小波滤波在大坝观测数据处理中的应用*

李智录,卢瑞章,沈 冰,王文焰

(西安理工大学 水利水电学院,陕西 西安 710048)

[摘 要] 采用回归分析直接处理大坝观测数据的方法容易受到噪声影响,针对这一情况,提出先对观测数 据进行小波滤波,然后再用一元线性回归分析对滤波后信号进行处理的新方法。仿真结果表明,与直接采用一元线 性回归分析法相比,该方法得到的待定系数更为准确。

[关键词] 一元线性回归分析; 小波滤波;	大坝观测数据			
[中图分类号] TV 131.4; TV 642	[文献标识码]	A	[文章编号]	1671-9387 (2005) 07-0103-05

混凝土坝原体观测是掌握坝的运行状态、保证 大坝安全运行的重要措施,也是检验设计成果、监察 施工质量和认识坝的各种物理量变化规律的有效手 段。通过观测所取得的大量数据,为了解大坝状态提 供了基础。但是,原始的观测成果往往只展示了事物 的直观表象。要深刻地揭示规律和作出判断,并从繁 多的观测资料中找出关键问题,还必须对观测数据 进行分辨,解析、提炼和概括。回归分析是研究变量 间统计规律的方法^[1],能帮助人们从大量的观测或 试验数据中,寻找隐藏在随机性后面的统计规律。因 此,其为了解大坝状态提供了一条技术途径。

很多情况下,噪声往往会严重污染信号,为了恢 复真实信号从而进行下一步的数据分析,必须滤除 噪声。小波滤波,就是利用具体问题的先验知识,根 据信号和噪声在不同尺度上的不同特性,构造相应 规则,对含噪信号的小换系数进行处理。处理的实质 在于减小甚至完全剔除由噪声产生的系数,同时最 大限度地保留真实信号的系数,最后由经过处理的 小波系数重构原信号,得到真实信号的最优估 计^[2.3]。

常用的方法是直接运用回归分析处理大坝观测 数据,该方法对噪声比较敏感,容易受到噪声影响, 针对这一不足,本文先对观测数据进行小波滤波,然 后再用一元线性回归分析对滤波后的信号进行处 理,以期寻求一种有效的大坝观测数据分析方法,为 大坝数据的精确处理和大坝状态的及时掌握提供科 学手段。

1 提升框架

提升框架^[4~7]由贝尔实验室的 Sw elden s 提出, 其从时域的角度来构造小波,具有极大的灵活性,非 常易于实现。

如图 1 所示, 信号 *S* ; 具有 2^{*i*} 个采样点, 小波变 换后分解为轮廓信号 *S* ;+ 1和细节信号 *d* ;+ 1。



Fig 1 Decomposition transformation of lifting scheme

提升框架从一个全新的角度来构造小波滤波 器,其分解变换分 3 步来完成:首先是分解,即把信 号分解为 2 个集合,1 个由偶数为下标的点 $S_{j,2l}$ 构 成,另1 个由奇数为下标的点 $S_{j,2l+1}$ 构成,每个集合 的长度为原始信号的一半,算子表达式为(偶数序 列,奇数序列)=分解(S_j)。第 2 步是预测,由于 2 个 集合中的点穿插分布在原始信号中,根据信号具有 相关性,可以由偶数为下标的点来预测奇数为下标 的点。用 d_{j+1} 表示以奇数为下标的点的真实值与其



2

] 高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划项目(2001-282)

[作者简介] 李智录(1962-),男,陕西扶风人,副教授,主要从事水利工程自动化研究。

预测值的偏差, 算子表达式为 d_{j+1} = 奇数序列- 预测(偶数序列)。第3步为修正, 即用偏差 d_{j+1} 修正偶数为下标的点, 使其保持原始信号 S_j 的一些特性, 例如均值不变或具有高阶矩, 算子表达式为 S_{j+1} = 偶数序列+ 更新 (d_{j+1}) 。

如图 2 所示, 从细节信号 d_{j+1} 和轮廓信号 S_{j+1} 出发, 依次进行反修正、反预测及合并, 就能完全重 建原始信号。反修正是用轮廓信号减去修正信号, 恢 复偶数为下标的信号, 即偶数序列= S_{j+1} - 更新 (d_{j+1}) 。反预测是用细节信号加上预测值, 恢复奇数 为下标的信号, 即奇数序列= d_{j+1} + 预测(偶数序 列)。合并是把 $S_{j,2l}$ 信号和 $S_{j,2l+1}$ 信号按下标次序合 并在一起, 即 $S_{j=}$ 合并(偶数序列, 奇数序列)。



