

一种计算线性定常网络状态初值的简便方法^{*}

王兆奇

(陕西工业职业技术学院, 陕西 咸阳 712000)

[摘 要] 分析了线性定常网络状态方程解的组成结构, 提出一种适合于构建计算程序使用的线性定常网络状态变量及其导数初值的计算方法, 推导出相应的计算公式与递推关系, 并列举数例说明了这一方法的应用效果。

[关键词] 线性定常网络; 状态分析法; 状态方程

[中图分类号] TP393 01

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-9387(2003)04-0185-06

线性定常网络响应的求解方法可归纳为时域法与频域法^[1~3]两种, 频域法大多采用拉氏变换, 它可自动计入发生于换路期间的冲激响应, 且避开了网络变量初值的计算。但是, 欲设计出程序软件以期完成拉氏变换过程, 目前尚有相当难度。相比之下, 时域法中的状态方程及微-积分方程都比较适合于构成计算机算法^[2,4], 但它们都要首先确定出电路变量及其各阶导数的初值。

由于换路等原因致使网络中出现下列任何情况之一时, 换路期间将会发生状态跃变, 从而使 $X(0_+) \neq X(0_-)$: 冲激电源^[5], C-E 回路^[2], L-J 割集^[2], 因换路而使状态变量之间形成某种约束。文献[1~4,6]对状态方程的建立及其求解方法都有十分详尽的阐述, 但对状态初值的计算问题

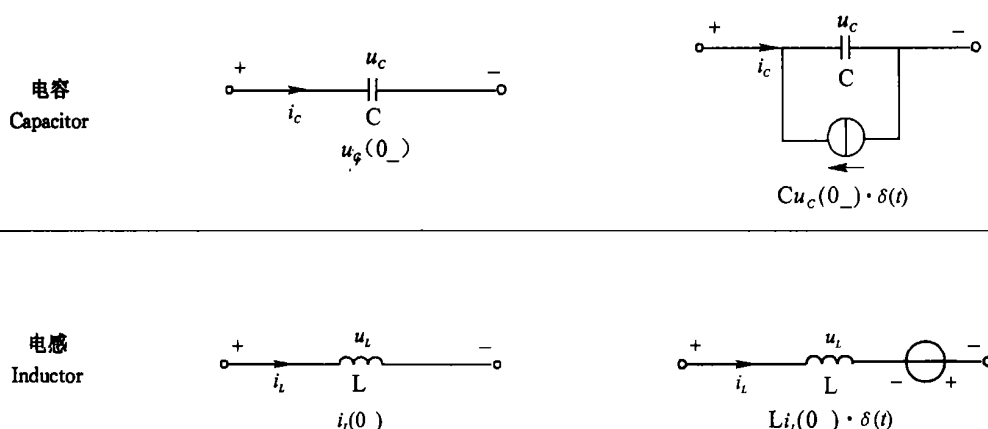
几乎均未提及; 文献[5]用了较大篇幅涉及各种初值计算问题, 但未形成系统、简便的方法, 更没有适合编程的算法。本研究在分析线性定常网络状态方程解组成结构的基础上, 提出了一种求解状态变量及其导数初值的简便方法。

1 问题的提出

根据状态变量的特定要求, 对于线性定常网络, 一般选电容电压与电感电流作为状态变量。为了计入原始储能对电路的影响, 在列写状态方程之前, 可以先将电容器的原始储能处理为1个并联冲激电流源, 将电感器(含互感情形)的原始储能处理为1个串联冲激电压源, 这样就可以将储能元件视为零原始状态, 如表1所示。

表1 将电容与电感的原始储能等效为冲激电源

Table 1 Convert initial energies stored in capacitor and inductor into corresponding equivalent impulsive sources



