

割离井公式反求水文地质参数的 流量-时间配线法*

常安定, 左大海, 刘元会

(长安大学 理学院, 陕西 西安 710064)

[摘要] 通过分析初始水位呈水平及抽水过程中井内定水位且上部和下部无流量补给时, 均质含水层中割离井渗流模型的井的出水量公式, 引进仅与相对井径有关的井流函数, 对出水量公式两边取对数, 将流量-时间配线法引入割离井法中反求水文地质参数; 其步骤与常用泰斯流量-时间配线法的步骤相似; 最后用实例验证了该方法的可行性。

[关键词] 割离井法; 流量公式; 水文地质参数; 理论曲线; 流量-时间配线法

[中图分类号] O357.3

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2005)07-0099-04

利用抽水试验反求水文地质参数的解析法需选用适合的非稳定井流公式, 在这些公式中使用最多的是泰斯公式, 为了用这个公式反求水文地质参数, 泰斯、雅各布、周文德等先后研究出一系列便于操作的方法, 如泰斯配线法^[1]、雅各布图解法^[2]、周文德作图法以及试算法^[3]等。随着计算机的普及和应用, 用计算机迭代法反求水文地质参数得到了广泛应用, 特别是近年来用优化方法反求水文地质参数, 如用遗传算法^[4]和模拟退火算法^[5]等, 正是由于这些求解方法的出现, 才使泰斯公式得到广泛应用, 即使在某些并不适宜的场所——如对潜水含水层的求参计算中。

对于潜水含水层的渗流计算, 李佩成教授经过多年的实践和深入的理论分析, 于1964年提出了一种适合潜水含水层地下水非稳定渗流计算的公式——割离井法系列公式^[6], 该公式已被广泛用于地下水渗流计算、地下水资源评价和综合评判中。同样, 如何利用割离井法系列公式反求水文地质参数, 也是迫切需要解决的问题。虽然割离井法的计算机求解工作已经完成^[7,8], 反求参数也得到了一些成果^[9-11], 但这些结果与目前常用的配线法、直线图解法等还有一些差距, 给实际应用带来不便, 特别是利用计算机反求参数还需要进一步研究。本研究试图通过对割离井法公式反求水文地质参数的流量-时间配线法进行研究, 以期水文地质参数的计算机计算提供参考。

1 割离井法的井流函数

对于均质含水层中的割离井, 若初始井水位为水平, 抽水过程中井内定水位且上部和下部无流量补给时, 井的出水量公式为^[6]:

$$Q(t) = 4\pi K h_0 S_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-\lambda_n^2 \beta t} \quad (1)$$

式中, K 为含水层渗透系数 (m/d); h_0 为进井水位 (m), 在忽略水跃值 Δh 时即为井的动水位, 此处取常数; $S_0 = H_0 - h_0$, 为井内定降深 (m), 其中 H_0 为含水层的初始厚度 (m); $B_n = \frac{J_1^2(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n x_0) - J_1^2(\lambda_n)}$, 为流量系数, 其中 $J_0(x)$ 和 $J_1(x)$ 分别为第一类零阶和一阶贝塞尔函数, λ_n 是自变量为 λ 的超越方程 $J_0(\lambda x_0)Y_1(\lambda) - J_1(\lambda)Y_0(\lambda x_0) = 0$ 的解, $Y_0(x)$ 和 $Y_1(x)$ 分别为第二类零阶和一阶贝塞尔函数, x_0 为相对井径 (无量纲), $x_0 = r_0/R_0$, 其中 r_0 为抽水井半径 (m), R_0 为取水半径 (m); $\beta = a/R_0^2$ (d), 其中 a 为水位传导系数 (m²/d), $a = \frac{T}{\mu} = \frac{KH_p}{\mu}$, μ 为给水度 (无量纲), H_p 为计算时段内含水层的平均厚度 (m), 此处取 $H_p = (H_0 + h_0)/2$; t 为抽水时间 (d)。

在公式(1)中, 令 $u = e^{-\lambda_n^2 \beta t}$, 则(1)式变为

$$Q = 4\pi K h_0 S_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_n u \lambda_n^2 \quad (2)$$

再令

* [收稿日期] 2004-09-21

[基金项目] 长安大学基础科学发展基金项目

[作者简介] 常安定(1964-), 男, 陕西大荔人, 副教授, 博士, 主要从事数学与地下水渗流理论研究。

$$W(u) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n u^{\lambda_n^2} \quad (3)$$

