

动力作用下块体式基础竖向振幅的计算研究^{*}

赵荣飞, 把多铎, 高 微, 王洪庆, 谌 磊, 王心勇

(西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100)

[摘 要] 考虑阻尼比和频比对动力作用下块体式基础竖向振幅计算的影响, 对质-弹-阻计算模式和质-弹计算模式在设定的阻尼比和频比下进行计算分析, 提出了在采用2种模式动力作用下块体式基础竖向振幅计算时的阻尼比和频比范围。

[关键词] 块体式基础; 竖向振幅; 阻尼比; 频比; 质-弹-阻计算模式; 质-弹计算模式

[中图分类号] TU 476⁺. 1

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2006)01-0162-03

随着工业的发展, 大型动力机械设备以及高精度仪器仪表、精密机床越来越多, 对其基础的振动限制也提出了更高要求。为了满足这种要求, 国内外关于基础振动的计算理论也取得了相应的发展。目前主要有2种理论^[1]: 一种是质量-弹簧模型理论(质-弹理论)及后来经过改善的质量-弹簧-阻尼器模型理论(质-弹-阻理论, 见图1), 另一种是刚体-半空间模型理论(半空间理论)。目前, 印度、俄罗斯和我国均采用质-弹-阻理论。本研究对质-弹-阻理论和质-弹理论用于动力作用下块体式基础竖向振幅(简称振幅)计算的条件进行了研究, 提出采用2种模式进行振幅计算的阻尼比和频比范围。

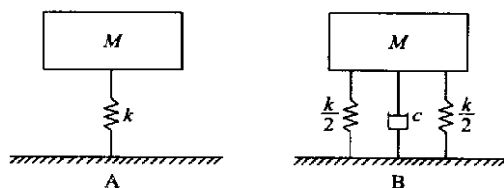


图1 质-弹及质-弹-阻模型

A. 质-弹模型; B. 质-弹-阻模型

Fig. 1 Mode of mass-spring and mass-spring-damper

A. Mode of mass-spring; B. Mode of mass-spring-damper

1 阻尼比对振幅计算的影响

1.1 基于质-弹-阻计算模式的振幅计算公式的建立

质-弹理论将实际的机器、基础和地基体系的振动问题简化为放在无质量弹簧上的刚体振动问题, 其中将基础、基础上的机器和附属设备, 以及基

础台阶上的土假定为刚体, 地基土的弹性作用以无质量弹簧的反力表示。为了考虑共振区的振动特性, 又在上述质-弹模型上加一新的元件阻尼器, 从而形成了质-弹-阻理论^[1], 运用该模型对简谐荷载 $P_z(t) = P_z \sin \theta t$ 作用下的块体式基础进行振幅计算时, 所建立的运动方程为:

$$M \ddot{z} + c\dot{z} + k_z z = P_z \sin \theta t \quad (1)$$

式中, M 为机组和基础的质量(kg); z 为基础竖向位移(m); $\dot{z}$ 为基础竖向速度(m/s); $\ddot{z}$ 为基础竖向加速度(m/s²); c 为阻尼系数; k_z 为地基的抗压刚度(N/m), $k_z = c_z F$, 其中 c_z 为天然地基抗压刚度系数(N/m³), F 为基础底面积(m²); P_z 为扰力幅值(N); θ 为机组强迫振动频率(rad/s); t 为扰力作用时间(s)。

$$\text{令 } \omega = \sqrt{\frac{k_z}{M}} \text{ 及 } D_z = \frac{c}{2\sqrt{M k_z}}$$

则式(1)可改写为:

$$\ddot{z} + 2D_z \omega^2 z = \frac{P_z \sin \theta t}{M} \quad (2)$$

式中, D_z 为竖向阻尼比, 是反映阻尼情况的基本参数(无量纲); ω 为基础垂直自振的圆频率(rad/s)。

式(2)的全解为:

$$z = A_1 e^{-D_z \omega t} \sin(\omega t + \delta_1) + A_2 \sin(\theta t - \delta) \quad (3)$$

式中, A_1 为有阻尼自由振动时基础竖向最大位移(m); δ_1 为阻尼力滞后于位移的相位角(rad); A_2 为纯强迫振动时基础的振幅(m); δ 为竖向位移与扰力的相位差(rad)。

