

基于机会约束规划模型的灌溉管网不确定优化研究

付玉娟,蔡焕杰

(西北农林科技大学 教育部旱区农业水土工程重点实验室,陕西 杨凌 712100)

【摘 要】 【目的】弥补管网优化设计确定性模型虽然简化了计算,但忽略了一些不确定参数对优化结果影响的不足。【方法】将管段设计流量、节点最小工作水头和管道粗糙系数等参数作为随机变量,分别建立了基于随机模拟技术的重力和泵站加压两种输配水系统的机会约束规划模型;在随机模拟技术基础上,用列队竞争算法对该模型进行求解。【结果】工程实例验证表明,不确定参数对优化结果有显著影响,随着不确定参数变化范围的增加,系统的泵站扬程和投资费用也随之增加。【结论】研究建立的优化方法与工程实际情况更接近,弥补了确定性规划模型的不足。

【关键词】 输配水管网;优化设计;随机模拟;机会约束规划模型;列队竞争算法

【中图分类号】 S274.2 【文献标识码】 A 【文章编号】 1671-9387(2008)05-0219-06

Uncertain optimal design of irrigation pipe network with
chance-constrained programming

FU Yu-juan,CAI Huan-jie

(The Key Laboratory of Agricultural Soil and Water Engineering ,Northwest A&F University ,Yangling ,Shaanxi 712100,China)

Abstract: 【Objective】 The existing water distribution pipe net work determine optimal design model simplified the calculation,but left out the influence on optimal result of uncertain parameters. 【Method】 This paper took pipe flow,nodal required minimal water head and pipe roughness coefficient as stochastic, established pipe network chance-constrained programming models for optimal design of water distribution network by gravity pressure and pump station. Based on the stochastic simulation technique,line-up competition algorithm was applied for model solving. 【Result】 The result testified by case study showed that the uncertain variable had obvious influence on optimal result,and the wider variable range,the larger pump and cost. 【Conclusion】 This method is colser to reality and supplenments the shortage of the existing design model.

Key words: water distribution pipe network;optimal design;stochastic simulation;chance-constrained programming model;line-up competition algorithm

灌溉输配水系统的设计年限一般均比较长,但设计中对未来用水单位的数量和类型只能根据各方面因素进行预测,并不能进行精确的计算确定,所以该系统所需要的设计流量及压力水头是不确定的。

在设计中,系统的容量还受管道侵蚀、管道内沉积、管网布局、系统装置等的显著影响,这也是不确定的,目前的研究均将这些影响因素反映在管道粗糙系数的变化上^[1]。传统的规划设计为了建模的需

* 【收稿日期】 2007-06-04

【基金项目】 国家自然科学基金项目(50479051)

【作者简介】 付玉娟(1980—),女,陕西蒲城人,在读博士,主要从事管网优化研究。E-mail:fyj0249@sina.com

【通讯作者】 蔡焕杰(1962—),男,河北藁城人,教授,博士生导师,主要从事节水理论与技术研究。

要,均将这些参数取某一确定值^[2-3],而实际情况是其在设计年限内是变化的,而这些参数的选取直接影响着系统的优化设计结果^[1,4]。Xu 等^[5]通过管段失效的方法将需水量和压力水头的不确定性考虑进来;程小娟^[4]将需水量、粗糙系数等分别作为随机变量,用随机规划方法进行了输配水管网的优化设计,但没有同时将这些随机变量考虑到系统的优化计算中。

为了使灌溉管网输配水系统的规划设计与现实情况更接近,弥补确定性规划的不足,本文用随机模拟技术,将管段设计流量、工作压力水头、管道粗糙系数等不确定因素引入到灌溉管网的优化设计中,建立了树状管网的不确定规划模型,并用控制参数少、收敛速度快的进化算法——列队竞争算法^[6]进行模型求解。

1 随机模拟技术

随机模拟是随机系统建模中刻画抽样试验的一门技术,其主要依据概率分布对随机变量进行抽样。虽然模拟技术只给出统计估计而非精确结果,且应用其研究问题需花费大量的计算时间,但对那些无法得到解析结果的复杂问题来说,这种手段可能是惟一有效的方法^[7-10]。