其次, 动态网络外加激励的函数形式也不外乎 两类, 即有界函数、冲激及其导函数。当网络中出现

* [收稿日期] 2002-12-20

[作者简介] 王兆奇(1957-), 男, 陕西合阳人, 教授, 主要从事电路理论研究。

C-E 回路 L-J 割集, 且其中的电压源、电流源为冲激量的导数, 体现在状态方程中, 则使方程右边冲激导函数的阶数升高一阶。

状态方程的标准形式^[2]是 $\dot{X}(t) = AX(t) + BU$, 其中激励 U 可分解为有界分量及冲激分量(含各阶导数项), 只有冲激及其导数直接影响状态变量及其导数的初值。基于以上考虑, 为了便于理论分析与公式推导, 现将状态方程改写为如下形式

$$\dot{X}(t) - AX(t) = E_1(t) \cdot 1(t) + M_0\delta(t) + M_1\dot{\delta}(t) + M_2\ddot{\delta}(t) + \dots + M_q\delta^{(q)}(t). \quad (1)$$

2 公式推导

n 阶线性定常网络的状态方程见式(1), 已知状态原始值 $X(0_-)$, 欲计算状态变量初值 $X(0_+)$ 与状态变量导数的初值 $\dot{X}^{(i)}(0_+)$, 其中 $i = 1, 2, \dots, (n-1)$ 。式(1)中, $X(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ \dots \ x_n(t)]^T$, 为状态列向量, $n \times 1$ 阶; $A = [a_{ij}]$, 为常系数矩阵, $n \times n$ 阶; $E_1(t)$ 为激励中的有界分量, $n \times 1$ 阶; $M_0, M_i (i = 1, 2, \dots, q)$ 分别为 $\delta(t), \dot{\delta}(t)$ 的系数矩阵, 均为 $n \times 1$ 阶常系数矩阵; q 是激励中冲激导函数的最高阶数。

为使所得结论不失一般性, 推导过程中假定 $X(0_-) \neq 0$ 。

2.1 $X(t)$ 的结构

由式(1)推知, 线性定常系统状态方程解的组成为

$$X(t) = X_1(t) \cdot 1(t) + X_2(t).$$

式中, $X_1(t)$ 是有界分量; $X_2(t)$ 由冲激函数及其各阶导数构成。因式(1)右边冲激导函数最高阶数为 q , 其左边含有一阶导数项 $\dot{X}(t)$, 故 $X_2(t)$ 中冲激导函数最高可能阶次为 $q-1$ 。令

$$X_2(t) = F_0\delta(t) + F_1\dot{\delta}(t) + F_2\ddot{\delta}(t) + \dots + F_{q-1}\delta^{(q-1)}(t),$$

则

$$X(t) = X_1(t) \cdot 1(t) + F_0\delta(t) + F_1\dot{\delta}(t) + F_2\ddot{\delta}(t) + \dots + F_{q-1}\delta^{(q-1)}(t). \quad (2)$$

式中, $F_i (i = 0, 1, 2, \dots, q-1)$ 为 $n \times 1$ 阶常系数矩阵。

2.2 $X(0_+)$ 的计算公式

对式(1)两边从 0 到 0_+ 积分, 并考虑定积分

$$\int_0^{0_+} \delta^{(i)}(t) dt = 0 (i \geq 1), \text{ 得}$$

$$X(0_+) - X(0_-) = A \int_0^{0_+} X(t) dt = M_0,$$

$$\text{即 } X(0_+) = X(0_-) + M_0 + A \int_0^{0_+} X(t) dt. \quad (3)$$

对式(2)两边从 0 到 0_+ 积分, 得

$$\int_0^{0_+} X(t) dt = F_0.$$

代入式(3), 得状态初值计算公式为

$$X(0_+) = X(0_-) + M_0 + AF_0. \quad (4)$$

2.3 F_i 的计算公式

将式(2)代入式(1), 整理得

$$\begin{aligned} & (\dot{X}_1 - AX_1) \cdot 1(t) + (X_1(0_-) - AF_0)\delta + (F_0 - AF_1)\dot{\delta} + (F_1 - AF_2)\ddot{\delta} + (F_2 - AF_3)\ddot{\delta} + \dots + (F_{q-2} - AF_{q-1})\delta^{(q-1)} + F_{q-1}\delta^{(q)} = E_1(t) \cdot 1(t) + M_0\delta + M_1\dot{\delta} + M_2\ddot{\delta} + M_3\ddot{\delta} + \dots + M_{q-1}\delta^{(q-1)} + M_q\delta^{(q)}. \end{aligned} \quad (5)$$