* [收稿日期] 2005-05-09

[作者简介] 赵荣飞(1980-), 男, 江苏南通人, 在读硕士, 主要从事建筑结构工程研究。

[通讯作者] 把多铎(1956-), 男, 甘肃永登人, 教授, 硕士生导师, 主要从事水利水电工程研究。

由式(3)可知, 振动由两部分组成: (a) 自由振动, 其在短时间内即会消失; (b) 纯强迫振动, 其频率与扰力频率相同, 是自由振动消失后的稳态振动。若只考虑稳态振动 $A_z \sin(\theta t - \delta)$ 时, 有

$$z = A_z \sin(\theta t - \delta) \quad (4)$$

式中, A_z 同 A_z ; $\delta = \arctan \frac{2D_z \omega \theta}{\omega^2 - \theta^2}$

将式(4)代入式(2), 求解得

$$A_z = \frac{P_z}{k_z} \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2})^2 + 4D_z^2 \frac{\theta^2}{\omega^2}}} \quad (5)$$

式(5)即为质-弹-阻计算模式的振幅计算公式。

1.2 阻尼比对振幅计算公式的影响

$$\text{令式(5)中的 } \frac{P_z}{K_z} = A_{st}, \frac{1}{\sqrt{(1 - \zeta^2)^2 + 4D_z^2 \zeta^2}} = \eta$$

(其中 $\zeta = \frac{\theta}{\omega} > 0$)。

则式(5)可改写为:

$$A_z = A_{st} \eta \quad (6)$$

求 η 对 ζ 的导数^[2], 并令其等于零, 可求得振幅最大值 A_{zmax} , 此时对应的 $\zeta = \sqrt{1 - 2D_z^2}$ 。通常情况下 D_z 值较小, 计算时可将近似取为 1。

此时式(5)可简化为

$$A_z = \frac{P_z}{2k_z D_z} \quad (7)$$

考虑到 $D_z = \frac{c}{2\sqrt{Mk_z}}$, 当基础质量 M 及地基刚度 k_z 较小, 而阻尼系数 c 较大时, D_z 将取得较大值, 此时 ζ 将会大大减小。例如, 机器与基础之间加阻尼器(减振器)可大大提高阻尼比 D_z ^[3], D_z 可以达到 0.6 ^[4]。如果依次取 $D_z = 0.3, 0.5$, 并分别代入式(5)和式(7)进行计算, 发现由式(5)计算的振幅值分别较式(7)增大了 4.8% 和 15.5%。所以, 当阻尼比 D_z 值较大 (D_z 值大于 0.3) 时, 应按实际 ζ 值计算振幅, 这样所得结果将更为确切。

2 频比对振幅计算分析的影响

2.1 低频比基础振幅计算分析

通过上述计算可清楚地看出, 频比在振幅和阻尼的关系中起到了桥梁作用。那么频比 $\tau (\tau = 1/\zeta)$ 对振幅又有何影响呢? 由于低频比 ($\tau < 1$) 基础在启动和关机过程中经过共振区而发生共振时 $\zeta = 1$, 此时振动扰力 $P_{z共}$ 并未达到幅值 P_z , 所以按式(7)计算

所得振幅将大于实际值, 其比值为 $W = \frac{A_z}{A_{z共}} = \frac{P_z}{P_{z共}}$ 。

如果 W 值较大, 将会造成较大的设计误差。因此, 此时使用 $P_{z共}$ 进行振幅值的计算更为合理。此外, 当机组基础处于稳态振动时还应以扰力幅值 P_z 再次进行计算, 但需注意到此时的 ζ 将大于 1, 应按式(5)进行计算, 并将计算结果与前一次计算的振幅进行比较, 取较大值作为振幅设计值。

2.2 高频比基础振幅计算分析

对于高频比 ($\tau > 1$) 基础, 在运行全过程中可能都不会形成共振, 从而可以忽略阻尼作用(在设计时, 当 ζ 处于 $0.75 \sim 1.25$ ^[1] 的共振区范围时, 必须考虑阻尼对振动的衰减作用)。因此, 在进行振幅计算时, 可以按无阻尼的质-弹模式计算, 运用该模式得到的无阻尼振幅计算公式为^[5]:

$$A_{z\infty} = \frac{P_z}{k_z} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \theta^2} \quad (8)$$