随机模拟规划模型共有 3 种:期望值模型、机会约束规划模型和相关机会规划模型。根据本研究拟分析问题的特点,选用机会约束规划模型进行灌溉输配水管网的优化设计。机会约束规划模型主要是针对约束条件中含有随机变量,且必须在观测到随机变量实现之前作出决策的问题,其显著特点是随机约束条件至少以一定的水平成立^[8-10]。通过下面的例子说明机会约束规划^[7]:

假设 x 是一个决策向量, ζ 是一个随机向量, $f(x, \zeta)$ 是目标函数, $g_j(x, \zeta) \leq 0 (j=1, 2, \dots)$ 是随机约束函数。由于随机约束 $g_j(x, \zeta) \leq 0 (j=1, 2, \dots)$ 没有给出一个确定的可行集,一种方法就是希望约束以一定的置信水平 α 成立,即违反约束条件的概率小于 $1-\alpha$,这样就得到下面的机会约束:

$$pr\{g_j(x, \zeta) \leq 0, j=1, 2, \dots\} \geq \alpha. \quad (1)$$

在灌溉管网不确定性优化设计中,虽然管段设计流量、工作压力水头、管道粗糙系数等参数都是不确定的,但这些参数都是以某一个值为中心在一定的区间范围内变化的。因此,本文的模型是建立在以下假定基础上的:管段设计流量、各节点需要的最小工作水头以及管道粗糙系数都是独立变化的,且

变化服从正态分布。同时引入机会约束条件,即系统的目标函数和约束条件都是在一定的置信水平下成立的。

2 模型的建立

2.1 重力输配水管网优化设计模型

以管网投资最小为目标的重力灌溉输配水系统确定性优化设计的目标函数为:

$$\min F_{gra} = \sum_{i=1}^n l_i c_i(k). \quad (2)$$

式中: F_{gra} 为重力输配水管网系统确定性规划模型的优化目标函数; l_i 为管段 i 的长度, m; $c_i(k)$ 为管段 i 选用第 k 个标准管径对应的管材价格, 元/m; n 为系统管段数目。

约束条件:

$$1) \text{ 压力约束 } E_0 - E_i - \bar{h}_{fi}(1+\alpha) \geq E_{gi}, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

$$2) \text{ 管径约束 } D_i(k) > 0, \quad (4)$$

$$3) \text{ 流速约束 } 0.6 \leq V_i(k) \leq 3, \quad (5)$$

$$\text{又因 } V_i(k) = \frac{4Q_i}{\pi D_i(k)^2}, \quad (6)$$

$$\text{所以 } 0.6 \leq \frac{4Q_i}{\pi D_i(k)^2} \leq 3. \quad (7)$$

式中: E_0 为水源点高程, m; E_i 为管段 i 尾端节点高程, m; $\bar{h}_{fi}$ 为水流从水源到节点 i 所经路径的沿程水头损失, m; α 为管网局部水头损失系数; E_{gi} 为节点 i 需要的最小工作水头, m; n 为整个管网的节点数(不包含水源点); $D_i(k)$ 为管段 i 选取的第 k 个标准管的管径, mm; $V_i(k)$ 为节点 i 选取第 k 个标准管径时该管段的流速, m/h; Q_i 为管段 i 的设计流量, m^3/h 。

为了提高计算搜索效率,在求解前可根据流速约束计算各个管段的备选管径 D_i , 这样既减少了一个约束条件,又将解的搜索范围大幅缩小,提高了计算效率。

$$D_i \in [D_{imin}, D_{imax}], \quad (8)$$

$$D_{imax} = \sqrt{\frac{4Q_i}{0.6\pi}}, D_{imin} = \sqrt{\frac{4Q_i}{3\pi}}. \quad (9)$$

式中: D_i 为每个管段备选管径集; D_{imax} 和 D_{imin} 分别为各个管段可用管径的上限和下限。

综上所述,以各个管段所选管径对应的价格为变量,以管网投资最小为目标的优化设计模型如下:

$$\begin{aligned} \min F_{gra} &= \sum_{i=1}^n l_i c_i(k) \\ \text{st. } E_0 - E_i - \bar{h}_{fi}(1+\alpha) &\geq E_{gi}, i=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (10)$$