比较式(5)两边 $\delta^{(i)} (i = 1, 2, \dots, q)$ 同类项之系数, 得

$$\begin{aligned} M_q &= F_{q-1}, \\ M_{q-1} &= F_{q-2} - AF_{q-1}, \\ &\vdots \\ M_3 &= F_2 - AF_3, \\ M_2 &= F_1 - AF_2, \\ M_1 &= F_0 - AF_1. \end{aligned}$$

由上式联立解出 $F_i (i = 0, 1, 2, \dots, q-1)$, 得

$$\left. \begin{aligned} F_{q-1} &= M_q \\ F_{q-2} &= M_{q-1} + AF_{q-1} \\ &\vdots \\ F_2 &= M_3 + AF_3 \\ F_1 &= M_2 + AF_2 \\ F_0 &= M_1 + AF_1 \end{aligned} \right\} \circ \quad (6)$$

由式(6)可知, F_{q-1} 由 M_q 确定, 其他 F_i 的值可按以下递推关系依次类推

$$F_i = M_{i+1} + AF_{i+1}, (i = 0, 1, 2, \dots, q-2) \quad (7)$$

事实上, 计算出 $F_0 \sim F_{q-1}$ 后, 由式(2)可知, 冲激分量 $X_2(t)$ 也随之确定。

2.4 $\dot{X}(0_+)$ 的计算公式

在求得 $X(0_+)$ 后, 还可进而求得状态变量各阶导数的初值 $\dot{X}^{(i)}(0_+)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ 。为此, 将 $t = 0_+$ 代入方程(1), 得

$$\dot{X}(0_+) - AX(0_+) = E_1(0_+),$$

$$\text{即 } \dot{X}(0_+) = AX(0_+) + E_1(0_+). \quad (8)$$

对式(1)两边求一阶导数, 得

$$\ddot{X} - A\dot{X} = \dot{E}_1(t) \cdot 1(t) + E_1(t)\delta(t) + M_0\dot{\delta}(t) + M_1\ddot{\delta}(t) + M_2\ddot{\delta}(t) + \dots + M_q\delta^{(q+1)}(t)$$

以 $t = 0_+$ 代入上式, 可得

$$\ddot{X}(0_+) = A\dot{X}(0_+) + \dot{E}_1(0_+),$$

其余类推。一般来说, 有

$$\stackrel{(i)}{X}(0_+) = A \stackrel{(i-1)}{X}(0_+) + \stackrel{(i-1)}{E}_1(0_+), i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (9)$$

3 应用举例

3.1 已知状态方程求初值

例 $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \delta(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{\delta}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{\delta}(t), \begin{bmatrix} x_1(0_-) \\ x_2(0_-) \end{bmatrix} = 0$, 求 $X(0_+)$ 与 $\dot{X}(0_+)$ 。

题中, $X(0_-) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $E_1(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $M_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$,

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, M_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, M_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, q = 3$$

据式(6)得

$$F_2 = M_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, F_1 = M_2 + A F_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix},$$

$$F_0 = M_1 + A F_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

$$\text{故 } X_2(t) = F_0 \delta(t) + F_1 \dot{\delta}(t) + F_2 \ddot{\delta}(t) =$$

$$\begin{bmatrix} -8 \\ 10 \end{bmatrix} \delta(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \dot{\delta}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{\delta}(t).$$

根据式(4), (8)得

$$X(0_+) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -8 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -22 \end{bmatrix}.$$

$$\dot{X}(0_+) = A X(0_+) + E_1(0_+) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ -22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -44 \\ 46 \end{bmatrix}.$$

