地下水位预报的相空间重构 神经网络模型研究

陈南祥^{1,2}, 曹连海², 徐建新²

(1 西安理工大学 水利水电学院, 陕西 西安 710048; 2 华北水利水电学院 岩工系, 河南 郑州, 450045)

[摘要] 为有效揭示水资源系统复杂的非线性结构及变化规律, 结合混沌理论、相空间重构理论与神经网络, 研究了地下水水位预测模型, 即通过相空间重构, 把一维地下水水位时间序列拓展为多维序列, 从而挖掘更为丰富的信息; 运用混沌方法构造训练样本并确定神经网络的网络结构, 用神经网络拟合相空间相点演化的非线性关系。实例计算表明, 该模型具有较高的预报精度。

[关键词] 地下水位; 预报模型; 混沌理论; 相空间重构理论; 神经网络

[中图分类号] P641.8

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2005)12-0139-04

地下水文系统可以通过数值模拟求解渗流模型和随机性模型来确定地下水的动态变化规律, 由于渗流模型需要较多的水文地质参数和实测数据, 加之地下水动态的影响因素存在着很大的时空变异, 因而对于一些资料缺乏、时空变异较大的研究区域来说, 该方法很难获得满意的预测结果; 随机性模型大多基于平稳序列或线性序列建模, 其成本小, 周期短, 适用于长序列的地下水动态模拟, 但由于地下水动态时间序列常常是非平稳的或非线性的, 因而其预测效果并不十分理想。

近年来, 混沌理论^[1,2]、分形理论^[3]、非线性预测方法^[4]以及神经网络^[5]的发展为研究这一问题提供了新的思路。这些方法的特点是从地下水动态的时间序列出发, 通过相空间重构、拓扑等技术计算表征地下水文系统特征的参数, 从而为确定系统性质和预测模式提供理论依据。混沌现象的发现开创了时间序列分析的一个新典型, 从时间序列研究混沌, 始于Packed等提出的重构相空间理论^[6]。随着混沌理论和应用技术研究的不断深入, 混沌时间序列的建模和预测已成为混沌信息处理研究领域中的热点。本文将混沌理论和神经网络相结合, 建立了一种相空间神经网络模型。根据宁陵县典型观测井23号井的数据, 运用混沌识别方法揭示了其地下水位变化的混沌特征, 并将相空间重构与神经网络结合应用于宁陵县地下水位时间序列的预报, 现将结果介绍

如下, 以期为地下水位预报和地下水资源管理提供参考。

1 相空间理论

大量研究^[1~4]表明, 地下水文系统可认为是一种混沌系统。地下水混沌特征的存在, 表明地下水水位是具有低维吸引子结构的非线性动力学系统, 地下水水位时间序列不是系统的简单输出, 而是包括了系统所有变量的过去信息, 同时蕴含着大量关于系统未来演化的信息。因此地下水水位时间序列不仅表征了地下水水位的变化, 而且反映了系统潜在吸引子的结构特征。

对单变量时间序列进行预测的传统统计理论, 一般是基于单时间的一维数据, 而且较多地采用线性模式。由于一维空间无法容纳 $D_2 > 1$ 维 (D_2 为关联维数) 的奇异吸引子, 所以会丢失许多关于吸引子演化的重要信息, 从而导致某些方面预报精度低或不可预报。传统统计预报理论的一个特点是, 一旦根据资料拟合出一个预报模式后, 其函数的形式原则上是不变的, 显然这不符合地下水文系统的实际演化情况。

要对地下水文动力学系统的未来演化行为作出预测, 就必须了解系统吸引子的拓扑结构或轨迹变化规律, 而相空间正是刻画吸引子拓扑结构的最理想、最直观的空间。为了构造时间序列的动力预测模

[收稿日期] 2005-04-11

[基金项目] 2004年河南省创新人才基金项目(04210003000); 华北水利水电学院青年科研基金项目(HSQG2004005)

[作者简介] 陈南祥(1958-), 男, 江苏张家港人, 教授, 在职博士, 主要从事水文地质、水文学及水资源的研究。

型,必须先重构地下水文动力学系统的相空间,即用时间序列来建立一个未改变动力学系统吸引子结构的高维空间。尽管地下水文系统演化行为的变量可以是众多的,但决定其长期演化行为的变量却可以是很少的几个。就混沌系统而言,只要有 $INT(2D_2 + 1)$ 个独立变量就可以对系统的长期行为进行充分描述。而且在相空间里,可以逐一考虑不同相点在不同时刻的演化情景,其预报模式里的函数形式可以因时间而异^[6]。