将管段设计流量、工作压力水头、管道粗糙系数等不确定参数引入到模型中,建立的重力输配水管网的机会约束规划模型如下:

$$\text{目标函数: } \min \bar{F}_{gra} = \sum_{i=1}^n l_i c_i(k). \quad (11)$$

约束条件:

1) 目标约束

根据机会约束规划理论,计算最小的 $\bar{F}_{gra}$, 使 $pr\{\sum_{i=1}^n l_i c_i(k) \leq \bar{F}_{gra}\} \geq \alpha$ 成立。即满足目标函数在保证置信水平 α 时所取的最小值,有:

$$pr\{\sum_{i=1}^n l_i c_i(k) \leq \bar{F}_{gra}\} \geq \alpha_g. \quad (12)$$

2) 节点压力约束

每个节点 i 最小工作水头的概率不小于 β :

$$pr\{E_0 - E_i - \bar{h}_{fi}(1+a) \geq \bar{E}_{gi}, i=1, 2, \dots, n\} \geq \beta_g. \quad (13)$$

式中: α_g 为决策者给定的目标函数成立的置信水平; $\bar{F}_{gra}$ 为重力输配水系统不确定规划的目标函数, 为随机变量; pr 为集函数的概率测度; β_g 为决策者预先给定满足节点压力约束的置信水平; $\bar{h}_{fi}$ 为节点 i 从水源到该节点的沿程水头损失, 因管道的粗糙系数为随机变量, 所以其也为随机变量; $\bar{E}_{gi}$ 为节点 i 需要的最小工作水头, 为随机变量。

2.2 泵站加压输配水系统优化模型

与重力加压输配水系统类似, 泵站加压输配水系统机会约束规划模型的目标函数为:

$$\min \bar{F}_{pump} = \left[\frac{e(1+e)^t}{(1+e)^t - 1} + p \right] \sum_{i=1}^n l_i c_i(k) + \frac{8.6 \times 10^4 b \sigma \bar{Q}_0 H}{\eta}. \quad (14)$$

式中: e 为年利率; t 为系统投资偿还年限; p 为系统年大修费率; σ 为电价, 元/(kW · h); b 为供水能量不均匀系数; $\bar{Q}_0$ 为不同置信水平下的水源流量, m³/h; η 为泵站效率; H 为系统优化选定的水泵扬程; 其他参数同前。

该函数以各个管段所选管材的价格为变量, 以折算的年投资运行管理费最低为目标。泵站扬程由下式确定

$$H = \min \bar{H}, \quad (15)$$

$$pr\{E_0 - E_i - \bar{h}_{fi}(1+a) - \bar{E}_{gi} \leq \bar{H} \quad i=1, 2, \dots, n\} \geq \alpha_p. \quad (16)$$

式中: H 为系统优化选定的水泵扬程; $\bar{H}$ 为不同置信水平下的水泵扬程; α_p 为决策者预先给定满足扬程条件的置信水平。

由上式求得泵站扬程, 模型中不用再考虑节点压力约束条件。

约束条件:

1) 目标约束

$$pr\left\{\left[\frac{e(1+e)^t}{(1+e)^t - 1} + p\right] \sum_{i=1}^n l_i c_i(k) + \frac{8.6 \times 10^4 b \sigma \bar{Q}_0 H}{\eta} \leq \bar{F}_{pump}\right\} \geq \beta_p. \quad (17)$$

2) 管道承压力约束

在泵站出口处扬程应不大于管道的承压力:

$$pr\{H \leq 102 h_c\} \geq \chi_p. \quad (18)$$

式中: β_p 、 χ_p 为决策者预先给定的目标函数和管道承压力约束成立的置信水平; h_c 为管道承压力, m。

3 机会约束规划模型的列队竞争算法求解

3.1 随机数的产生

系统优化中的随机参数在现实中是不确定的, 但这些参数都是围绕某个值在一定区间范围内变化。进行随机模拟, 随机数的产生十分重要, 需要利用随机数产生器产生一系列符合要求的随机数, 得到随机参数向量以进行计算。在本问题求解的过程中, 假设管段设计流量、节点最低工作水头和管道粗糙系数都服从正态分布, 可分别表示为 $N(\mu_Q, \sigma_Q)$ 、 $N(\mu_{Egi}, \sigma_{Egi})$ 和 $N(\mu_C, \sigma_C)$, 随机数产生算法的实现过程如下^[7]:

