

水文频率曲线参数优化估计研究

宋松柏¹,康艳¹,荆萍²

(1 西北农林科技大学 水利与建筑工程学院,陕西 杨凌 712100;2 杨凌示范区 五泉镇人民政府,陕西 杨凌 712100)

[摘要] 【目的】频率分析是估计水利水电工程设计洪水的主要方法,也是工程水文学的重要组成部分,一般采用与经验点据拟合较好的曲线来估计洪水设计值,其曲线参数的求解和适线准则密切相关,参数的计算精度直接影响着设计值。【方法】按照离(残)差平方和最小、离(残)差绝对值和最小、相对离(残)差平方和最小为适线准则,应用最小一乘法、最小二乘法和非线性模型参数估计改进法,进行了水文频率曲线参数的优化计算研究。【结果】通过实例验证,非线性模型参数估计法通过计算机反复的数值求解,可提高水文频率曲线的估计精度,避免了传统经验适线法的人为主观性。【结论】详细给出了规范(SL44—93)优化适线法离均系数以及对偏态系数的偏导数矩阵实用数值方法,这些方法可用于实际水文频率的分析计算。

[关键词] 水文频率;参数估算;非线性模型

[中图分类号] P333.9

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2008)04-0193-06

Parameter optimum estimation for hydrological frequency curve

SONG Song-bai¹, KANG Yan¹, JING Ping²

(1 College of Water Resources and Architecture Engineering, Northwest A & F University, Yangling, Shaanxi 712100, China;

2 People's Government of Wuquan Town, Yangling District, Shaanxi 712100, China)

Abstract: 【Objective】Hydrological frequency analysis is a main design method for water resources projects and an important part of engineering hydrology. The design values are estimated by a better fitting curve related to observed data. Its curve parameters are closely related to fitting curve criterion. Parameters precision has direct influence on design values. 【Method】According to least residual error quadratic sum and least residual error absolute sum and least relative residual error quadratic sum, parameter optimum estimation for hydrological frequency is done by least absolute sum and least square method and modified nonparametric estimation method of nonlinear model. 【Result】Examples of these methods indicate that nonparametric estimation method of nonlinear model can improve the precision of hydrological frequency curve and avoid subjectivity in empirical fitting by computer iterations. 【Conclusion】A detailed method of frequency factor for optimum fitting curve in SL44—93 Criterion and practical numerical iteration of partial derivative matrix for skewed coefficient are presented. These methods can be used in practical hydrological frequency analysis.