为了检验,可用拉普拉斯变换法得状态方程的解为

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 e^{-2t} & -4 e^{-t} \\ 2 e^{-t} & -24 e^{-2t} \end{bmatrix} \cdot 1(t) + \begin{bmatrix} -8 \\ 10 \end{bmatrix} \cdot \delta(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \cdot \dot{\delta}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \ddot{\delta}(t).$$

由此可算出, $x_1(0_+) = 20, x_2(0_+) = -22; \dot{x}_1(0_+) = -44, \dot{x}_2(0_+) = 46$ 。对比可知,与用本节公式计算出的 $X(0_+)$ 与 $\dot{X}(0_+)$ 完全一致。

一般地说,通过计算,既可求得 $X(0_+)$ 与 $\dot{X}(0_+) \sim \stackrel{(n-1)}{X}(0_+)$, 又可求得 $X_2(t)$ 。

3.2 常态网络

方法1: 将 $u_c(0_-), i_L(0_-)$ 处理为 $X(0_-)$, 见图

1a。

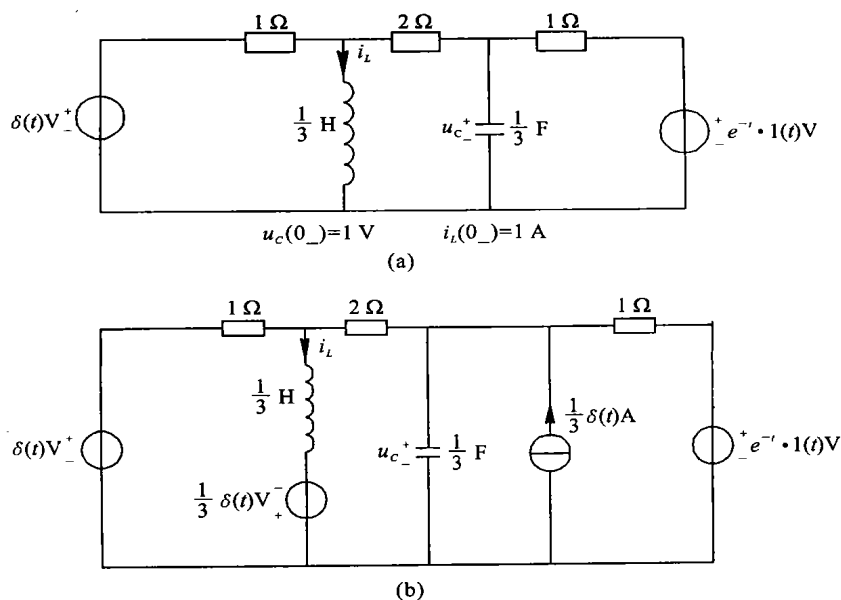


图1 常态网络示意图

Fig 1 Normal network schematic diagram

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3e^{-t} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 1(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \delta(t), X(0_-) = \begin{bmatrix} u_C(0_-) \\ i_L(0_-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

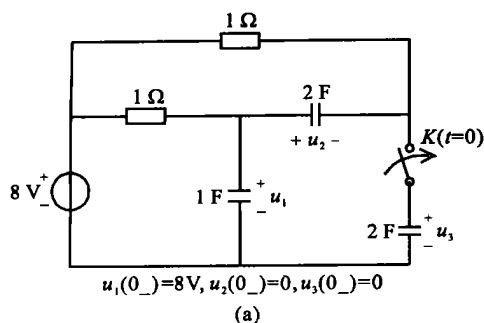
题中, $M_0 = [1 \ 2]^T$, $F_0 = 0$, $E_1(0_+) = [3 \ 0]^T$, 由公式(4), (8)得

$$\begin{bmatrix} u_C(0_+) \\ i_L(0_+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_C(0_-) \\ i_L(0_-) \end{bmatrix} + M_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C(0_+) \\ \dot{i}_L(0_+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