1) 产生服从均匀分布 $U(0, 1)$ 的随机数 $u1, u2$;

2) 计算 $y = [-2 \ln(\mu1)]^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi\mu2)$;

3) 计算 $\mu + \sigma y$ 。

式中: $u1, u2$ 为 0 到 1 之间服从均匀分布的随机数; μ 为变量的期望值; σ 为变量的方差。

其中的管道粗糙程度随着该系统运行时间的延长而增加, 是不会减小的。在本研究中, 沿程水头损失用哈维公式计算, 所以管道粗糙系数随机变量在算法的实现过程中表示为: $\bar{C} = \mu_C - \sigma_C |y|$ 。

3.2 列队竞争算法的实现

列队竞争算法(Line-up competition algorithm, LCA)是由我国学者鄢烈祥^[6, 11]提出的一种进化算法。作为一种群体搜索过程, 其与遗传算法的基本机制相似, 两者的主要区别在于列队竞争算法在进化过程中始终保持着独立并行进化的家族, 每个家族仅有一个个体, 通过无性繁殖产生后代; 而且在竞争机制上列队竞争算法中有两个竞争水平, 一个是纵向竞争, 指同一家族内繁殖的子代为生存进行的

竞争,只有一个最优秀个体能够生存,代表它的家族;另一个是横向竞争,指不同家族之间的地位竞争,根据各个家族目标函数值的大小排列成一个列队,最优秀的家族排在列队的首位,最差的排在末位,并根据列队次序决定个体变异的次数^[6]。列队

