

扩散对斑块上食饵-捕食种群生存的影响^{*}

吴月宁^{1a}, 张辉², 赵惠燕^{1b}, 刘光祖^{1a}

(1 西北农林科技大学 a 生命科学学院, b 植物保护学院, 陕西 杨凌 712100;

2 咸阳师范学院 数学系, 陕西 咸阳 712000)

[摘要] 建立了2个斑块上种群扩散的食饵-捕食系统, 主要研究了当其中一个斑块受到输入量存在极限值的外来毒素污染时, 扩散对2个斑块上3个种群生存的影响。结果表明, 当扩散存在且扩散率满足一定条件时, 食饵种群和捕食者种群在未来时刻将全部灭绝; 而当扩散率满足另一条件时, 食饵种群和捕食者种群将持续生存, 进而会影响斑块上的生物多样性。

[关键词] 食饵; 捕食者; 斑块; 毒素污染; 种群扩散; 种群数量

[中图分类号] Q 141; Q 145⁺. 1

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2005)10-0021-03

许多学者研究过种群扩散对斑块上种群生存的影响, 对于自治的单种群扩散系统, Hastings^[1] 证明如果扩散系统存在正平衡点, 则对充分大的扩散率平衡点是稳定的。CU I J ing-an 等^[2] 研究了脆弱斑块环境中, 扩散对单种群永久持续生存和灭绝的影响, 认为同一种群在某些扩散率下可持续生存, 而在另一些扩散率下则会导致灭绝。杨卓琴等^[3] 建立了2个斑块的单种群扩散系统, 研究了在外界毒素输入量存在极限值的情形下, 扩散对受污染斑块上 Logistic 种群生存的影响, 认为无扩散时, 若此极限值超过某一值, 则污染斑块上的种群趋于灭绝; 当扩散存在且2个斑块上种群的扩散系数满足一定条件时, 该系统的种群永久生存或灭绝。HU I J ing^[4] 和帅智圣等^[5] 分别研究了单种群扩散时滞系统的持久性和单种群在2个及以上斑块间扩散时概周期解的存在性、稳定性和唯一性。SON G X in-yu 等^[6] 研究了由 n 个斑块组成的一类带扩散的食饵-捕食系统的持续生存和全局渐近稳定的条件。目前, 还有一些学者用偏微分方程组解决扩散问题, 如唐仲伟等^[7] 讨论了带Holling-Tanner 相互作用项的2种群Lotka-Volterra 生存竞争模型; 窦家维等^[8] 用偏微分方程组研究了当种群对时间及空间有依赖性时, 具有扩散性的捕食与被捕食生态系统的稳定性。

目前, 基于种群扩散对不同斑块上生物多样性影响的研究很少, 为此作者研究了在毒素污染和种

群扩散的共同作用下, 不同斑块上的食饵-捕食种群数量的动态演替规律, 及其对生物多样性的影响。

1 模型建立

杨卓琴等^[3] 建立了2个斑块的单种群扩散系统, 为了进一步研究种群扩散对生物多样性的影响, 本文引入了食饵种群和捕食者种群。

假设所建立的系统是由斑块 I 和斑块 II 组成, $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 分别为食饵种群在斑块 I 的数量和扩散到斑块 II 的数量, $x_3(t)$ 为斑块 II 上以种群 $x_2(t)$ 为食饵的捕食者种群的数量。食饵种群 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 可以在2个斑块上运动, 捕食者种群只在斑块 II 中, 并且只有斑块 I 上的种群受污染毒素的侵袭, 并令斑块 I 上外界毒素的输入量 $u(t)$ 满足: $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = u^*$, 其中 u^* 为正常数。

定义^[3]: 若 $\lim_{t \rightarrow +\infty} x_i(t) = 0$ ($i = 1, 2, 3$), 则称系统的种群 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ 走向灭绝; 若 $m \leq \lim_{t \rightarrow +\infty} x_i(t) \leq M$ ($i = 1, 2, 3$), 则称系统的种群永久生存, m 和 M 均为正常数。

数学模型考虑如下系统(M_1 和 R):

$$(M_1): \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1(r_1 - r_0 C_0(t) - a_1 x_1) + D_1(x_2 - x_1) & (1) \\ \frac{dx_2}{dt} = x_2(r_2 - a_2 x_2 - b_2 x_3) + D_2(x_1 - x_2) & (2) \\ \frac{dx_3}{dt} = x_3(-r_3 + a_3 x_2 - b_3 x_3) & (3) \end{cases}$$

^{*} [收稿日期] 2005-03-01

[作者简介] 吴月宁(1978-), 女, 吉林省吉林市人, 助教, 在读硕士, 主要从事生态数学研究。

[通讯作者] 刘光祖(1948-), 男, 陕西千阳人, 教授, 主要从事生态数学研究。

$$(R)^{[3]}: \begin{cases} \frac{dC_E(t)}{dt} = -hC_E(t) + u(t) \\ \frac{dC_0(t)}{dt} = kC_E(t) - (g+m)C_0(t) \end{cases}$$