Key words: hydrological frequency; parameter estimation; nonlinear model

现行设计洪水频率曲线的适线方法,有目估适线法和优化适线法^[1]。按照我国水利水电工程设计洪水计算规范(SL44—93),设计洪水频率曲线适线

准则有离(残)差平方和最小准则(OLS)、离(残)差绝对值和最小准则(ABS)及相对离(残)差平方和最小准则(WLS)^[2]。其参数计算归结为非线性优化

* [收稿日期] 2007-03-13

[基金项目] 国家自然科学基金项目(50579065);西北农林科技大学青年学术骨干支持计划项目;西北农林科技大学优秀博士论文基金项目

[作者简介] 宋松柏(1965—),男,陕西永寿人,教授,博士,主要从事水文水资源研究。E-mail:ssb6533@yahoo.com.cn

问题。OLS 和 WLS 准则适线在理论上可以采用高斯-牛顿法进行迭代计算,但二者均需要求解雅可比偏导数矩阵。一方面,初始参数值对求解收敛性影响较大,矩阵 $(\frac{\partial F}{\partial \theta})^T \frac{\partial F}{\partial \theta}$ 往往出现病态性,使矩阵求逆困难,高斯-牛顿法无法使用。另一方面,皮尔逊 III 型频率曲线离均系数求解较为复杂,离均系数对偏态系数 C_s 的偏导数不能表示为显函数,因而求解雅可比偏导数矩阵困难^[2-9]。ABS 准则采用模式搜索法(Hooke-Jeeve 法)求解。上述迭代计算已在规范(SL44—93)中介绍,但是其计算收敛速度较慢。最小一乘法、最小二乘法虽然计算方法简单,但是在三参数的优化中需要较长的计算过程,参数迭代步长直接影响计算精度。本研究拟在应用现有频率曲线参数优化估计方法的基础上,应用非线性模型参数估计改进法,按照离(残)差平方和最小、离(残)差绝对值和最小、相对离(残)差平方和最小准则,应用 Matlab 7.0 编程,通过计算机数值求解,进行设计洪水频率曲线参数的优化计算研究。文中给出了皮尔逊 III 型频率曲线离均系数计算、离均系数对偏态系数中心差分导数的实用计算方法,以及按照规范(SL44—93)适线准则的详细计算步骤,其目的在于提高洪水频率曲线参数的计算精度。

1 最小一乘法

最小一乘法适线的目标函数为 ABS 适线准则目标函数,即:

$$S_A(\hat{\theta}) = \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x} - S_\varphi(C_s, P_i)|。 \quad (1)$$

式中: $\hat{\theta} = [\bar{x} \ C_v \ C_s]$ 为洪水频率曲线待求参数,其中, \bar{x} 为洪水序列均值, C_v 为洪水序列变差系数, C_s 为洪水序列偏态系数; x_i 为洪水序列值; S 为洪水序列均方差; n 为系列长度; P_i 为频率; φ 为离均系数,其值为频率 P_i 和 C_s 的函数,可查皮尔逊 III 型离均系数或采用数值计算得到。

最小一乘法适线分均值 \bar{x} 固定(两参数优选)和均值 \bar{x} 不固定(三参数优选)两种情况进行适线^[1]。

1.1 \bar{x} 固定(两参数优选)

\bar{x} 固定情况下的适线步骤为^[1]:

(1) 取 \bar{x} 为矩法计算初值,指定 L 个 C_s 值,即 $\{C_{s1}, C_{s2}, \dots, C_{si}, \dots, C_{sL}\}$ 。

(2) 由最小一乘法原理可知,当 C_s 为指定值时, $S \sim S_A(\hat{\theta})$ 为分段线性函数,其极值发生在分段直线的端点,各端点的 S 值为

$$S_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\varphi_i(C_s, P_i)}, (i=1, 2, \dots, L)。$$

对每一个 $C_s (i=1, 2, \dots, L)$,利用搜索技术,根据式(1)可求得指定 C_s 值下,使 $S_A(\hat{\theta})$ 最小时的 S_i 和 C_{si} 。

(3) 对步骤 2 求得的 L 个 S_i 和 $S_A(\hat{\theta})$,可求得 $S_A(\hat{\theta})$ 为最小时的 S 和 C_s 。再由 $C_v = S/\bar{x}$ 求出 C_v ,则 \bar{x}, C_s 和 C_v 即为所求参数。

1.2 \bar{x} 不固定(三参数优选)

\bar{x} 不固定(三参数优选)适线的步骤为^[1]:

(1) 假定初始均值 \bar{x} ,以矩法求解值作为初值。

利用搜索技术,根据式(1)求使 $S_A(\hat{\theta})$ 最小时的 S 和 C_s 。

(2) 假定另一均值 \bar{x} ,同步骤 1,可求得使 $S_A(\hat{\theta})$ 最小时的另一参数 S 和 C_s 。

(3) 重复步骤 2,直到求得使 $S_A(\hat{\theta})$ 为最小时的 \bar{x}, S 和 C_s ,由 $C_v = S/\bar{x}$ 求得 C_v ,则 \bar{x}, C_s 和 C_v 为所求参数。

2 最小二乘法

最小二乘法适线的目标函数为 OLS 适线准则目标函数,即:

$$S_L(\hat{\theta}) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x} - S_\varphi(C_s, P_i))^2。 \quad (2)$$

式中各符号意义同前。最小二乘法适线分 \bar{x} 固定(两参数优选)和 \bar{x} 不固定(三参数优选)两种情况进行适线^[1]。

2.1 \bar{x} 固定(两参数优选)

