ACS 优化算法在设计洪水计算中的应用研究*

谢小平[1,2], 席秋义[1], 黄 强[1], 王义民[1], 蔺蕾蕾[1]
(1 西安理工大学 水电学院, 陕西 西安 710048;
2 黄河上游水电开发有限责任公司, 青海 西宁 810003)

[摘 要] 采用蚁群ACS 改进优化算法求解了典型洪水同频率放大问题, 构造了用于设计洪水过程求解的蚂蚁觅食概化结构图, 并给出了具体求解思路和流程。通过实际洪水放大的计算, 证实了该方法在洪水同频率放大优化模型中的合理性和有效性, 并给出了下一步研究的方向及建议。

[关键词] 设计洪水过程线; 蚁群算法; 同频率放大; 组合优化; 蚁群系统
[中图分类号] TV 122+. 5 [文献标识码] A [文章编号] 1671-9387(2007)01-0229-06

The study on ant colony system optimization algorithm applied in computation of the design flood

XIE Xiao-ping[1,2], XIQiu-yi[1], HUANG Qiang[1], WANG Yi-min[1], LIN Lei-lei[1]
(1 *Institute of Water Resources And Hydroelectric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi* 710048, *China*;
2 *Hydroelectric Exploitation Ltd of Reaches of the Yellow River, Xi'ning, Qinghai* 810003, *China*)

Abstract: The ACS algorithm inspired by the ants foraging principle is used to solve the problem of the homogenous frequency enlargement of design flood in this paper, the sketch of ants foraging about design flood computation is constructed and retailed process is provided. The validity of the ACS method applied in the flood's enlargement is confirmed by the given example, finally, some further suggestions are presented.

Key words: design hydrograph; ant colony optimization; homogenous frequency enlargement; combinatorial optimization; ant colony system

蚁群算法(ACO)是受自然界蚂蚁觅食过程启发而产生的一种集群算法, 由意大利学者Dorigo 于1991 首次系统地提出, 其在解决 TSP (Traveling Salesman Problem)问题和QAP (Quadratic Assignment Problem)、VRP (Vehicle Routing Problem)等组合优化时均取得了较好的试验结果。受其影响, 该算法逐渐引起许多研究者的注意, 并越来越多地在实际工程中得到应用[1]。但综合来看, 到目前为止蚁群算法在水资源方面的应用实例还相对较少。

蚂蚁系统(Ant System, AS)是ACO 最早的形式, 此后陆续出现了带精英策略的蚂蚁系统(Ant System with elitist strategy, AS_{elite})和蚁群系统(Ant Colony System, ACS)以及基于优化排序的蚂蚁系统(Rank-Based Version of Ant System, AS_{rank})、最大最小蚂蚁系统(Max-Min Ant System, MMAS)、最优最差蚂蚁系统(Best-Worst Ant System, BWAS)、Ant-Q 等改进形式, 这些改进算法都是基于对解的更强有力开发来指导蚂蚁的搜索进程, 大大提高了蚁群算法的性能[2-4]。典型洪水的同频率放大, 事实上就是一个组合优化问题, 其中不同流量组合的过程线类似于蚂蚁觅食的多条路径, 所求满足一定约束的设计过程线类似于蚂蚁最终集中的最短路径。为此, 本文试图将ACS 算法引入到典型洪水同频率放大问题的求解中, 以期为设计洪水

* [收稿日期] 2005-12-22
[基金项目] 国家自然科学基金项目(50479024); 陕西省教育厅专项科研计划项目(04JK233); 青海省科技厅项目(2004-G-158); 陕西省教育厅省级重点实验室项目(02JS37)
[作者简介] 谢小平(1959-), 男, 青海西宁人, 教授级高工, 博士, 主要从事黄河梯级水电站开发建设研究。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

的计算提供参考。

1 蚁群系统(ACS)原理

1.1 蚂蚁觅食的行为特性

自然界的蚂蚁在觅食过程中,常在它所经过的路径上释放一种叫做信息素(pheromone)的物质,并感知其他蚂蚁留下的信息素浓度的强弱,倾向于选择信息素浓度强的路径,以此来指导自己的运动方向。于是,蚁群的集体行为表现出一种信息正反馈过程,蚁穴到食物源越短的路径蚂蚁选择的概率越大。由此看来,蚂蚁个体之间不断通过信息交流来实现搜索食物的目的。