竞争算法的基本思想是:通过两个水平的竞争,使列队中的首位家族不断地被其他家族所取代或其值被更新,以此快速地向最优优点逼近^[11]。

本文用列队竞争算法对输配水管网机会约束规划模型进行求解,其计算流程如图 1 所示。

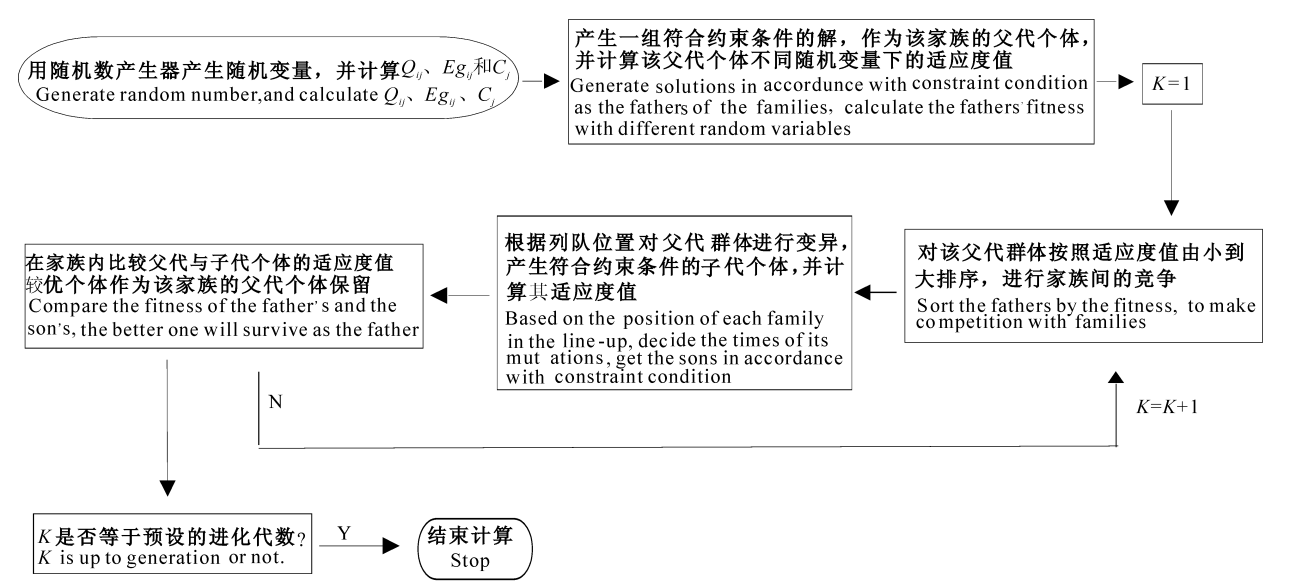


图 1 列队竞争算法的求解流程图
Fig. 1 Flow chart calculated by LCA

4 工程实例验证及分析

4.1 工程概况

以文献[12-13]中的泵站加压输配水系统为例,进行模型验证和优化结果分析。管网布置、节点和管段编号如图 2 所示,采用混凝土管,管道单价见表 1,节点地面高程及流量见表 2。其他参数如下: $h_c=10\text{ m}$, $E_{g_i}=12\text{ m}$, $E_0=30\text{ m}$, $e=80\%$, $t=20\text{ 年}$, $p=5\%$, $b=0.4$, $a=0.5$, $\sigma=0.2\text{ 元}/(\text{kW}\cdot\text{h})$, $\eta=0.7$,

- $C=130$ 。
- ### 4.2 算例参数的确定
- 1)约束的置信水平分别取 $\alpha=\beta=\chi=0.8$, $\alpha=\beta=\chi=0.85$, $\alpha=\beta=\chi=0.9$, $\alpha=\beta=\chi=0.95$ 4 个水平;
 - 2)随机变量的方差分别为期望值的 0, 5%, 10% 3 个水平;
 - 3)随机检验的样本数目为 50 个。

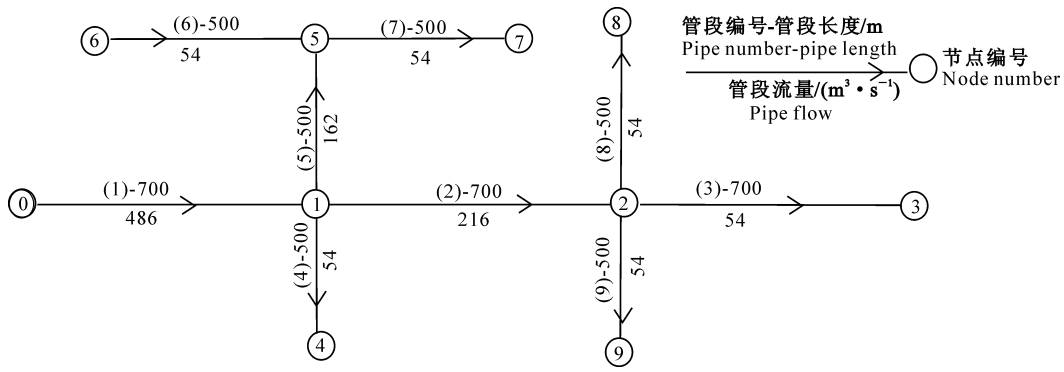


图 2 泵站加压输配水系统的管网布置示意图^[12-13]
Fig. 2 Schematic piping diagram with pump station

表 1 管材价格
Table 1 Pipe price

管径/mm Diameter	价格/ (元·m ⁻¹) Price	管径/mm Diameter	价格/(元·m ⁻¹) Price	管径/mm Diameter	价格/(元·m ⁻¹) Price	管径/mm Diameter	价格/(元·m ⁻¹) Price
100	25	200	38.7	300	55.2	400	83.2
150	30.8	250	42	350	64.0	500	103.2

表 2 泵站加压输配水系统的节点地面高程及流量
Table 2 Node height and flow charge of pipe network with pump station

节点编号 Node	节点高程/m Node height	节点流量/(m ³ ·s ⁻¹) Node flow	节点编号 Node	节点高程/m Node height	节点流量/(m ³ ·s ⁻¹) Node flow
0	30.0		5	32.0	54
1	35.0	54	6	31.0	54
2	34.0	54	7	33.0	54
3	32.0	54	8	34.0	54
4	34.0	54	9	31.0	54