当 \bar{x} 固定时,要使式(2)为最小,可将式(2)对 S 求偏导数,并令其等于零,可得^[1]:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \varphi_i}{\sum_{i=1}^n \varphi_i^2}。 \quad (3)$$

设定若干个 C_s ,用搜索方法求得使式(2)为最小时的 S ,求出 $C_v (C_v = S/\bar{x})$,则此时的 \bar{x}, C_s 和 C_v 即为所求参数。

2.2 \bar{x} 不固定(三参数优选)

当 \bar{x} 不固定时,要使式(2)为最小,可将式(2)对 \bar{x} 和 S 求偏导数,并令其等于零,得^[1]:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n \varphi_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n \varphi_i}{n \sum_{i=1}^n \varphi_i^2 - (\sum_{i=1}^n \varphi_i)^2};$$

$$S = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i \varphi_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n \varphi_i}{n \sum_{i=1}^n \varphi_i^2 - (\sum_{i=1}^n \varphi_i)^2}。 \quad (4)$$

同样,设定若干个 C_s ,用搜索方法求得使式(2)为最小的 S 和 \bar{x} ,由 $C_v = S/\bar{x}$ 求得对应的 C_v ,则此时的 \bar{x} 、 C_s 和 C_v 即为所求参数。

3 规范(SL44—93)优化适线准则

按照我国水利水电工程设计洪水计算规范(SL44—93),设计洪水频率曲线适线准则有离(残)差平方和最小准则(OLS)、离(残)差绝对值和最小准则(ABS)、相对离(残)差平方和最小准则(WLS)。

3.1 OLS 适线准则

OLS 适线准则,也称最小二乘法,设计洪水频率曲线适线的目标函数为^[2,10-15]:

$$S_L(\hat{\theta}) = \min \left\{ \sum_{i=1}^n [x_i - f(P_i, \bar{x}, C_v, C_s)]^2 \right\}。 \quad (5)$$

根据数学分析函数极值原理,式(5)中的 $\hat{\theta}$ 必满足方程组 $\frac{\partial S_L(\hat{\theta})}{\partial \theta} = 0, \theta = [\bar{x}, C_v, C_s]^T$, 可用高斯-牛顿法求解,其迭代式为:

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \left[\left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^T G^{-1} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right]^{-1} \left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^T (X - F); \\ k = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

式中: $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T |_{\theta=\theta_k}$; $X = (x_1, x_2, \dots,$

$$x_n)^T; \frac{\partial F}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial C_v} & \frac{\partial f_1}{\partial C_s} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x} & \frac{\partial f_n}{\partial C_v} & \frac{\partial f_n}{\partial C_s} \end{bmatrix}_{\theta=\theta_k}; \text{上标“}T\text{”和“}-1\text{”}$$

分别表示矩阵的转置和求逆; k 为迭代次数; $f(P_i,$

表 1 最小一乘法适线(均值固定)时 3 种适线准则下优化参数的比较

Table 1 Parameters estimated of three fitting curves criterion by least absolute deviation under constant average

适线准则 Fitting criterion	\bar{x}	C_v	C_s	目标函数值 Target function
OLS	1 246.190	1.683	0.539	219 091.643
ABS	1 246.190	1.130	0.462	1 677.005
WLS	1 246.190	0.927	0.483	0.142

采用最小二乘法适线并按 OLS 适线准则,在均值固定、不固定情况下所得参数的优化结果如表 2 所示。

表 2 最小二乘法适线按 OLS 适线准则的优化参数

Table 2 Estimated parameters of OLS fitting curve criterions by method of least square

均值 Average	\bar{x}	S	C_s	C_v	离差平方和 Sum of deviation square
均值不固定 Inconstant average	1 287.039	674.438	1.664	0.524	183 431.742
均值固定 Constant average	1 246.190	665.843	1.555	0.534	216 147.185

由表 2 可以看出, 均值不固定下的三参数优化结果优于均值固定下的二参数优化结果。这是由于频率曲线受控于三参数, 均值固定下的两参数优化有时不能得到理想的适线结果。