1.2 人工蚁

蚁群算法是受蚁群觅食行为的启发而来的,但是蚁群算法中提到的蚂蚁不同于自然界的真实蚂蚁,故被称为人工蚁。人工蚁与真实蚂蚁类似,也是一群相互合作的个体,其共同任务是寻找连接起点(蚁穴)和终点(食物源)的最短路径(最小代价),并通过信息素进行间接通讯。人工蚁利用了真实蚂蚁觅食行为中的自催化机制——正反馈和信息素的挥发机制,继承了真实蚂蚁觅食行为中的关键部分,又具备了一些真实蚂蚁不具备的本领。

人工蚁具有以下几点真实蚂蚁不具有的特性:(1)人工蚁移动实质上是由一个离散状态到另一个离散状态的跃迁;(2)人工蚁拥有一个内部的状态,这个私有状态记忆了蚂蚁过去的行为;(3)人工蚁释放一定量的信息素,它是蚂蚁所建立的问题解决方案优劣程度的函数;(4)人工蚁释放信息素的时间可以视情况而定,而真实蚂蚁是在移动的同时释放信息素,人工蚁可以在建立了一个可行的解决方案之后再进行信息素的更新。人工蚁正是赋予了以真实蚂蚁和额外的多种属性,才使得蚁群算法在解决组合优化问题中表现出良好的性能。

1.3 蚁群系统(ACS)的原理

ACS 是从最基本的蚁群系统(AS)发展而来,通过对AS 的状态转移规则及全局和局部更新规则的改进,使其求解优化问题的效率和解的质量都较基本的AS 得到了很大提升,其优点是能够在一个合适的时间内找到较(最)好的解决方案。本文应用此算法进行了设计洪水的计算研究。

1.3.1 状态转移规则 在ACS 中,蚂蚁使用伪随机比例规则来选择路径。这个规则具有双重功效,即既可以利用关于问题的先验知识,又可以进行倾向性的探索。

蚁群系统的状态转移规则(伪随机比例规则)如式(1)所示,一只位于节点 r 的蚂蚁按其选择路径到下一节点 s,有:

$$s=\begin{cases}\arg\max\limits_{u\in J_k(r)}\{[\tau(r,u)]^A\cdot[\eta(r,u)]^B\} & \text{当 } q<Q_0,\\ S & \text{其他。}\end{cases}\tag{1}$$

式中:$\tau(r,s)$ 为由节点 r 转移到节点 s 的信息素痕迹强度;$\eta(r,s)$ 为由节点 r 转移到节点 s 的启发程度,一般情况下保持不变;A,B 为参数,分别反映了蚂蚁在运动过程中所积累的信息和启发信息在蚂蚁选择路径中的相对重要性;q 是在[0,1]区间均匀分布的随机数;Q_0($0\le Q_0\le 1$)为参数,决定了利用先验知识与探索新路径之间的相对重要性;S 是根据式(2)给出的概率分布所选出的随机变量,其表示概率 $p_k(r,s)$ 最大时所对应的节点,有

$$p_k(r,s)=\begin{cases}\dfrac{[\tau(r,s)]^A\cdot[\eta(r,s)]^B}{\sum\limits_{u\in J_k(r)}[\tau(r,u)]^A\cdot[\eta(r,u)]^B} & \text{当 } s\in J_k(r),\\ 0 & \text{其他。}\end{cases}\tag{2}$$

式中:$p_k(r,s)$ 为蚂蚁 k 从节点 r 到节点 s 的转移概率;$J_k(r)$ 为下一步允许选择的节点集合。

1.3.2 全局更新规则 在蚁群系统中,只有全局最优的蚂蚁才被允许释放信息素。这种选择及伪随机比例规则的使用,目的都是为了使搜索过程更具有指导性,即蚂蚁的搜索主要集中在当前循环为止所找出的最好路径的邻域内。全局更新在所有蚂蚁都完成它们的路径之后执行,应用式(3)对其所建立的路径进行更新,即:

$$\tau(r,s)\leftarrow(1-\alpha)\cdot\tau(r,s)+\alpha\cdot\Delta\tau(r,s);$$
$$\Delta\tau(r,s)=\begin{cases}(L_{gb})^{-1} & \text{如果}(r,s)\in\text{全局最优路径},\\ 0 & \text{其他。}\end{cases}\tag{3}$$