4.3 结果分析

当随机变量的方差都为期望值的 0%时,该系统为确定性规划,用该模型优化计算得到的水泵站扬程为 20.85 m,年投资运行管理费为 566 89 元,管径组合如表 3 所示。

表 3 泵站加压输配水系统管网优化确定的管径组合
Table 3 Pipe diameter of optimal result of pipe network with pump station

管段编号 Pipe number	管径/mm Diameter	管段编号 Pipe number	管径/mm Diameter	管段编号 Pipe number	管径/mm Diameter
1	400	4	150	7	200
2	350	5	250	8	200
3	200	6	150	9	150

本研究分析计算了管段设计流量、节点最小工作水头和管道粗糙系数 3 个参数,分别单独作为随机变量和同时作为随机变量的情况,取其方差为期望值的 5%和 10%进行优化计算,计算所得的管径组合与确定性规划一致,泵站扬程和年费用如表 4 和表 5 所示,其中表 4 为 3 个参数分别作为随机变量时在不同置信水平下的优化结果,表 5 为 3 个参数同时作为随机变量时在不同置信水平下的优化结果。

由表 4 和表 5 的计算结果可得出以下结论:

1)管段设计流量、节点最小工作水头和管道粗糙系数分别作为随机变量时,泵站扬程和折算年投资运行管理费均随着置信水平的增大而增加,即系统满足的可靠性越高,其费用就越高。

2)当随机变量的方差变大,即该随机变量的变化范围变大,对于同一置信水平而言,该系统的泵站扬程和年费用也呈增加趋势。

3)当管段设计流量、节点最小工作水头和管道粗糙系数同时作为随机变量进行计算时,其优化设计结果比以 3 个变量中任何一个变量作为随机变量时的泵站扬程和系统年费用都大。

表 4 3 个参数分别为随机变量时不同置信水平的优化结果

Table 4 Optimal result of different confidence levels with 3 random variables respectively

随机变量 Random variable	方差 Variance	$\alpha=\beta=\chi=0.8$		$\alpha=\beta=\chi=0.85$		$\alpha=\beta=\chi=0.9$		$\alpha=\beta=\chi=0.95$	
		扬程/m Pump head	年算费/ (元·年 ⁻¹) Annual cost	扬程/m Pump head	年算费/ (元·年 ⁻¹) Annual cost	扬程/m Pump head	年算费/ (元·年 ⁻¹) Annual cost	扬程/m Pump head	年算费/ (元·年 ⁻¹) Annual cost
Q	5%	21.32	57 542	21.41	57 839	21.78	59 074	21.80	59 106
	10%	23.01	61 584	23.62	65 295	26.18	73 923	26.24	74 165
E_g	5%	21.54	56 918	21.83	57 208	22.33	57 703	23.09	58 458
	10%	21.90	57 279	22.13	57 507	23.06	58 434	23.92	59 288
C	5%	21.46	56 838	21.83	57 208	22.21	57 580	23.15	58 529
	10%	22.00	57 374	22.23	57 604	23.12	58 489	23.92	59 288

表 5 3 个参数同时为随机变量时不同置信水平的优化结果

Table 5 Optimal result of different confidence levels with 3 random variables simultaneity

方差 Variance	$\alpha=\beta=\chi=0.8$		$\alpha=\beta=\chi=0.85$		$\alpha=\beta=\chi=0.9$		$\alpha=\beta=\chi=0.95$	
	扬程/m Pump head	年算费/ (元·年 ⁻¹) Annual cost	扬程/m Pump head	年算费/ (元·年 ⁻¹) Annual cost	扬程/m Pump head	年算费/ (元·年 ⁻¹) Annual cost	扬程/m Pump head	年算费/ (元·年 ⁻¹) Annual cost
5%	22.22	58 465	22.53	59 010	23.92	61 385	23.96	61 450
10%	24.60	62 381	25.76	67 939	30.19	79 812	31.90	82 493