式中, r_0 为正常数, 代表毒素存在时斑块 I 上种群的死亡率; r_1 和 r_2 为正常数, 分别代表无毒素时种群 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的内禀增长率; r_3 为种群 $x_3(t)$ 无食物时的死亡率; $C_0(t)$ 和 $C_E(t)$ 分别代表斑块 I 上种群体内的毒素浓度和斑块环境 I 中的毒素浓度^[3]; D_1 和 D_2 为食饵种群从斑块 II 到斑块 I 以及从斑块 I 到斑块 II 的扩散系数; $a_1, a_2, a_3, b_2, b_3, h, g$ 和 m 皆为正常数。

当 $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = u^* > 0$ 时, 解方程组 (R) 得:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} C_E(t) = \frac{u^*}{h} = C_E^* > 0$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} C_0(t) = \frac{kC_E^*}{g+m} = \frac{ku^*}{h(g+m)} = C_0^* > 0$$

2 扩散对种群的作用

下面讨论当 $C_0^* \geq \frac{r_1}{r_0}$ (污染斑块上外界毒素输入量达到极限值时, 污染斑块上的种群内禀增长率为负, 即发生扩散的条件) 时, 系统 (M₁) 中 3 个种群在 2 个斑块上全部灭绝和持续生存的条件。

(1) 讨论种群在 2 个斑块扩散时系统 (M₁) 中种群走向灭绝的条件。

定理 1: 若 $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = u^* > 0$, 则当 $r_2 < D_2 - D_1 < r_0 C_0^* - r_1$ 和 $a_3 - b_2 < 0$ 时, 系统 (M₁) 的种群将全部灭绝。

证明: 令 $V(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$, 沿系统 (M₁) 的解计算 $V(t)$ 的导数, 根据式 (1)~(3) 可得:

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_{M_1} = x_1(r_1 - r_0 C_0(t) + D_2 - D_1) + x_2(r_2 + D_1 - D_2) - r_3 x_3 - a_1 x_1^2 - a_2 x_2^2 - b_3 x_3^2 + (a_3 - b_2)x_2 x_3 \leq$$

$$x_1(r_1 - r_0 C_0(t) + D_2 - D_1) + x_2(r_2 + D_1 - D_2) - r_3 x_3 + (a_3 - b_2)x_2 x_3, \text{ 则 } t \rightarrow +\infty \text{ 时, 当 } r_1 - r_0 C_0^* + D_2 - D_1 < 0, r_2 + D_1 - D_2 < 0 \text{ (即 } r_2 < D_2 - D_1 < r_0 C_0^* - r_1) \text{ 且 } a_3 - b_2 < 0 \text{ 时, } \left. \frac{dV}{dt} \right|_{M_1} < 0, \text{ 此时有:}$$

$V(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow +\infty)$, 所以此时 2 个斑块上的种群全部灭绝。定理证毕。

(2) 讨论种群在 2 个斑块扩散时系统 (M₁) 中种群持续生存的条件。

首先从如下动力系统^[9]着手研究:

$$(M_2): \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1(r_1 - r_0 C_0^* - a_1 x_1) + D_1(x_2 - x_1) \\ \frac{dx_2}{dt} = x_2(r_2 - a_2 x_2 - b_2 x_3) + D_2(x_1 - x_2) \\ \frac{dx_3}{dt} = x_3(-r_3 + a_3 x_2 - b_3 x_3) \end{cases}$$

其中 $C_0^* = \lim_{t \rightarrow +\infty} C_0(t)$ 。

定理 2^[3]: 对所有的 $t \geq 0$, 系统 (M₂) 存在满足 $x_1(0) = \xi_1, x_2(0) = \xi_2$ (ξ_1 和 ξ_2 都是正常数) 的唯一解 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$, 且存在 $M > 0, \tau > 0$, 使 $t \geq \tau$ 时, 有 $x_i(t) \leq M$, 式中 $i = 1, 2$ 。

定理 3: 当 $r_1 - r_0 C_0^* + D_2 - D_1 > 0, r_2 + D_1 - D_2 > 0$ 且 $x_2(t) \geq \frac{2r_3}{a_3 - b_2}$ 时, 2 个斑块上的 3 个种群将持续生存。

证明: 令 $W(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$, 沿系统 (M₂) 的解计算 $W(t)$ 的导数:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= x_1(r_1 - r_0 C_0^* + D_2 - D_1) + x_2(r_2 + D_1 - D_2) + \\ &r_3 x_3 - a_1 x_1^2 - a_2 x_2^2 - b_3 x_3^2 + (a_3 - b_2)x_2 x_3 - 2r_3 x_3 \geq \\ &m(x_1 + x_2 + x_3) - k(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + [(a_3 - b_2)x_2 x_3 - 2r_3 x_3] \geq \\ &m(x_1 + x_2 + x_3) - k(x_1 + x_2 + x_3)^2 + [(a_3 - b_2)x_2 x_3 - 2r_3 x_3] \end{aligned}$$