则(1)式简化为

$$Q = 4\pi K h_0 S_0 W(u) \quad (4)$$

由于 $\lambda_n (n=1, 2, \dots)$ 由相对井径 x_0 确定, 即由抽水井的井径 r_0 和取水半径 R_0 确定, 从而(3)式中的 $W(u)$ 仅与相对井径 x_0 有关, $W(u)$ 可作为理论曲线, 可称 $W(u)$ 为无上、下补给和井内定水位时割离井法流量公式的井流函数, 简称为井流函数。与泰斯公式类似, 有了井流函数, 便可引入反求参数的流量-时间配线法。

2 割离井法的流量-时间配线法

给(4)式两边取对数得

$$\ln Q = \ln(4\pi K h_0 S_0) + \ln[W(u)] \quad (5)$$

对 $u = e^{-\beta t}$ 两边取对数, 则得

$$\ln t + \ln \beta = \ln \left[\ln \frac{1}{u} \right] \quad (6)$$

对具体的抽水试验, K, β, h_0, S_0 可视为常数, 则式(5), (6)可变为

$$\ln Q = \ln[W(u)] + C_1 \quad (7)$$

$$\text{及} \quad \ln t = \ln \left[\ln \frac{1}{u} \right] - C_2 \quad (8)$$

式中, $C_1 = \ln(4\pi K h_0 S_0), C_2 = \ln \beta$, 均为常数。

由式(7)和(8)知: 当绘制 $\ln Q - \ln t$ 关系曲线时, 就相当于绘制 $\ln[W(u)] + C_1 - \ln \ln(1/u) - C_2$ 关系曲线, 或者说, 曲线 $\ln Q - \ln t$ 与 $\ln W(u) - \ln \ln(1/u)$ 形状相同, 仅是纵横坐标各差一个常数 C_1 和 $-C_2$ 。因而, 可以通过流量-时间配线求取参数。

表 1 不同时刻 t 的出水量 Q

Table 1 Discharges Q to different time t

t/d	$Q/(m^3 \cdot d^{-1})$	t/d	$Q/(m^3 \cdot d^{-1})$	t/d	$Q/(m^3 \cdot d^{-1})$
1	684	10	532	25	460
2	631	15	505	30	439
5	571	20	482		

解: 资料有 $r_0 = 1 \text{ m}, h_0 = H_0 - S_0 = 14 \text{ m}, x_0 = r_0/R_0 = 0.005$ 。

当 $x_0 = 0.005$ 时, 理论曲线的计算结果见表 2, 在双对数纸上作出此时的标准曲线, 记为图 1(a)。

根据给定的流量、时间数据, 在双对数纸上作出流量—时间曲线, 记为图 1(b)。

将对数纸上的图 1(b)重叠于图 1(a)之上并移动, 直至透明纸上的曲线尽可能多地与标准曲线的某一部分相重合。图 1(c)给出了 $\ln Q - \ln t$ 散点图与理论曲线 $\ln W(u) - \ln \ln(1/u)$ 的拟合图。

用流量-时间配线法估计参数的步骤如下:

(1) 先在双对数纸上作出 $W(u) - \ln(1/u)$ 曲线 (或在非对数纸上绘制 $\ln W(u) - \ln \ln(1/u)$ 曲线), 从而构成所谓的理论曲线 (或标准曲线)。作图时纵坐标为 $W(u)$, 横坐标为 $\ln(1/u)$ 。记此曲线为图 a。

(2) 将不同时期的出水量与时间关系曲线绘制在透明双对数纸上, 纵坐标为出水量 Q , 而横坐标为时间 t , 记此曲线为图 b。

(3) 在作出两图之后, 将图 b 重叠于图 a 之上, 并将其移动, 直至透明纸上的曲线尽可能多地与理论曲线的某一部分相重合。但应注意的是, 移动时必须保持坐标轴相互平行。

(4) 在两曲线重合的部分选取一个适宜的点, 并记下对应于该点的 $W(u), \ln(1/u), Q$ 和 t 的值, 将 $W(u)$ 和 Q 的值代入(4)式, 则可得:

$$K = \frac{Q}{4\pi h_0 S_0 W(u)}, \beta = \frac{\ln \frac{1}{u}}{t} \quad (9)$$

$$a = \beta R_0^2, \mu = \frac{K h_0}{a} = \frac{K(H_0 + h_0)}{2a} \quad (10)$$

3 实例计算

有一潜水含水层, 其厚度 $H_0 = 20 \text{ m}$, 试验井穿透含水层到达不透水底板, 井径 2 m 。在该井上进行定落程的抽水试验, 并将水位降 S_0 固定为 6 m , 在不同时刻 $t(d)$ 井的出水量 $Q (m^3/d)$ 由表 1 给出, 取水半径 200 m 。根据抽水资料, 用配线法对各水文参数进行估计。