与确定性规划相比,置信水平 $\alpha=\beta=\chi=0.9,3$ 个随机参数的方差都取期望值的5%时,计算得到的年费用为61 385元,与确定性规划的年费用56 689元相比,多了4 696元,是确定性规划年费用的108.3%;当3个参数的方差都取期望值的10%,置信水平 $\alpha=\beta=\chi=0.95$ 时,其年费用较确定性规划多了25 804元,是确定性规划费用的145.5%。由以上分析可知,随机变量的引入对优化结果有显著影响,且投资费用随随机变量变化范围和系统规划设计保证率的提高而增加。决策者可根据系统设计的规模、可靠性等因素,确定该模型的置信水平和随机变量的变化范围,获得该系统的优化设计方案及投资费用。

5 结 论

在实际的系统规划中,有很多参数是不确定的,通过不确定规划可以将这些非确定因素引入到系统中,并运用随机技术解决这类问题。本文根据管网优化的特点,将管段设计流量、节点最低工作水头和管道粗糙系数作为随机变量,建立了重力输配水管网和泵站加压输水管网的机会约束规划模型;以列队竞争算法对该模型进行求解,并根据工程实例计算分析了3个参数在不同方差及不同置信水平下的优化结果。对算例结果的分析表明该模型与实际情况比较接近,可用于输配管网的优化设计。

[参考文献]

[1] Lansey K E,Duan N,Mays L W,et al. Water distribution system design under uncertainties [J]. Journal of Water Resources Planning and Management,1989,115(5):630-645.

[2] Gosselin L,Bejan A. Tree networks for minimal pumping power [J]. International Journal of Thermal Sciences,2005,44:53-63.

[3] Lorente S,Wechsato W,Bejan A. Tree-shaped flow structures designed by minimizing path lengths [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer,2002,45:3299-3312.

[4] 程小娟. 随机规划在输水管及树状管网优化中的应用 [D]. 西安:西安理工大学,2005.

Cheng X J. Application of stochastic programming to optimal

design of aqueduct and branch pipe network [D]. Xi'an:Xi'an University of Technology,2005. (in Chinese)

[5] Xu X C,Goulter I C. Reliability-based optimal design of water distribution networks [J]. Journal of Water Resources Planning and Management,1999,125(16):352-362.

[6] Yan L X,Ma D X. Global optimization of noconvex nonlinear programs using line-up competition algorithm[J]. Computers and Chemical Engineering,2001,25:1601-1605.

[7] 刘宝旋,赵瑞清,王 纲. 不确定规划及应用 [M]. 北京:清华大学出版社,2003.

Liu B X,Zhao R Q,Wang G. Uncertain programming and application [M]. Beijing: Tinghua University Press, 2003. (in Chinese)

[8] 韩其恒,唐万生,李光泉. 机会约束下的投资组合问题 [J]. 系统工程学报,2002,12(1):87-92.

Han Q H, Tang W S, Li G Q. Chance-constrained portfolio problem [J]. Journal of System Engineering,2002,12(1):87-92. (in Chinese)

[9] 叶耀华,丁文霞,蒋怡乐. 一种需求不确定的有容量网络设计问题求解方法 [J]. 复旦学报:自然科学版,2005,44(6):1004-1009.

Ye Y H, Ding W X, Jiang Y L. An approach for capacitated network design with uncertain demand [J]. Journal of Fudan University; Natural Science Edition, 2005, 44(6): 1004-1009. (in Chinese)

[10] 李 路,周瀚慧. 多目标随机机会约束规划在配电网重构中的应用 [J]. 吉林电力,2006,34(1):13-15.

Li L, Zhou Y H. Application of multi-objective random chance-constrained programming in power distribution system reconfiguration [J]. Jilin Electric Power,2006,34(1):13-15. (in Chinese)

[11] Yan L X. Solving combinatorial optimization problems with line-up competition algorithm [J]. Computers and Chemical Engineering,2003,27:251-258.

[12] 王新坤. 微灌管网水力解析及优化设计研究 [D]. 陕西杨凌:西北农林科技大学,2004: 99-100.

Wang X K. Study on hydraulic analysis and optimum design of pipe networks for micro irrigation [D]. Yangling, Shaanxi: Northwest A & F University,2004:99-100. (in Chinese)

[13] 白 丹. 泵站加压输水管的优化 [J]. 西安理工大学学报,1996(4):348-350.

Bai D. The optimization of pressurizing aqueduct for pumping station [J]. Journal of Xi'an University of Technology,1996(4):348-350. (in Chinese)