因此,对地下水位中长期变化的预测可以基于确定性动力系统这一基础,而不是简单的随机系统基础。如果用时间序列 $\{x_i\}$ 来求得地下水文动力学系统奇怪吸引子的分数维 D_2 ,那么就可以重建一个 $d = INT(D_2 + 1)$ ($l = 1, 2, \dots$) 维的高维相空间,然后对相点、相型进行统计描述,或通过建立非线性统计模式来进行预测^[6,7]。

2 混沌时间序列的相空间重构

相空间重构的目的是在高维相空间中恢复混沌吸引子。混沌吸引子作为混沌系统的特征之一,体现着混沌系统的规律性。对于决定系统长期演化的任一变量的时间序列,均包含了系统所有变量长期的演化信息。因此,可以从任一决定系统长期演化,且蕴含着系统参与运动的全部变量痕迹的单变量时间序列,恢复提取系统长期演化信息。时间序列的恢复特征是混沌系统所产生的某一特定轨迹(混沌吸引子),经过类似拉伸和折叠后演化的结束^[6]。

为了从实际的单因变量时间序列中估计出系统的信息,Packand^[6]在 1980 年提出了用时间序列重构吸引子的相空间图像。

设时间序列 $\{x_i\}$,其时间间隔是 Δt (单位时间)。对于 n 个变量的动力系统,有:

$$dx_i/dt = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

通过消元法,使其变换为一个 n 阶非线性微分方程,即

$$x^{(n)} = f(x, x^{(1)}, \dots, x^{(n-1)}) \quad (2)$$

变换后,新轨迹为

$$X(t) = (x(t), x^{(1)}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)) \quad (3)$$

(3)式描述了同样的动力学系统,其在由坐标 $x(t)$ 加上具 $(n-1)$ 阶导数的 $x^{(1)}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)$ 所构成的相空间中演变。代替这种连续变量 $x(t)$ 和其导数,可考虑不连续的时间序列和其 $(n-1)$ 时滞位移

$X(t) = [x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(n-1)\tau)]$,只要将时滞 τ 选作时间序列的时间尺度,将会保证延滞坐标线性无关。

设单变量时间序列为: $\{x(t_i), i = 1, 2, \dots, n\}$,延滞时间为 $\tau = k \cdot \Delta t, k = 1, 2, \dots$,则可将此时间序列延拓成 m 维相空间,即

$$X_i(t) = \{x(t_i), x(t_i + \tau), \dots, x(t_i + (m-1)\tau)\} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

式中, $X_i(t)$ 为 m 维相空间中的 1 个相点。任一相点 $X_i(t)$ 有 m 个分量, m 满足条件: $m = n - (m-1)k$ 。 m 维相空间中的一个相点表示系统在某个瞬时后的状态,而相点的连线构成了点在相空间中的轨迹,这条轨迹线便表示了系统状态随时间的演化情况。于是在 m 维相空间中得到了一个相型,从原则上讲,便有了足够的信息将体系的动态展现在多维相空间上来考察。

3 神经网络的基本原理

人工神经网络(ANN)是一种模拟人的神经系统建立起来的非线性动力学模型,具有自组织、自学习和联想记忆功能,并具有分布式、并行性和高度鲁棒性等特点。目前在系统识别、预测预报中,常用的是 BP 网络模型,并以 3 层 BP 网络为主,3 层 BP 网络建模结构如图 1 所示。

图 1 3 层前馈网络结构

Fig. 1 Structure of three-layer BP network

图 1 BP 网络模型有 h 个结点 $x_1, x_2, \dots, x_h$, 输出层为 1 个结点 y_0 , 其激励函数为

$$f(u) = \frac{1}{1 + e^{-u}} \quad (5)$$

确定 u 的方法有权衰减法、关联法、灵敏度法和突出特征法等,这里采用权衰减法, u 的表达式为

$$u = \gamma \sum_{i,j} [z_{i,j}]^2 \quad (6)$$

式中, $w_{i,j}$ 为权参数; γ 为规格化参数, $\gamma > 0$ 。

隐含层数目由参考文献[8]的方法确定。设输入层与隐含层之间的权为 V_{ij} , 阈值为 θ_j ; 隐含层与输出层之间的权为 W_{j0} , 阈值为 γ 。则各层神经元的输出满足下列公式

$$y_0 = f\left(\sum_{j=1}^p W_{j0} x'_j - \gamma\right) \quad (7)$$

$$x'_j = f\left(\sum_{i=1}^h V_{ij} x_i - \theta_j\right) \quad (8)$$

定义其输出误差为

$$E_B = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (\hat{y}_0^k - y_0^k)^2 \quad (9)$$