在重合的曲线上取定点 $W(u), \ln(1/u), Q$ 和 t 的值, 代入公式(9), (10)可得计算结果为:

$$K = 5.079 \text{ m/d}, \beta = 0.0214 \text{ /d},$$

$$a = 855.59 \text{ m}^2/\text{d}, \mu = 0.100 \%$$

李佩成院士在文献[6]中, 将公式(1)中的无穷项简化为仅取前 4 项, 采用图表方法的求解结果为 $K = 5.0 \text{ m/d}, \beta = 0.02125/\text{d}, a = 850 \text{ m}^2/\text{d}, \mu = 0.1$, 与本文研究结果十分相近。可见将流量—时间配线法引入割离井法公式反求潜水含水层的水文地质参数是可行的, 由于该方法易操作, 且应用十分广

泛, 对于反求潜水含水层的水文地质参数有一定的 实际意义。

表 2 相对井径 0.005 时的理论曲线计算结果

Table 2 Calculating result of theoretical curve at the relative diameter of the well 0.005

u	$W(u)$	$\ln(1/u)$	$\ln \ln(1/u)$	$\ln W(u)$
0.1	0.039 651 9	2.302 59	0.834 032	- 3.227 62
0.2	0.053 665 0	1.609 44	0.475 885	- 2.924 99
0.3	0.064 057 6	1.203 97	0.185 627	- 2.747 97
0.4	0.072 630 2	0.916 291	- 0.087 421 6	- 2.622 37
0.5	0.080 062 2	0.693 147	- 0.366 513	- 2.524 95
0.6	0.086 695 6	0.510 826	- 0.671 727	- 2.445 35
0.7	0.092 731 1	0.356 675	- 1.030 93	- 2.378 05
0.8	0.098 297 9	0.223 144	- 1.499 94	- 2.319 75
0.9	0.103 485 0	0.105 361	- 2.250 37	- 2.268 33

