.

Xiao R S,Yan L G,Li X Q. Discussion about hydraulic calculation of trapezoidal (rectangular) section in water and wastewater channel [J]. Water &. Wastewater Engineering, 1994(6):36-40. (in Chinese)

[8] Srivastava ajesh. Exact solutions for normal depth problem [J]. Journal of Hydraulic Research,2006,44(3):427-428.

[9] Mohammed Abdul-Ilah Y. Computation of normal depth in open channels [J]. Engineering Journal of University of Qatar,1998,11:133-151.

[10] 王正中,陈 涛,万 斌,等.圆形断面临界水深的新计算公式[J].长江科学院院报,2004,21(2):1-2.
Wang Z Z,Chen T,Wan B,et al. A new approximate formula to critical depth of round section canal [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute,2004,21(2):1-2. (in Chinese)

[11] 韩会玲,孟庆芝.非满流圆管均匀流水力计算的近似数值解法[J].给水排水,1994(10):25-26.
Han H L,Meng Q Z. Approximate value solution in hydraulic calculation of uniform-flow in partly full circular pipe [J]. Water &. Wastewater Engineering,1994(10):25-26. (in Chinese)

[12] 王正中,冷畅俭,娄宗科.圆管均匀流水力计算近似公式[J].给水排水,1997(9):27-29.
Wang Z Z,Leng C J,Lou Z K. Approximate formulae for hydraulic calculation of uniform flow for pipes with circular section [J]. Water &. Wastewater Engineering,1997(9):27-29. (in Chinese)

[13] 陈水梯.排水管道纯公式水力计算[J].给水排水,1995(1):16-17.
Chen S D. Hydraulic calculation of sewer pipeline by formulae [J]. Water &. Wastewater Engineering,1995(1):16-17. (in Chinese)

[14] 文 辉,李风玲,黄寿生.圆管明渠均匀流的新近似计算公式[J].人民黄河,2006,28(2):67-68.
Wen H,Li F L,Huang S S. A new approximate formula to calculate round section canal in uniform flow [J]. Yellow River,2006,28(2):67-68. (in Chinese)

[15] 胡秀华,滕 凯,宋朝峰.圆形过水断面均匀流水力计算的简化法[J].东北水利水电,1999,177(4):28-29.
Hu X H,Teng K,Song C F. Simple method to calculate circular section in uniform flow [J]. Water Resource &. Hydro-power of Northeast China,1999,177(4):28-29. (in Chinese)

[16] 吴持恭.水力学[M].北京:高等教育出版社,1979.
Wu C G. Hydraulics [M]. Beijing: Higher Education Press, 1979. (in Chinese)

[17] 武汉水利电力学院.水力计算手册[M].北京:水利电力出版社,1983.
Wuhan Institute of Water Conservancy and Electric Power. Hydraulic calculation manual [M]. Beijing: Water Power Press,1983. (in Chinese)