4.2 规范(SL44—93)适线准则

4.2.1 OLS 适线准则 式(6)为非线性优化问题, 理论上可用高斯-牛顿法求解。该法实际上使用导数进行优化, 但高斯-牛顿法求解时对参数初始值 θ_0 要求十分苛刻; 矩阵 $\left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right)^T \frac{\partial F}{\partial \theta}$ 出现病态性, 使矩阵求逆困难, 致使高斯-牛顿法无法使用。实际应用中, 一般可采用阻尼最小二乘法(Leveberg-Marquardt 法)计算, 其迭代式为:

$$\theta_{k+1} = \theta_k - \left[\left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^T \frac{\partial F}{\partial \theta} + \mu_k I \right]^{-1} \left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^T (X - F); k = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

式中: μ_k 为阻尼因子, $\mu_k > 0$; I 为单位矩阵。其计算步骤如下^[10-14]:

(1) 给定迭代序次 $k = 1$, 其对应初始值 $\theta_1 = [\bar{x} \ C_v \ C_s]$, 可用矩法求得, 阻尼因子初始值 $\mu_1 > 0$, 增长因子 $\beta > 1$, 允许误差 $\epsilon > 0$, 计算 $(X - F)|_{\theta_1}$, 置 $\mu = \mu_1$ 。

(2) 置 $\mu = \mu/\beta$, 计算 $F(\theta_k) = (f_1(\theta), f_2(\theta), \dots, f_n(\theta))^T|_{\theta=\theta_k}$, 其中, $\theta_k = [\bar{x}_k \ C_{vk} \ C_{sk}]$;
 $f_i(\theta_k) = \bar{x}_k [1 + C_{vk} \varphi(C_{sk}, P_i)]$;

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial C_v} & \frac{\partial f_1}{\partial C_s} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x} & \frac{\partial f_n}{\partial C_v} & \frac{\partial f_n}{\partial C_s} \end{bmatrix}_{\theta=\theta_k},$$

$$\text{而 } \frac{\partial f_i}{\partial x} \Big|_{\theta=\theta_k} = 1 + C_v \varphi(P_i, \theta) \Big|_{\theta=\theta_k},$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial C_v} \Big|_{\theta=\theta_k} = \bar{x} \varphi(P_i, \theta) \Big|_{\theta=\theta_k},$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial C_s} \Big|_{\theta=\theta_k} = \bar{x} C_v \frac{\partial \varphi(P_i, \theta)}{\partial C_s} \Big|_{\theta=\theta_k}.$$

由于 $\varphi(P_i, \theta)$ 是 P_i 和 C_s 的函数, 对 C_s 的偏导数不能用显函数形式表示, 可用中心差分来代替, 即:

① 离均系数 $\varphi(P_i, \theta)$ 采用式(11)、(12)计算^[5-6], 有:

$$\varphi_p = \varphi(P_i, C_{sk}) = \frac{C_{sk}}{2} t_p - \frac{2}{C_{sk}}. \quad (11)$$

式中: t_p 为不完全伽玛函数的下侧分位数, $1 - P = \int_0^{tp} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$, $\alpha = 4/C_s^2$, 可采用 Matlab 不完全伽玛函数来计算 t_p , 其计算公式为:

$$t_p = \begin{cases} \text{gaminv}(1-P, \alpha, 1); & \text{当 } C_{sk} > 0 \\ \text{norminv}(1-P, 0, 1); & \text{当 } C_{sk} = 0 \\ \text{gaminv}(P, \alpha, 1); & \text{当 } C_{sk} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

② 给定 C_s 步长为 ΔC_s , 以 $\theta_{k-\Delta C_s} = [\bar{x}_k \ C_{vk} \ C_{sk}] - [0 \ 0 \ \Delta C_s] = [\bar{x}_k \ C_{vk} \ C_{sk} - \Delta C_s]$ 代入式(11)~(12)得 $\varphi(P_i, C_{sk} - \Delta C_s)$ 。