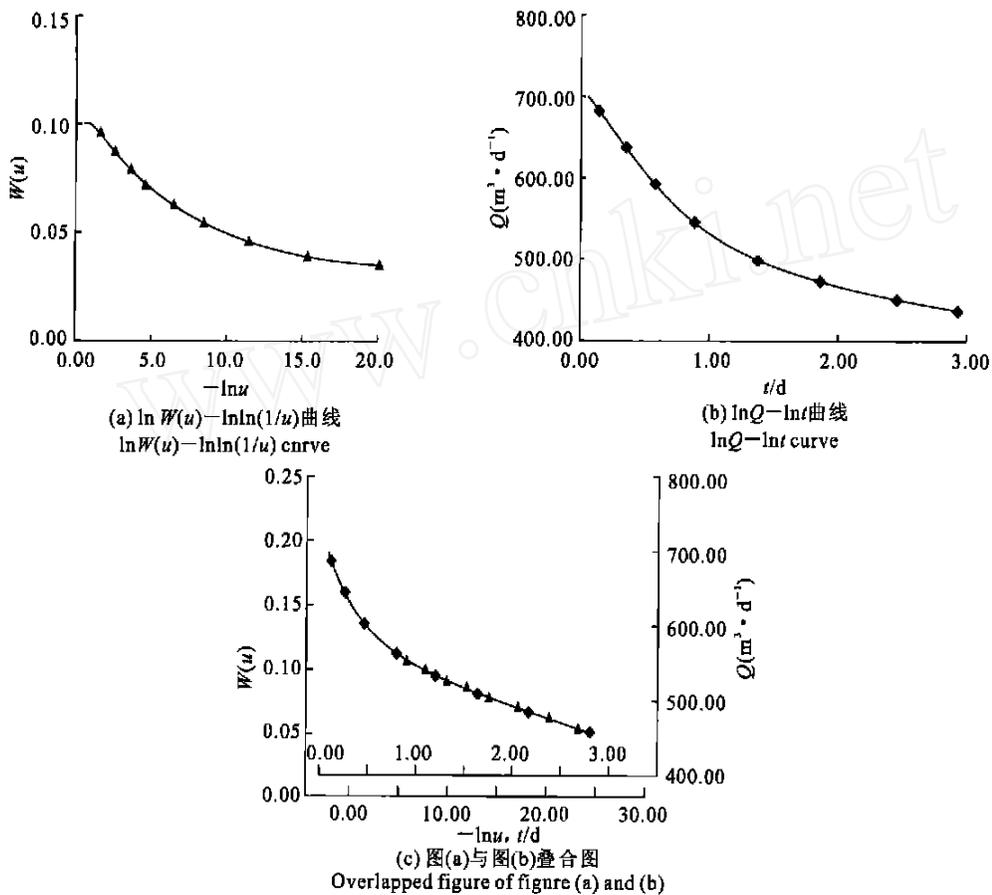


图 1 流量- 时间配线图

Fig. 1 Flow rate-time figure

4 结 论

1) 在初始井水位呈水平, 抽水过程中井内定水位且上部和下部无流量补给时, 向均质含水层中割离井渗流模型的井出水量公式中引进无量纲量 $u = e^{-\beta t}$ 和理论曲线 $W(u)$, 可简化井的出水量公式, 理论曲线仅与相对井径有关, 且为增函数。

2) 将出水量公式两边取对数, 给无量纲量 u 的

公式两边取对数, 分析发现曲线 $\ln Q - \ln t$ 与 $\ln W(u) - \ln \ln(1/u)$ 形状相同, 仅是纵横坐标各差一个常数 C_1 和 C_2 , 通过流量-时间配线, 可确定 $W(u)$, $\ln(1/u)$, Q 和 t 的值, 求出水文地质参数。

3) 实例验证结果表明, 本文提出的流量-时间配线法所得结果与目前已有方法的计算结果相近。

4) 割离井法流量-时间配线法反求水文地质参数的步骤与常用泰斯流量-时间配线的步骤类似;

由于流量—时间配线法易操作且应用十分广泛,对 义。
于反求潜水含水层的水文地质参数有一定的实际意

[参考文献]

- [1] Theis C V. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage[J]. Trans of American Geophysical Union, 1935, 16: 519- 524
- [2] Cooper H H, Jacob C E. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well field history[J]. Trans of American Geophysical Union, 1946, 27: 526- 534
- [3] 薛禹群, 朱学愚, 吴吉春, 等. 地下水动力学[M]. 北京: 地质出版社, 1997. 98- 102
- [4] 姚磊华, 李竟生, 李 钊. 用改进的遗传算法反演地下水数值模型参数[J]. 水利学报, 2003, (12): 40- 46
- [5] 魏连伟, 韩文秀, 张俊艳, 等. 基于模拟退火遗传算法的水文地质参数识别[J]. 天津大学学报, 2003, 36(5): 618- 621.
- [6] 李佩成. 地下水非稳定渗流解析法[M]. 北京: 科学出版社, 1990. 116- 144
- [7] 张艳杰. 地下水“隔离井法”计算的微机实现[J]. 西安公路交通大学学报, 1997, 17(3): 37- 40
- [8] 李佩成, 卢玉东, 张艳杰, 等. 再论渗流计算的割离井法及其微机实现[J]. 灌溉排水, 1998, 17(1): 1- 4
- [9] 李佩成. 测算潜水含水层渗透系数的“割离井法”[J]. 西北农学院学报, 1981, 9(4): 57- 70
- [10] 魏小妹, 李佩成. 利用“割离井法”确定水文地质参数的图解法[J]. 地下水, 1993, 15(4): 141- 143
- [11] 常安定. 级数的截断误差和割离井法的计算机实现[M]. 西安: 西安地图出版社, 2003. 159- 180

The flow rate-time method of converse calculating the hydrogeology parameters of the isolated well formulas

CHANG An-ding, ZUO Da-hai, LIU Yuan-hui

(School of Science, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)

Abstract By analyzing the discharge formulas of the seeping of isolated well among the homogeneous isotropic aquifer when the water level at the beginning is in horizontal and fixed state and no water is supplied from up and down of the well, relevant theoretical curves (well flow-functions) related only to the relative diameter of the well have been introduced. By getting the logarithm of the discharge formulas, the flow rate-time method is introduced into the method of isolated well to conversely calculate the hydrogeology parameters. The procedures are similar to thesis flow rate-time method. The feasibility of the method is verified at the end of the paper.

Key words: isolated well method; discharge formula; hydrogeology parameter; theoretical curve; flow rate-time method