式中, p 为样本数; $\hat{y}_0^k, y_0^k$ 分别为第 k 个样本学习算法的输出值和实际值。

4 基于相空间重构与神经网络耦合的地下水水位预报模型

地下水系统中, 地下水水位为单变量时间序列 $\{x(t), i=1, 2, \dots, n\}$, 其观察时间间隔为 Δt 。对于这样的时间序列, 若要预测 $\{x(t_n+l), l=1, 2, \dots\}$, 首先应根据上述相空间重构理论, 按延滞时间 τ 对单变量时间序列 $\{x(t_i)\}$ 进行漂移, 以拓展成 m 维序列; 其次, 需要构造 BP 网络的结构形式; 然后, 选取学习网络的输入样本和期望输出。

4.1 确定相空间饱和和嵌入维数 m 和延滞时间 τ

在重构相空间中, 时间延迟 τ 和嵌入维数 m 的选取具有十分重要的意义。其选取方法有很多种, 一般可采用自相关法和复相关法计算 τ , 再用 G-P 算法计算 m ; 也可用 C-C 算法计算 τ 和 m 。 m 的计算要求数据资料序列较长, 在实际应用中, 对较短资料序列, 可根据相空间重构理论的基本思想, 在确定预测模型的结构时, 直接分别取 2, 3, 4, ... 维来重构相空间, 以最好的模拟预测结果来筛选嵌入维的取值。

4.2 建立网络模型

根据混沌时间序列的嵌入维数 m , 用 $m-1$ 作为网络的输入层节点数, 输出层节点数为 1。网络的输入、输出为:

学习样本输入:

$$\begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \dots & x(n-(m-1)\tau) \\ x(1+\tau) & x(2+\tau) & \dots & x(n-(m-2)\tau) \\ x(2+\tau) & x(3+\tau) & \dots & x(n-(m-3)\tau) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(1+(m-1)\tau) & x(2+(m-1)\tau) & \dots & x(n-1) \end{bmatrix}$$

期望输出:

$$\begin{bmatrix} X(1+(m-2)\tau) \\ X(2+(m-2)\tau) \\ X(3+(m-2)\tau) \\ \dots \\ M \\ x(n) \end{bmatrix}$$

4.3 学习

在确定了网络的输入、输出结构后, 可从已知序列中提取学习样本构成训练集, 对网络进行训练, 直至达到一定的误差精度要求为止。

4.4 预测

网络训练成功后, 把最后 $m-1$ 维相空间加入到网络输入中, 可实现对 $x(t_n+l)$ 的预测, 即建立了相空间重构与神经网络的耦合预报模型。

5 应用实例

本文利用相空间神经网络模型对宁陵县 23 号井的地下水水位时间序列进行了预报研究。为充分揭示地下水水位序列的动力学特性, 选用了 23 号井 1977~1996 年共 19 年, 间隔 5 d 测得(每月 6 次)的地下水水位资料, 对其混沌特征进行了研究。用自相关函数确定相空间延滞时间 $\tau=2$, 用饱和关联维数法确定相空间嵌入维数 $m=6$, 运用上述已知参数重构相空间, 参与建模的数据共有 1 368 个相点。

为了尽可能满足 BP 网络 Trainscg 函数的条件, 对一维地下水水位数据 $h(t_i)$ 序列作归一化处理, 即:

$$x_i = (h(t_i) - h_{\min}) / (h_{\max} - h_{\min}) \quad (10)$$

式中, $h_{\max}$ 和 $h_{\min}$ 分别为样本序列中的最大值和最小值。

采用的 3 层网络的输入层为 5 个节点, 隐含层为 10 个节点, 输出层为 1 个节点, 经 3 216 次迭代, 收敛误差达到标准, 学习结束。分析全部拟合数据, 其相对误差 $< 5\%$ 的有 663 个, $5\% \sim 10\%$ 的有 627 个, $10\% \sim 15\%$ 的有 26 个, $15\% \sim 20\%$ 的有 27 个。可见, 拟合数据中 98% 的数据相对误差小于 20%, 拟合效果较好。

根据训练好的网络参数, 预测 1997~1998 年的地下水水位, 并与实测数据对比, 为了更具直观性, 本文选取 1997~1998 年每月 1 日的数据进行对比, 其结果如表 1 所示。对预报数据和实测数据进行分析, 可知在 2 年 144 次预报数据中, 相对误差 $< 5\%$ 的有