式中, $m = \min\{r_1 - r_0 C_0^* + D_2 - D_1, r_2 + D_1 - D_2, r_3\} > 0; k = \max\{a_1, a_2, a_3\}$ 。当 $(a_3 - b_2)x_2 x_3 - 2r_3 x_3 \geq 0$ (即 $x_2(t) \geq \frac{2r_3}{a_3 - b_2}$) 时, 有: $\frac{dW}{dt} \geq W(m - kN)$ 。

$\frac{dN}{dt} = N(m - kN)$ 是 Logistic 方程, 有唯一的正平衡点 $\bar{N} = \frac{m}{k}$, 所以有 $\bar{W} \geq \bar{N} = \frac{m}{k}$, 这里 $\bar{W}$ 为 $x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$ 在平衡点的种群数量, 即: $x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) \geq \frac{m}{k}$, 所以此时 2 个斑块上的 3 个种群是有下界的。综合定理 2 可知, 种群既有下界又有上界, 所以 2 个斑块上 3 个种群各将持续生存。

3 结论与讨论

由定理 1, 2 和 3 可以看出, 控制被污染斑块和未被污染斑块之间种群的扩散系数可以影响 2 个斑块上种群的生存或灭绝。如果希望被污染斑块上的种群能够持续生存, 可以建立其与一个未被污染斑块之间的廊道, 以保证污染斑块上种群能够持续生存, 进而保护生存受到威胁的种群的生物多样性。

本研究所讨论的是一种简单的种群扩散系统, 当满足定理 1 的条件时, 3 个种群全部灭绝, 此时扩散引起斑块种群数量状态的变化, 因此也必然会引

起生物多样性的改变; 当满足定理3时, 3个种群可以持续生存, 这时扩散对生物多样性的影响将是一个较复杂的过程, 难以用本研究的结果说明。

保护生物多样性工作是一项非常复杂的工作,

仅考虑种群的数量动态变化规律是远远不够的, 还要基于空间分析^[10]等进行生物多样性的保护, 这有待于今后进一步研究。

[参考文献]

- [1] Alan Hastings Dynamics of a single species in a spatially varying environment: the stabilizing role of higher dispersal rates[J]. Journal of Mathematical Biology, 1982, 16: 49- 55
- [2] CUI Jing-an, CHEN Lan-sun The effect of diffusion on the time varying Logistic population growth[J]. Computers Math Applic, 1998, 36(3): 1- 9
- [3] 杨卓琴, 陆启韶, 杨在中 扩散对污染斑块上Logistic 种群生存的影响[J]. 河南师范大学学报, 2002, 30(3): 1- 4
- [4] HUI Jing Permanence and global asymptotic stability for one-species diffusing system with time delay[J]. 生物数学学报, 2002, 17(2): 179- 184
- [5] 帅智圣, 王 克 单种群扩散模型的正概周期解[J]. 江西师范大学学报(自然科学版), 2002, 26(4): 319- 323
- [6] SONG Xin-yu, YE Kai-li Conditions for global stability of n-patches ecological system with dispersion[J]. Journal of Mathematical Research & Exposition, 2001, 21(3): 329- 333
- [7] 唐仲伟, 萧 礼 一类反应扩散方程组的渐近性态[J]. 西北师范大学学报(自然科学版), 2001, 37(1): 5- 12
- [8] 冀家维, 张万民 一类具有扩散的捕食与被捕食动力系统的研究[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 2002, 30(1): 6- 10
- [9] 马知恩, 周义仓 常微分方程定性稳定性方法[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [10] 江 洪, 马克平, 张艳丽, 等 基于空间分析的保护生物学研究[J]. 植物生态学报, 2004, 28(4): 562- 578

The effect of diffusion on predator-prey system in patches

WU Yue-n ing^{1a}, ZHANG Hui², ZHAO Hui-yan^{1b}, LIU Guang-zu^{1a}

(1 a College of Life Sciences; b College of Plant Protection, Northwest A & F University, Yangling, Shaanxi 712100, China;

2 Mathematics Department, Xianyang Teachers' College, Xianyang, Shaanxi 712000, China)

Abstract: This paper sets up a predator-prey system with diffusion on two patches; the main study is how diffusion affects the three populations' existence when one of the two patches is polluted. If the amount of toxin on the polluted patch has a limitation and the population on the polluted patch may move between the two patches and the population on the unpolluted patch can not move to another patch, there will be the following solutions: if the rate of diffusion meets some condition, the two populations will die out; if the rate of diffusion meets the other one, the two populations can survive continuously, so the biodiversity will be affected.

Key words: prey; predator; patch; toxin pollution; diffusion; the number of population