式中:α 为信息素挥发参数,$0<\alpha<1$;L_{gb} 为到目前为止找出的全局最优路径(与具体问题有关)。上式规定,只有那些属于全局最优路径的信息素才会得到增强。

1.3.3 局部更新规则 在建立一个解的过程中,蚂蚁应用(4)式的局部更新规则对其所经过的路径进行信息素更新,即:

$$\tau(r,s)\leftarrow(1-\rho)\cdot\tau(r,s)+\rho\cdot\tau_0。\tag{4}$$

式中:ρ 为参数,$0<\rho<1$;τ_0 为初始信息素强度。

局部更新规则的使用,减小了蚂蚁参观路径的信息素,使其越来越缺乏吸引力,在算法每个循环的

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

余留阶段, 这些参观过的路径能被其他蚂蚁以比较低的概率选择, 从而扩大了对未参观路径的搜索。

1.3.4　ACS 与 AS 的比较　ACS 是在 AS 的基础上进行了改进, 两者的差异表现在以下 3 个方面: (1) AS 状态转移规则应用的是随机比例规则, 即仅用式(2) 决定下一步的节点选择; ACS 状态转移规则用的是伪随机比例规则。(2) ACS 全局更新规则仅用于最优的蚂蚁路径上, 而在 AS 中, 全局更新规则对系统中的所有蚂蚁均进行更新, 这就降低了搜索最优路径的效率, 使得蚂蚁的搜索行为不能很快集中在最优路径的领域内; (3) 在建立问题解决方案的过程中, ACS 应用局部信息素更新规则进行更新, 而 AS 仅在每次循环后才对所有路径进行一次全局更新。

2　洪水过程缩放优化模型

2.1　洪水过程缩放原理

计算某一频率的设计洪水和校核洪水时, 通常选择 1 场或几场对防洪不利的典型洪水, 将其过程按设计(或校核) 标准进行同倍比或同频率放大, 然后进一步通过手工修匀洪水过程得到设计(或校核) 标准的洪水。但在进行同频率放大时, 由于洪峰和不同控制时段的洪量分别采用不同倍比, 虽保证了放大过程线后的洪峰流量和各种历时的洪水总量都符合同一设计频率, 且具有适应多种防洪工程的特性, 但在时段衔接处可能产生不连续的突变现象, 使过程线呈锯齿形而需手工修匀, 故其任意性较大, 原典型洪水的模式也容易遭到破坏[5]。传统的同频率洪水缩放原理实际上可提炼成一个具有约束的极小优化问题, 即在保证控制时段洪量和洪峰满足约束的前提下, 追求缩放后的洪水过程与原典型洪水过程模式尽量相似。

2.2　洪水缩放优化模型

设计洪水计算中, 将典型洪水按设计标准进行放大, 要求放大后的洪峰流量与设计标准一致, 不同控制时段的洪水总量与设计标准一致, 并且尽量保持原典型洪水的分配模式。基于以上准则可建立如下模型:

目标函数:

$$\min f = \sum_{i=2}^{m}\left|\frac{(Q_p(i) - Q_p(i-1)}{\Delta t} - \frac{(Q_d(i) - Q_d(i-1))}{\Delta t}\right|; \tag{5}$$

约束条件:

$$\begin{cases} Q_p^{\max} = Q_{mp}, \\ W_1 = \int_{t_{1s}}^{t_{1e}} Q_p \mathrm{d}t = W_{1p}, \\ W_3 = \int_{t_{3s}}^{t_{3e}} Q_p \mathrm{d}t = W_{3p}。 \end{cases} \tag{6}$$

式中: $Q_p(\cdot)$ 和 $Q_d(\cdot)$ 分别为设计洪水流量和典型洪水流量; Δt 为时段间隔; $Q_p^{\max}, W_1, W_3$ 分别为所推求的设计洪水过程的洪峰流量和最大 1 日、3 日洪量; Q_{mp}, W_{1p}, W_{3p} 分别为设计标准对应的洪峰流量和最大 1 日、3 日洪量(时段可根据需要选定, 本文以 1 日、3 日时段为例); t_{1s}, t_{1e} 分别为最大 1 日洪量的开始时刻和结束时刻; t_{3s}, t_{3e} 分别表示最大 3 日洪量的开始时刻和结束时刻; m 为洪水过程离散个数。