61 次,5%~10%的有 43 次,10%~15%的有 27 次,15%~20%的有 12 次,仅有 1 次相对误差 > 20%。这一结果表明,所建预报模型的预报效果良好。

表 1 宁陵县 23 号井 1997~1998 年地下水位预测值与实测值的比较

Table 1 Compared result of the forecasting and actual measure at 23 well Ninglin County in 1997-1998

年份 Year	项目 Item	日期 Date											
		01-01	02-01	03-01	04-01	05-01	06-01	07-01	08-01	09-01	10-01	11-01	12-01
1997	实测值 Actual value	5.23	5.31	5.54	5.27	5.45	5.51	6.36	5.20	5.08	5.28	5.40	5.37
	预测值 Forecast value	5.36	5.38	5.46	5.06	5.03	4.92	5.06	5.11	4.94	5.44	5.57	5.93
	相对误差/% Error	2.48	1.32	1.46	3.98	7.71	10.70	20.44	1.73	2.76	3.03	3.15	10.42
1998	实测值 Actual value	5.53	5.26	5.19	5.10	5.02	4.84	5.08	5.14	5.06	5.23	5.28	5.20
	预测值 Forecast value	5.42	5.01	5.44	5.63	5.31	4.96	4.83	4.56	4.78	5.31	5.54	5.43
	相对误差/% Error	1.99	4.75	4.82	10.39	5.78	2.48	4.92	11.28	5.53	1.51	4.92	4.42

6 结 论

1) 本研究表明,将混沌相空间理论用于地下水文系统的中长期预测,可以更多地挖掘和利用地下水时间序列中所包含的丰富信息,揭示地下水文动力学系统复杂的运动规律。

2) 将混沌相空间重构理论与神经网络模型相结合,对揭示地下水文动力学系统复杂的非线性结构是很有效的,它是不同于传统确定性和随机性预测

方法的一种新途径。对宁陵县 23 号井地下水位预测的实际应用表明,相空间重构神经网络模型是可行的,对于地下水位的中长期变化有较高的模拟预报能力,预报结果较为理想。

3) 本文的研究是初步的,还需进一步研究地下水动态的混沌特征、时间延迟 τ 和嵌入维数 m 的确定方法及模拟预报精度等;还需对相空间重构理论与其他相关理论、技术相结合的更好方法进行探索,如遗传算法、小波变换算法等。

[参考文献]

- [1] 宋宇,陈家军,孙雄. 地下水水位时间序列中的混沌特征[J]. 水文地质工程地质, 2004, (1): 14-18.
- [2] 陈南祥,张金炳,张民安. 一维水文要素时间序列的可预报时间尺度研究[J]. 灌溉排水, 2002, (1): 41-44.
- [3] 王锦国,周志芳. 基于分形理论的裂隙岩体地下水溶质运移模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(8): 1358-1362.
- [4] 秦四清,张倬元,王士天,等. 地下水动态预测的非线性动力学方法[J]. 工程勘察, 1995, (2): 38-41.
- [5] 丁志雄,陈南祥,苏万益. 地下水资源系统人工神经网络模型的建立与应用[J]. 工程勘察, 1999, (2): 42-45.
- [6] 林振山. 长期预报的相空间理论和模式[M]. 北京: 气象出版社, 1993.
- [7] Sivakumar B, Liang S Y, Liaw C Y, et al. Evidence of chaotic behavior in Singapore rainfall[J]. Journal of the American Water Resources Association, 1998, 34(2): 301-310.
- [8] 张立明. 人工神经网络的模型及其应用[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1993.

The model of phase space reconstruction and neural network in the groundwater level

CHEN Nan-xiang^{1,2}, CAO Lian-hai², Xu Jian-xin²

(1 Xi'an University of Technology, Institute of Water Resources and Hydro-Electric Engineering, Xi'an, Shaanxi 710048, China;

2 North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Geotechnical Engineering, Zhengzhou, Henan 450008, China)

Abstract: In order to discover the complicated nonlinear structure and movement law of the water-resource system, in this paper the forecasting models for the water level of groundwater were researched integrating chaos, reconstruction of phase space and neural network. One dimension water level series was developed into multi-dimension water level series with reconstruction of phase space, and that multi-dimension series included the ergodic information. Training data construction and networks structure were determined by chaotic phase space, fitting nonlinear relationship of phase points with neural networks. The example indicates the model is of high forecasting precision.

Key words: the groundwater level; forecasting model; the theory of chaos; the theory of phase space reconstruction; neural network