③ 以 $\theta_{k+\Delta C_s} = [\bar{x}_k \ C_{vk} \ C_{sk}] + [0 \ 0 \ \Delta C_s] = [\bar{x}_k \ C_{vk} \ C_{sk} + \Delta C_s]$ 代入式(11)~(12)得 $\varphi(P_i, C_{sk} + \Delta C_s)$ 。

④ 用离均系数 $\varphi(P_i, \theta)$ 在 θ_k 的中心差分来代替 $\varphi(P_i, \theta)$ 在 θ_k 对 C_s 的偏导数。

$$\frac{\partial \varphi(P_i, \theta)}{\partial C_s} \Big|_{\theta=\theta_k} \approx \frac{\varphi(P_i, C_{sk} + \Delta C_s) - \varphi(P_i, C_{sk} - \Delta C_s)}{2\Delta C_s}. \quad (13)$$

(3) 解方程 $\left[\left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^T \frac{\partial F}{\partial \theta} + \mu_k I \right] \Delta \theta_k = - \left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^T (X - F)$ 得 $\Delta \theta_k$, 令: $\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta \theta_k$ 。

(4) 计算 $(X - F)|_{\theta_{k+1}}$ 。若 $(X - F)|_{\theta_{k+1}} < (X - F)|_{\theta_k}$, 则转步骤(6); 否则, 进行步骤(5)。

(5) 若 $\left| \left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^T (X - F) \right|_{\theta=\theta_k} \leq \epsilon$, 则停止计算, 得参数 $\theta = \theta_k$; 否则, 置 $\mu = \beta \mu$, 转步骤(3)。

(6) 若 $\left| \left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^T (X - F) \right|_{\theta=\theta_k} \leq \epsilon$, 则停止计算, 得参数 $\theta = \theta_{k+1}$; 否则, 置 $k = k + 1$, 转步骤(2)。

4.2.2 ABS 适线准则 令 $F(\theta) = \sum_{i=1}^n |x_i - f(P_i, \bar{x}, C_v, C_s)|$, 式(7)可用模式搜索法(Hooke-Jeeve 法)求得, 其步骤如下^[10-15]:

(1) 给定初始值 $\theta_1 = [\bar{x}_1 \ C_{v1} \ C_{s1}]$, 可用矩法求得; 3 个坐标方向为 $e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$;

初始步长为 δ , 加速因子 $\alpha \geq 1$, 缩减率 $\beta \in (0, 1)$, 允许误差 $\epsilon > 0$, 置 $y_1 = \theta_1$, $k = 1, j = 1$ 。

(2) 若 $F(y_j + \delta e_j) < F(y_j)$, 则令 $y_{j+1} = y_j + \delta e_j$, 进行步骤(4); 否则, 进行步骤(3)。

(3) 若 $F(y_j - \delta e_j) < F(y_j)$, 则令 $y_{j+1} = y_j - \delta e_j$, 进行步骤(4); 否则, 令 $y_{j+1} = y_j$, 进行步骤(4)。

(4) 若 $j < 3$, 则置 $j = j + 1$, 转步骤(2); 否则, 进行步骤(5)。

(5) 若 $F(y_{n+1}) < F(\theta_k)$, 则进行步骤(6); 否则, 进行步骤(7)。

(6) 置 $\theta_{k+1} = y_{n+1}$, 令 $y_1 = \theta_{k+1} + \alpha(\theta_{k+1} - \theta_k)$, 置

$k=k+1, j=1$, 转步骤(2)。

(7)若 $\delta \leq \epsilon$, 则停止迭代, 得最优参数 θ_k ; 否则, 置 $\delta = \beta\delta$, $y_1 = \theta_k$, $\theta_{k+1} = \theta_k$, 置 $k=k+1, j=1$, 转步骤(2)。

4.2.3 WLS 适线准则 同 OLS 适线准则, 采用阻尼最小二乘法(Leveberg-Marquardt 法)适线, 其迭代式为^[10-14]:

$$\begin{aligned}\theta_{k+1} &= \theta_k - \left[\left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^T G^{-1} \frac{\partial F}{\partial \theta} + \mu_k I \right]^{-1} \\ &\quad \left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^T G^{-1} (X - F); k = 0, 1, 2, \dots\end{aligned}\quad (14)$$