具体求解时, 可将约束转换成罚函数的形式, 变约束优化问题为无约束松驰优化问题, 即有:

$$\min f = \sum_{i=2}^{m}\left|\frac{(Q_p(i) - Q_p(i-1)}{\Delta t} - \frac{(Q_d(i) - Q_d(i-1))}{\Delta t}\right| \times \Delta t^2 + M_1\left|Q_p^{\max} - Q_{mp}\right| \times \Delta t + M_2\left|\sum_{j=p}^{q} Q_p(j) \times \Delta t - W_{1p}\right| + M_3\left|\sum_{k=u}^{v} Q_p(k) \times \Delta t - W_{3p}\right|。 \tag{7}$$

式中: M_1, M_2, M_3 为罚因子; p, q 分别为最大 1 日洪量开始和结束的时段代号; u, v 分别为最大 3 日洪量开始和结束的时段代号。

3　ACS 算法与洪水过程缩放计算的结合

从式(7) 可以看出, 由于建立的优化模型自变量较多(等于洪水过程离散个数), 并具有多时段耦合特征, 用一般的系统方法进行求解的难度很大。蚂蚁觅食寻求最短路径问题与洪水过程缩放优化模型的求解有一定的相似性。如图 1 所示, 两者均是寻求代价最小的路径, 并且 ACS 算法的正反馈作用有助于快速发现较好的解; 分布式计算可避免迭代过程中的早熟现象; 启发性收敛使搜索过程中更早地发现可接受解成为可能[6]。因此, 具有全局搜索能力的 ACS 算法能适应这种优化问题的求解。

3.1　求解思路

ACS 算法求解优化问题时需经过以下 3 个步骤: (1) 把问题表达成一个路线图或类似的结构; (2) 确定启发式函数; (3) 为所优化问题定义一个适应度函数。下面就按照这 3 个步骤一一进行阐述。

(1) 结构概化。如图 1 所示, 为了更形象地模拟蚁群觅食行为, 虚拟了蚁穴和食物源 2 个点, 从而比

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

原洪水过程多了两个时段, 即第 1(m = 0)时段与第 Step+ 2(m + 1)时段。假设蚁群从蚁穴出发, 经多种可能路线(多种组合形式的解)寻找到食物源的最短路径。同样如图 1 所示, 待求洪水各时段流量离散成多个状态, 用节点来表示, 则蚂蚁在各节点按上述状态转移规则选择下一时段的流量状态节点。

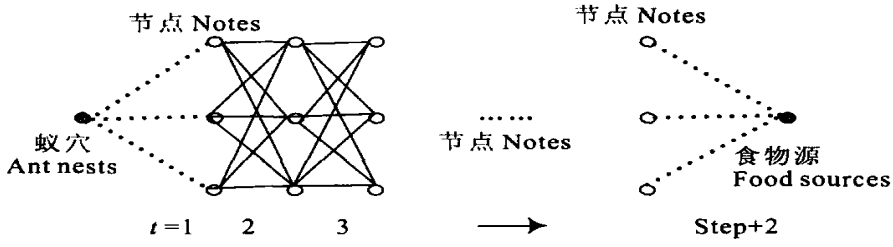

图 1 设计洪水计算的ACS 概化结构

Fig. 1 ACS sketch of design flood computation

(2) 启发式函数。按照目标函数应倾向于选择与原典型洪水过程相似的路径, 故从第 2 时段到 Step + 1 时段的启发式函数为:

$$\eta(r,s) = \left| \left(\frac{(Q_p(i) - Q_p(i-1))}{\Delta t} - \frac{(Q_d(i) - Q_d(i-1))}{\Delta t} \right) \times \Delta t^2 + C \right|^{-1} 。 \quad (8)$$

式中: C 为正实数, 添加此项是为了避免被 0 除; 而为了保证计算过程中的量纲一致, 特给(8)式右边部分项乘以 Δt^2。

第一时段启发式函数规定等于 1, 即仅利用先验信息素来选择下一阶段的流量状态; 最后一时段, 即 Step+ 2 时段, 不存在选择的问题, 因此不需定义启发式函数。

(3) 适应度函数。按照ACS 算法原理, 适应度函数取式(7)形式。式(7)的目标函数越小, 选择的路径(构造的解)信息素越有可能被加强。

3.2 ACS 算法流程

ACS 算法流程如图 2 所示。

4 实例计算

选用汉江石泉水库的典型洪水同频率放大来验证ACS 算法的适用性。表 1 列出了其百年一遇设计洪水和 1958 年典型洪水的特性值, 设计洪水计算时, 采用同频率放大的方式, 需保证洪峰流量、1 日洪量和 3 日洪量与设计值一致。