2.3 采用质-弹模式进行振幅计算时的频比范围

为了力求计算准确, 可对频比 τ 的取值范围进行控制, 为此本研究做了以下简要计算。在计算中将误差极值 R 设定为 0.05, 阻尼比设定为 0.2。

$$\text{令 } R = \frac{A_{z\infty} - A_z}{A_{z\infty}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 0.16(\frac{\zeta}{1-\zeta})^2}} = 0.05$$

计算得 $\zeta = 0.56, \zeta = 1.78$ 或 $\tau = 1.78, \tau = 0.56$ 。

$$\text{令 } S = (\frac{\zeta}{1-\zeta})^2$$

当 $\zeta = 1$ 时, S 趋于 ∞ ;

当 $0 < \zeta < 1$ 时, S 随 ζ 减小而减小;

当 $\zeta > 1$ 时, S 随 ζ 增大而减小。

以上分析表明, 在 τ 大于 1.78 或小于 0.56 时, 可将误差控制在 0.05 以内。容易理解 $\tau = 1.78$ 为本研究所设定的高频比的下限值, 那么 $\tau = 0.56$ 应该如何看待呢? 结合低频比基础运行全过程, 可将其视为基础在稳态振动时, 按质-弹模式进行振幅计算的频比上限值。当频比处于 0.56~1.78 时, 应该按质-弹-阻模式进行计算。

3 结 论

(1) 阻尼比 D_z 决定了共振区内振幅计算时 ζ 的取值情况, 即当 $D_z > 0.3$ 时, 应按实际的 ζ 值进行振幅计算; 当 $D_z < 0.3$ 时, 可按 $\zeta = 1$ 进行振幅计算。

(2) 频比 τ 决定了振幅计算中何时可以不考虑阻尼, 即 $\tau = 1.78$ 的高频比基础振动全程和 $\tau < 0.56$ 的低频比基础稳态振动可以不考虑阻尼。

(3) 可以通过增大阻尼来减小共振时的振幅, 例如增大基础底面积和加大基础埋深。有试验^[6]表明, 某一基础当埋深由 0.75 m 增大到 1.5 m 时, 相应的共振振幅由 6.2×10^{-5} m/t 减小到 2.08×10^{-5} m/t, 主要原因是回填土导致基础振动系统的阻尼增加。

(4) 实际基础设计过程中, 为避开机器和基础共振区, 应根据机器和场地的实际情况分别采用高频比或低频比的基础。例如地基的抗压刚度较大, 抗力频率较低时, 可以考虑采用高频比基础; 相反, 则可以采用低频比基础。

[参考文献]

- [1] 杨位洸. 地基及基础[M]. 第3版. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998.
- [2] 龙驭球, 包世华. 结构力学教程: 下册[M]. 北京: 高等教育出版社, 1988.
- [3] 金问鲁. 地基基础实用设计施工手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995.
- [4] 陈炯. 动力基础的竖向振动分析[J]. 土木工程学报, 2002(4): 70-76.
- [5] 劳施 E. 机器基础[M]. 武汉钢铁设计研究院, 译. 武汉: 冶金工业出版社, 1981.
- [6] 栾鸿儒. 水泵及水泵站[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1993.

Research on vertical amplitude calculation of block foundation under dynamic action

ZHAO Rong-fei, BA Duo-duo, GAO Wei, WANG Hong-qing,
CHEN Lei, WANG Xin-yong

(College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A & F University, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: Considering effect of damping ratio and frequency ratio to vertical amplitude of block foundation under dynamic action, this paper adopts calculating mode of mass-spring-damper and mass-spring to make account and analysis on the assumption of damping ratio and frequency ratio, then provides the range of damping ratio and frequency ratio by using two modes to calculate vertical amplitude of block foundation under dynamic action.

Key words: block foundation; vertical amplitude; damping ratio; frequency ratio; calculating mode of mass-spring-damper; calculating mode of mass-spring