表 3 采用规范(SL44—93)优化适线准则的计算结果

Table 3 Parameters estimated by fitting criterions of SL44—93

适线准则 Fitting criterion	\bar{x}	C_v	C_s	目标函数值 Target function	目估适线目标函数值 Empirical fitting
OLS	1 287.047	0.524	1.664	183 431.721	319 910
ABS	1 246.194	0.462	1.130	1 676.980	2 192
WLS	1 246.190	0.486	0.972	0.141	0.335 0

从表 1~3 可以看出, 规范(SL44—93)适线准则所得优化目标函数值均低于目估适线、最小一乘法和最小二乘法适线目标函数值, 其计算精度高, 具有明显的优越性。

5 结 论

本文以实际设计洪水序列为为例, 根据最小一乘法、最小二乘法、非线性模型参数估计改进法, 以及我国水利水电工程设计洪水计算规范(SL44—93)提供的适线准则, 研究了设计洪水皮尔逊III型频率曲线统计参数的优化计算方法, 取得了较好的效果。计算结果表明, 规范(SL44—93)非线性模型参数估计精度最高。按照规范(SL44—93)适线准则, 本文详细给出了其求解步骤, 特别是离均系数计算和离均系数对偏态系数的中心差分导数的实用计算方法, 力求达到方便和实用, 这些方法可用于实际的水文频率分析和计算。

参 考 文 献

- [1] 金光炎. 水文水资源分析研究[M]. 南京: 东南大学出版社, 2003: 82-83.
Jin G Y. Hydrology and water resources analysis [M]. Nanjing: Southeast University Press, 2003: 82-83. (in Chinese)
- [2] 中华人民共和国水利部, 能源部. SL44—93 水利水电工程设计洪水计算规范[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 2002: 20-22.
The Ministry of Water Resources and Energy Resources of the People's Republic of China. SL44—93 Standard of the People's Republic of China, Regulation for calculating design flood of water resources and hydropower projects [S]. Beijing: China Water Power Press, 1993: 20-22. (in Chinese)
- [3] 余兴胜. 水文频率计算程序开发原理研究[J]. 铁道勘测与设计, 2006(6): 47-50.
Yu X S. The principle of hydrological frequency programm [J]. Railway Survey and Design, 2006(6): 47-50. (in Chinese)
- [4] 谢平, 陈广才, 夏军. 变化环境下非一致性年径流序列的水文频率计算原理[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2005, 38(6): 6-9.
Xie P, Chen G C, Xia J. Hydrological frequency calculation principle of inconsistent annual runoff series under changing environments [J]. Journal of Wuhan University: Engineering Ed, 2005, 38(6): 6-9. (in Chinese)
- [5] 李世才. P-III型分布 Φ_P 值通用算法的研究[J]. 水文, 1997(2): 5-13.
Li S C. A Study on the general algorithm for the Φ_P value of P-III distribution [J]. Hydrology, 1997(2): 5-13. (in Chinese)
- [6] 李世才. Γ 分布函数算法新解及其应用[J]. 水利学报, 1999(12): 70-76.
Li S C. New interpretation of the algorithm and its application for Γ distribution function [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1999(12): 70-76. (in Chinese)
- [7] 谢平, 郑泽权. 水文频率计算有约束加权适线法[J]. 武汉水利电力大学学报, 2000, 33(1): 49-52.
Xie P, Zheng Z Q. A constrained and weighted fitting method for hydrologic frequency calculation [J]. Journal of Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering, 2000, 33(1): 49-52. (in Chinese)
- [8] 刘振京, 吕常生. 频率分析参数确定方法的探讨[J]. 河北工程技术高等专科学校学报, 2006, 1(1): 11-13.
Liu Z J, Lu C S. Study on determining statistical parameter in frequency analysis [J]. Journal of Hebei Engineering and Technical College, 2006, 1(1): 11-13. (in Chinese)
- [9] 王善序, 陈剑池, 荣风聪. 论适线法在洪水频率分析中的应用[J]. 水文, 1992(6): 1-10.