4.1 参数选择

(1)ACS 算法。参照旅行商问题(TSP)中 τ_0 参数的选择, 本文计算时 τ_0 取同倍比放大过程的适应度值的倒数。其他参数按照经验分别取: A = 1, B = 2, Q_0 = 0.9, α = 0.1, ρ = 0.1, 蚂蚁数目 m = 50, 设定重复运行 1 000 次[2,7]。

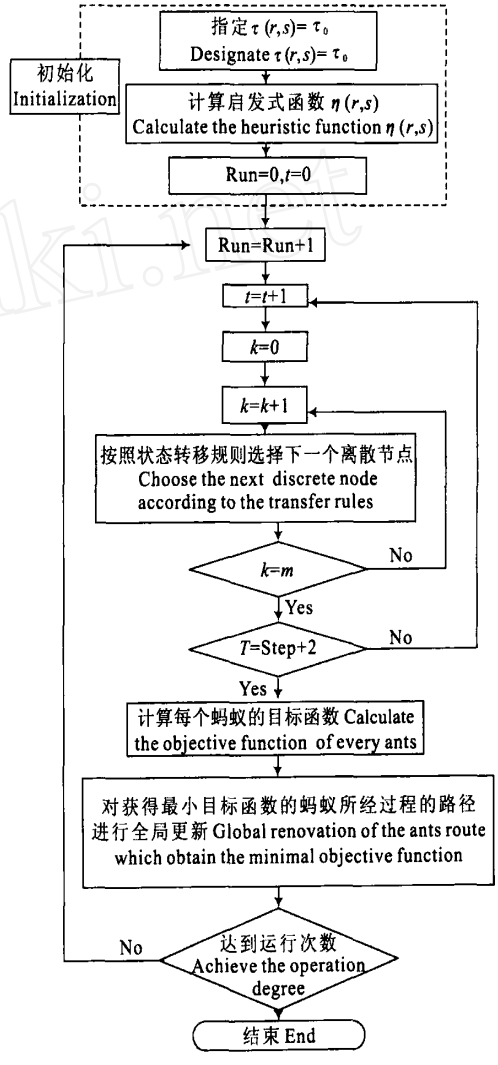

图 2 ACS 算法

Fig. 2 Ant colony system algorithm

(2) 惩罚系数。由于洪峰流量在求解时仅离散成 1 个值, 故式(7) $M_1 \left| Q_p^{\max} - Q_{mp} \right| \times \Delta t$ 项可略去; M_2

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

和M_3在本次计算中按经验均取为 10。

(3) 洪水时段和流量级别。按照原典型过程和控制时段, 总的洪水时段数为 21, 包括假设的第 1 时段和最后 1 个时段; 时段间隔 $\Delta t = 4$ h; 流量状态搜索范围限制在按设计频率同倍比放大洪水过程的 ±300 m^3/s 以内, 并离散成 60 个等分, 每 1 时段共有 61 个流量级别(第 1 时段、最后 1 时段和洪峰时段除外, 洪峰时段 $J_k(r)$ 仅取设计频率对应的洪峰流量 1 个级别)。

4.2　结果与分析

图 3 所示为随循环次数增加采用 ACS 方法时的目标函数变化情况; 图 4 所示为经过1 000次循环后, 用 ACS 算法所计算得到的洪水与石泉水库采用的设计洪水的过程线(人工修匀) 对比情况; 表 1 列出了石泉水库设计洪水的特征值以及采用 ACS 算法的计算洪水特征值。