图 2 提升框架的重建变换

Fig. 2 Reconstruction transformation of lifting scheme

2 小波域硬阈值滤波

假设有一组量测序列 y(i) = S(i) + n(i), i = 1,2, ..., N, 其中 $n(i) \sim N(0, \sigma^2)$ 为高斯白噪声, 基于 离散小波变换的硬阈值滤波算法步骤为^[8]: (1) 对 量测信号 Y 作小波变换, 得到小波系数 W_r ; (2) 令 阈值 $t = c \cdot \sigma$, 其中 σ ; 为噪声在各个尺度的标准差, c 为滤波阈值参数, 一般取值在 3 与 4 之间。若 $|W_Y(i)| = t, 则 \hat{W}_Y(i) = W_Y(i); 若 |W_Y(i)| < t, 则$ $\hat{W}_Y(i) = 0$; (3) 由 \hat{W}_Y 重建得到信号 \hat{Y}_s .

3 一元线性回归分析

若 y 与 x 的关系可用下式来表达, 即

$$y = \beta_0 + \beta x + \epsilon \tag{1}$$

式(1)称为 y 关于 x 的一元线性理论回归方程,亦 即一元线性回归的数学模型。式中, y 是服从正态分 布 $N(\beta_{0}+\beta_{x},\sigma^{2})$ 的随机变量; x 是一般变量, 即认 为其是可以精确测定或严格控制的; β_{0},β 是待定系 数,称为回归系数; ϵ 表示除 x 以外的其他随机因素 及观测误差对 y 的影响的总和, 是服从正态分布 $N(0,\sigma^{2})$ 的随机变量。 回归系数 β⁰ 和 β 是从母体资料来的, 实际上是 不能真正求得的, 观测值是从母体中抽取的子样, 因 此, 只能从子样来估计母体的参数。通过子样建立的 经验回归方程为:

$$y = b_0 + bx \tag{2}$$

式中, y 是经验回归值; b_0 和 $b \in \beta_0$ 和 β 的估计。

设子样容量为m,也就是说,有m组观测值 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_m, y_m)$ 。当 b_0 和b已经给定 时,对于每一个 x_i (i=1, 2, ..., m),由式(2)可以 确定一个回归值 $y_i = b_0 + bx$ 。称 $\delta_i = y_i - y_i$ 为残差, 对于所有的 x_i ,为使 y_i 与 y_i 的偏离程度最小,可取 残差平方和来表示总的偏离程度,即

$$Q = \sum_{i=1}^{m} (y_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^{m} (y_i - b_0 - bx_i)^2 (3)$$

令Q = m in,根据微分学中的极值原理, b_0 和b应是下列方程组的解:

$$\frac{\partial Q}{\partial b_0} = 0$$
$$\frac{\partial Q}{\partial b} = 0$$

对上式作化解,且将求和符号___ 简写作 ;,

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial b_0} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial b_0}}{\frac{\partial b_0}{\partial b_0}} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial b_0}}{\frac{\partial b_0}{\partial b_0}} = 0 \\ -2 & (y_i - b_0 - bx_i) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial b_0}}{\frac{\partial b_0}{\partial b_0}} = 0 \\ -2 & (y_i - b_0 - bx_i)x_i = 0 \end{cases}$$
(4)

解之得

得

$$\begin{cases} b = \frac{x_{i}y_{i} - \frac{1}{m} x_{i} y_{i}}{x_{i}^{2} - \frac{1}{m} x_{i}} \end{cases} (5) \\ b_{0} = y - bx \end{cases}$$

式中

$$\begin{cases} \overline{y} = \frac{1}{m} \quad y_i \\ \overline{x} = \frac{1}{m} \quad x_i \end{cases}$$
(6)

再取二阶偏导数
$$\frac{\partial^2 Q}{\partial b_0^2} = 2m$$
, $\frac{\partial^2 Q}{\partial b^2} = 2$, $x_{i_0}^2$ 因恒

有m > 0及 $x_i^2 > 0$,故 $Q(b_0, b)$ 是凹曲面。又因为

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

()。

横缝的开合度为

式中, y 的单位为mm。

(8)

式中,t为天数,最小间隔为 1;x为混凝土温度

y = 5.12 - 0.15x

轴方向的开合度。给x和v施加标准差分别为3和

0.75的白噪声,图4(a)是被噪声污染的坝体混凝土

图 3(a) 是坝体混凝土温度, 图 3(b) 是横缝沿坝

 $\frac{\partial Q}{\partial b_0} = 0$ 及 $\frac{\partial Q}{\partial b} = 0$,故所得到的 b_0 及b相应的Q是 凹曲面上的极值,即其必为极小值而不会是极大值。