- Wang S X, Chen J C, Rong F C. Application of curve fitting in flood frequency [J]. Hydrology, 1992(6): 1-10. (in Chinese)
- [10] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2005: 281-349.
- Chen B L. Optimum theories and their algorithms[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 281-349. (in Chinese)
- [11] Hiroyasu S, Katsuya M, Azusa K, et al. Acceleration and stabilization techniques for the Levenberg-Marquardt method [J]. Communications and Computer Sciences, 2005, E88-A(7): 1971-1978.
- [12] Sakamoto H, Kuwahara A, Hayami Y. A simple acceleration technique of Levenberg-Marquardt method[J]. International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications, 2002(9): 439-442.
- [13] Marquardt D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters[J]. Journal on Applied Mathematics, 1963, 11: 431-441.
- [14] 王新州. 非线性模型参数估计的直接解法[J]. 武汉测绘科技大学学报, 1999, 24(1): 64-67.
- Wang X Z. A direct solution method of parameter estimation of Nonlinear Model [J]. Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 1999, 24(1): 64-67. (in Chinese)
- [15] 唐超宏, 莫海鸿, 刘少跃. 模式搜索法在边坡稳定性分析中的应用 [J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2000, 28(2): 42-46.
- Tang C H, Mo H H, Liu S Y. The application of the pattern search method for slope stability analysis [J]. Journal of South China University of Technology: Natural Science Education, 2000, 28(2): 42-46. (in Chinese)
- [16] 叶守泽, 詹道江. 工程水文学[M]. 3 版. 北京: 中国水利水电出版社, 2000: 196-197.
- Ye S Z, Zhan D J. Engineering hydrology [M]. 3rd ed. Beijing: China Water Power Press, 2000: 196-197. (in Chinese)

(上接第 192 页)

- [25] 王彦梅, 钟冠昌, 穆素梅, 等. 小麦品种“高优 503”抗条锈基因染色体定位 [J]. 作物学报, 2001, 27(3): 384-386.
Wang Y M, Zhong G C, Mu S M, et al. A monosomic analysis of rust resistance gene of wheat variety Gaoyou 503[J]. Acta Agronomica Sinica, 2001, 27(3): 384-386. (in Chinese)
- [26] Chen X M, Jones S, Line R F. Chromosomal location of genes for stripe rust resistance in spring wheat cultivars Compair, Fielder, Lee, and Lemhi and interactions of a neuploid wheat with races of *Puccinia striiformis* [J]. Physiopathology, 1995, 85: 375-381.
- [27] 井金学, 徐智斌, 王殿波, 等. 小偃 6 号抗条锈性遗传分析 [J]. 中国农业科学, 2007, 40(3): 499-504.
Jing J X, Xu Z B, Wang D B, et al. Genetic analysis of gene conferring resistance to stripe rust in Xiaoyan 6 [J]. Scientia Agricultura Sinica, 2007, 40(3): 499-504. (in Chinese)
- [28] 张建诚, 谢三刚, 韩满仓, 等. 小麦核质互作抗条锈类型的发现及其遗传机制分析 [J]. 华北农学报, 1992, 7(1): 14-18.
Zhang J C, Xie S G, Han M C, et al. The discovery and preliminary genetic analysis on a yellow rust resistant type of nucleo-cytoplasm interaction in common wheat (*Triticum aestivum*) [J]. Actaagriculture Boreal-sinica, 1992, 7(1): 14-18. (in Chinese)
- [29] Chen X M, Line R F. Inheritance of stripe rust resistance in wheat cultivar spostulated to have resistance at *Yr3* and *Yr4* loci [J]. Phytopath, 1993, 83: 382-388.
- [30] Shi Z X, Chen X M, Line R F, et al. Development of resistance gene analog polymorphism markers for the *Yr9* gene resistance to wheat stripe rust [J]. Genome, 2001, 44(4): 509-516.