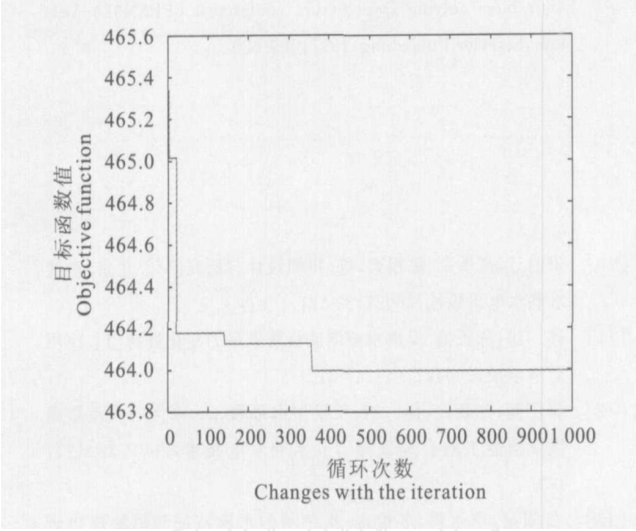

图 3　目标函数随循环次数的变化情况

Fig. 3　Objective function changes with the iteration

由图 3 可以看出, 随着循环次数的增加, 式(7) 的目标函数值逐渐减小, 经过大约 360 次循环后算法收敛, 基本稳定为 4.64 亿 m^3。

表 1　石泉水库典型洪水和设计洪水(1%) 的特征值

Table 1　Characteristic values of the typical flood and design flood (1%) for Shiquan reservoir

项目 Items	洪峰流量/($m^3 \cdot s^{-1}$) Peak flow	洪量/亿 m^3 Flood volumes	
		1 d	3 d
1958 年典型洪水 The typical flood	12 910	9.5	18.8
设计值 Design date	21 500	15.7	30.2
修匀计算 Calculation of modification	21 500	15.2	30.2
ACS 算法 Ant Colony System algorithm	21 500	15.6	30.8

从表 1 和图 4 可以看出, ACS 算法求得的放大洪水过程与原设计经过人工修匀计算的洪水过程基本重合, 所得洪水过程的 1 日洪量较原人工修匀过程更接近于设计要求, 而 3 日洪量略微偏大, 究其原因是优化模型中 3 日洪量项的惩罚系数与 1 日洪量项的惩罚系数均取同一值所致, 若适当加大 3 日项的惩罚系数, 将能减小 3 日洪量的偏差。

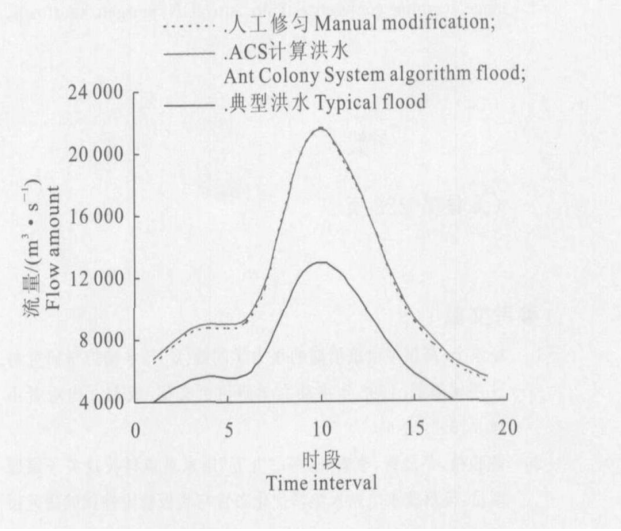

图 4　设计洪水过程线

Fig. 4　Design flood hydrograph

5　结　论

蚁群 ACS 改进算法是近年来新兴的一门仿生优化算法, 自产生起就展现出了其解决组合优化问题的强大活力。本文基于典型洪水过程的缩放可表达为组合优化问题, 且其求解过程与蚂蚁觅食行为相似, 故将其与蚁群 ACS 算法相结合, 进行了洪水过程同频率缩放的计算机化研究, 从而避免了人工修匀过程的任意化, 使设计洪水过程有效保持了原典型洪水的模式。在本文研究基础上, 还存在如下内容需要完善:

(1) 尽管蚁群 ACS 算法在求解洪水缩放优化模型时效果较好, 但与其他优化方法(例如遗传算法、模拟退火、粒子群算法等) 相比, 蚁群 ACS 算法的优越性如何, 以及比较指标的选取等, 尚需进一步研究。

(2) 洪水缩放优化模型中惩罚系数的确定, 现仍按经验来给定, 结合具体问题如何合理取值, 也有待于进一步研究。

(3) 蚁群算法自产生到现在, 虽然试验结果和实际应用的效果均较好, 但严格的理论体系尚不完整,

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

还有待进一步健全。

[参考文献]

[1] 李士勇. 蚁群算法及其应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2004.

[2] Marco D, luca M G. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(1): 1-26.

[3] Luca M G, Marco D. Ant-Q a reinforcement learning approach to the traveling salesman problem[C]. Proceeding of 12th machine learning conference. Palo Alto, CA: morgan kauffman, 1995: 252-260.