仿真实例与结果分析 4

由实践经验知,横缝沿坝轴方向的开合度与其 附近坝体混凝土温度基本上呈线性关系。为了便于 讨论算法的效果,假设横缝沿坝轴方向的开合度与 其附近坝体混凝土温度已知。若坝体混凝土温度



图 3 坝体温度和横缝开合度







(b) 横缝开合度

Dam concrete temperature

Horizontal aperture open and close degree

图 4 被噪声污染的坝体温度和横缝开合度

Fig 4 Temperature of noise-polluted dam and open and close degree of horizontal aperture

滤波时选用 CDF (2, 2) 小波, 预测算子为 $p(n) = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}, n = 0, 1;$ 更新算子为 $u(m) = \{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\}, n = 0, 1;$ 更新算子为 $u(m) = \{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\}, n = 0, 1;$ 更新算子为 $u(m) = \{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\}, n = 0, 1;$ 更新算子为 $u(m) = \{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\}, n = 0, 1;$ 更新算子为 $u(m) = \{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\}, n = 0, 1;$ $\frac{1}{4}$ }, m = -1, 0。分解次数是 4 次, 滤波阈值参数 c 取为34, 仿真次数是100次。图5(a) 是滤波后的坝 体混凝土温度,图 5(b)是滤波后的横缝开合度。比 较图 3 和图 5 可以看出, 滤波后重建的信号非常接 近真实信号。

%



Dam concrete temperature

Open and close degree of horizontal aperture

图 5 滤波后重建的坝体温度和横缝开合度

Fig. 5 Denoised signals of dam temperature and horizontal aperture open and close degree

若用误差百分比来衡量对回归系数估计的准确 程度, 其表达式为:

106

Percent_{$$\beta$$} = $\frac{abs(\beta - b)}{\beta} \times 100\%$

 $\operatorname{Percent}_{\beta_0} = \frac{\operatorname{abs}(\beta_0 - b_0)}{\beta_0} \times 100\%$

式中, abs()表示取绝对值, $Percent_{\beta}$ 表示估计的误

差百分比, Percent_β表示估计 β⁰ 的误差百分比。 当横缝开合度所含白噪声的标准差为 0 75 时, 给坝体混凝土温度施加标准差为不同值的白噪声。 直接采用一元线性回归分析,回归系数估计值的误 差百分比见表 1。先用小波滤波,再采用一元线性回 归分析,回归系数估计值的误差百分比见表 2。

表 1 直接采用一元线性回归分析后回归系数估计值的误差百分比(横缝开合度所含白噪声标准差为 0.75)

Table 1Estimate value error percentage of regression coefficients in directly utilizing regression analysis
(standard deviation of white noise of Horizontal aperture open and close degree is 0 75)

估计值	标准差 Standard deviation									
Estm ate value	2 2	2 4	2 6	28	3 0	3 2	3 4	3. 6	3.8	4.0
Percent _β	8 783	10 28	11. 853	13 492	15. 186	16 926	18 702	20 505	22 326	24.159
Percent β_0	6 426 9	7. 522 1	8 673 2	9.8724	11. 112	12 386	13 686	15.005	16 339	17.68

表 2 采用小波滤波后一元线性回归分析回归系数估计值的误差百分比(横缝开合度所含白噪声标准差为 0 75)

Table 2 Estimate value error percentage of regression coefficients in utilizing wavelet denoising and then

regression analysis (standard deviation of white noise of Horizontal aperture open and close degree is 0 75) %

估计值	标准差 Standard deviation									
E stm ate value	2 2	2 4	2 6	28	3.0	3.2	3.4	3. 6	3.8	4.0
Percent _β	0 445 76	0 519 64	0 601 52	0 690 16	0 785 54	0.88916	0. 998 07	1. 113 6	1. 240 7	1. 369 8
Percent β_0	0 319 06	0 371 56	0 429 92	0 493 24	0 561 5	0. 635 8	0. 713 98	0 797 01	0 888 54	0. 981 56

当坝体混凝土温度所含白噪声的标准差为 3 时,给横缝开合度施加标准差为不同值的白噪声。直 接采用一元线性回归分析,回归系数估计值的误差 百分比见表 3。先用小波滤波,再采用一元线性回归 分析,回归系数估计值的误差百分比见表 4。