[4] 刘士新, 宋健海, 唐加福. 蚁群最优化—模型、算法及应用综述[J]. 系统工程学报, 2004, 19(5): 496-502.

[5] 水利部长江水利委员会水文局, 水利部南京水文水资源研究所. 水利水电工程设计洪水计算手册[M]. 北京: 中国水利出版社, 2001.

[6] 邹正达, 孙雅明, 张智晟. 基于蚁群化算法递归神经网络的短期负荷预测[J]. 电网技术, 2005, 29(3): 59-63.

[7] Colorni A, Marco D, Maniezzo V. An investigation of some properties of an "Ant algorithm"[C]. Proceedings of the parallel problem solving from nature conference (PPSN 92). Belgium: Elsevier Publishing, 1995: 509-520.

(上接第 228 页)

[参考文献]

[1] 杨永全. 高拱坝泄洪消能的水力学问题[C]//水动力学研究与进展编辑部. 1992 年水动力学研讨会文集. 成都: [出版者不详]. 1992: 52-61.

[2] 陈长植, 茅泽育, 李春花, 等. "九五"国家重点科技攻关子课题项目: 溪落渡水电站水垫塘优化布置与底板稳定性试验研究报告[R]. 北京: 清华大学水利水电工程系, 1999.

[3] 韩继斌, 袁玲玲, 肖兴斌. 从高拱坝的工程实践看构皮滩泄洪消能设计的可行性[J]. 长江科学院院报, 1997, 14(1): 7-11.

[4] 张声鸣, 陈 建. 水垫塘底板稳定研究[J]. 长江科学院院报, 1997, 14(3): 5-9.

[5] 刘仁山, 高树华, 孙思惠. 白山水电站泄洪消能试验研究[M]//邵维文, 赵文谦, 梁在潮, 等. 中国水利水电工程技术进展. 北京: 海洋出版社, 1999: 379-390.

[6] 刘之平, 刘沛清. 溪洛渡拱坝坝身可能最大泄量研究[R]. 北京: 中国水利水电科学研究院, 1997: 9-25.

[7] 孙 建, 陈长植. 平底水垫塘底板块失稳的数值模拟[J]. 水利学报, 2002, 33 (11): 84-88.

[8] 黄国强. 水垫塘消能建筑物的安全问题[J]. 云南水电技术, 2002(3): 55-58.

[9] 刘沛清, 李福田. 高坝下游水垫塘内典型六态演变问题研讨[J]. 水利学报, 2001, 32 (10): 38-43.

[10] 朱伯芳, 高季章, 陈祖煜, 等. 拱坝设计与研究[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2002: 122-127.

[11] 孙 建, 陈长植. 反拱水垫塘底板块上举力变化规律[J]. 应用力学学报, 2004, 21(4): 47-51.

[12] 崔广涛, 彭新民, 杨 敏. 反拱型水垫塘——窄河谷大流量高拱坝消能工的合理选择[J]. 水利水电技术, 2001, 32(12): 1-3.

[13] 吕阳泉, 李永祥, 冬俊瑞. 水垫塘的水流特征和消能规律研究[J]. 长江科学院院报, 2001, 18(1): 10-12.

[14] 黄种为, 陈 瑾. 高拱坝泄洪与水垫塘底板动水压力问题的试验研究[J]. 水利学报, 1992, 23 (11): 50-56.

[15] 尹洪昌, 苑润保. 泄水工程水力学[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 2002: 256-308.

[16] 孙 建. 高拱坝坝身泄洪和消能防冲[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2002: 23-40.

[17] 徐秉衡, 刘新纪. 溢流坝鼻坎挑流对岩基冲刷深度与位置的估算[C]//泄水建筑物消能防冲论文集编审组. 泄水建筑物消能防冲论文集. 北京: 水利出版社, 1980: 309-321.

[18] 饶冠生. 岩基挑流冲刷中岩体构造特性的影响和模拟试验问题[C]//泄水建筑物消能防冲论文集编审组. 泄水建筑物消能防冲论文集. 北京: 水利出版社, 1980: 352-363.

[19] 柴 华, 冬俊瑞, 李永祥. 热膜测速技术在高坝挑射水流特征与消能机理研究中的应用[C]//刘沛清. 泄水建筑物消能防冲论文选集. 北京: 中国科学技术出版社, 2000: 255-268.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net