由表 1 和表 2 可以看出, 先用小波滤波, 再采用 一元线性回归分析得到 β 的估计误差百分比为 0 4% ~ 1.4%, β 的估计误差百分比为 0 3% ~ 1.0%; 直接采用一元线性回归分析, 得到 β 的估计 误差百分比为 8 8% ~ 24 2%, β 的估计误差百分 比为 6 4% ~ 17.7%。也就是说, 先用小波滤波, 再 采用一元线性回归分析所得回归系数的精度有较大 提高。类似地, 从表 3 和表 4 可以得出同样结论。

表 3 直接采用一元线性回归分析后回归系数估计值的误差百分比(坝体混凝土温度所含白噪声标准差为 3)

Table 3 Estimate value error percentage of regression coefficients in directly utilizing regression analysis

(star	dard deviation of	of white no ise of dam	concrete temperature is	3) %
-------	-------------------	------------------------	-------------------------	------

估计值	标准差 Standard deviation									
Estmate value	0 67	0.69	0.71	0 73	0.75	0.77	0 79	0 81	0 83	0.85
Percentß	15. 181	15. 182	15. 184	15. 185	15. 186	15. 187	15. 189	15.19	15. 191	15. 193
Percent _{β0}	11. 107	11. 109	11.11	11. 111	11. 112	11. 114	11. 115	11. 116	11. 117	11. 118

表 4 采用小波滤波一元线性回归分析回归系数估计值的误差百分比(坝体混凝土温度所含白噪声标准差为 3)

Table 4 Estimate value error percentage of regression coefficients in utilizing wavelet denoising

and then regression analysis	(standard deviation of white	no ise of dam	concrete temperature is 3)	
------------------------------	------------------------------	---------------	----------------------------	--

估计值	标准差 Standard deviation									
value	0 67	0 69	0 71	0 73	0. 75	0 77	0 79	0 81	0 83	0 85
Percent _β	0 773 51	0 776 24	0 779 31	0 782 05	0 785 54	0 788 3	0. 791 06	0 793 81	0 796 57	0. 799 33
Percent _{β0}	0.55157	0 553 85	0. 556 38	0. 558 67	0 561 5	0 563 8	0. 566 1	0 568 4	0 570 7	0 573

5 结 论

本文提出先用小波滤波, 再采用一元线性回归 分析, 而且在滤波中用到了提升框架, 该方法能够降 低小波变换的计算量。仿真结果表明,与直接采用一 元线性回归分析相比,本文的方案有较大的优越性, 回归系数的精度大大提高,取得了较好的结果。

[参考文献]

- 李珍照 混凝土坝观测资料分析[M] 北京:水利电力出版社, 1987.
- [2] Mallat S, Zhong S Characterization of signals from multiscale edges [J]. IEEE Trans Patt And Mach Intell, 1992, 14(7): 710-732
- [3] M allat S, Hw ang W L. Singularity detection and processing with wavelets [J]. IEEE Trans Inform Theory, 1992, 38(2): 617-643.
- [4] Sweldens W. The lifting scheme: a custom-design construction of biorthogonal wavelets [J]. Journal of Appl and Comput Harmonic A nalysis, 1996, 3(2): 186-200
- [5] Sweldens W. The lifting scheme: a new philosophy in biorthogonal wavelet constructions [A]. Laine A F, Unser M. Proceedings of SPIE Wavelet Applications in Signal and Image Processing [C]. New York: SPIE, 1995. 68-79.
- [6] Sweldens W. The lifting scheme: a construction of second generation wavelets [J]. Siam J M ath Anal, 1997, 29(2): 511-546
- [7] Kova evi J, Sweldens W. W avelet families of increasing order in arbitrary dimensions [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(3): 480-496
- [8] Zhang Lei, Bao Paul Denosing by spatial correlation thresholding [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems for V ideo Technology, 2003, 13
 (6): 535-538

Application of wavelet denoising in dam measured data

L I Zhi-lu, L U Rui-zhang, SHEN Bing, WANG Wen-yan

(College of Water Resource and Hydroelectricity Engineering, Xi an University of Technology, Xi an, Shaanxi 710048, China)

Abstract: The method of using directly regression analysis to deal with dam measured data is easily disturbed by noises In the paper a new method is proposed, where the measurement data are first denoised by the wavelet, and then the denoised signals are disposed by the one variant linear regression analysis Simulation results show that, compared with using one variant linear regression direct analysis, our method can get more accurate unknown coefficients

Key words: one variant linear regression analysis; wavelet denoising; dam measured data

%