方法 2: 将 $u_C(0_-)$, $i_L(0_-)$ 处理为 δ 电源, 见图 1b。

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3e^{-t} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 1(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \delta(t), \text{ 由于 } X(0_-) = \begin{bmatrix} u_C(0_-) \\ i_L(0_-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ 故}$$



$$\begin{bmatrix} u_C(0_+) \\ i_L(0_+) \end{bmatrix} = M_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{u}_C(0_+) \\ \dot{i}_L(0_+) \end{bmatrix} = A X(0_+) + E_1(0_+) = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

两种处理方法的计算结果相同。实际上, 本例方程的解^[7]为

$$X(t) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3e^{-t} + (5-14t)e^{-3t} \\ 3e^{-t} + (9+14t)e^{-3t} \end{bmatrix} \cdot 1(t).$$

由此检验本文计算结果的正确性。

一般地说, 常态网络的 $u_C(0_-)$ 与 $i_L(0_-)$ 既可处理为 $X(0_-)$, 亦可处理为 δ 电源。

3.3 因换路而出现 C 回路^[6]

图 2a 中, 闭合 K 后出现 C 回路。将 $u_1(0_-)$ 处理为冲激电流源, 如图 2b。

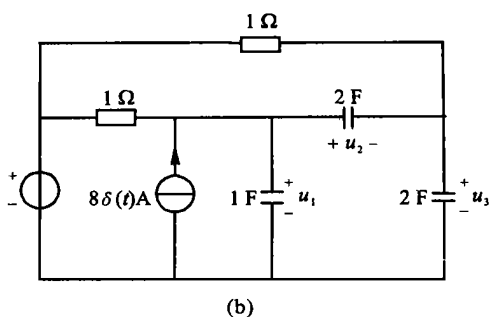


图 2 含 C 回路的网络示意图

Fig 2 Schematic diagram of the network containing a capacitor-loop

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 1(t) +$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \delta(t), X(0_-) = 0.$$

题中, $M_0 = [4 \ 2]^T$, $F_0 = M_1 = 0$, $E_1(0_+) = [6 \ 1]^T$, 代入公式(4), (8)得

$$\begin{bmatrix} u_1(0_+) \\ u_2(0_+) \end{bmatrix} = M_0 = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1(0_+) \\ \dot{u}_2(0_+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{2} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}.$$

为了检验, 对图 2b 纯电容回路运用支路电压法^[5]得

$$\begin{cases} u_3(0_+) = u_1(0_+) - u_2(0_+), \\ u_1(0_+) + 2u_2(0_+) = 8, \\ -2u_2(0_+) + 2u_3(0_+) = 0 \end{cases}$$

解上面方程组, 得 $u_1(0_+) = 4\text{V}$, $u_2(0_+) = 2\text{V}$, $u_3(0_+) = 2\text{V}$; 可进而求得 $\dot{u}_1(0_+) = 3.5\text{V/s}$, $\dot{u}_2(0_+) = 0.25\text{V/s}$ 。对比可知, 按本节公式所得计算结果正确。一般地说, 须将 C 回路中 $u_C(0_-)$ 处理为 $C u_C(0_-) \cdot \delta(t)$ 电流源, 以体现电荷守恒定律。

3.4 因换路而出现 L 割集

图 3a 中, 打开 K 后出现 L 割集。将 $i_L(0_-)$ 与 $u_C(0_-)$ 均处理为冲激电源, 见图 3b。

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \cdot 1(t) + \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \delta(t), X(0_-) = 0.$$

题中, $E_1(0_+) = [0 \ 4]^T$, $M_0 = [4 \ 1]^T$, $F_0 = M_1 = 0$, 代入式(4), (8)得

$$\begin{bmatrix} u_C(0_+) \\ i_L(0_+) \end{bmatrix} = M_0 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C(0_+) \\ \dot{i}_L(0_+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

为了检验,对图 3b 纯电感割集运用支路电流法^[5]可得

$$\begin{cases} i_1(0_+) = i_L(0_+), \\ i_1(0_+) + i_L(0_+) = 2, \end{cases}$$

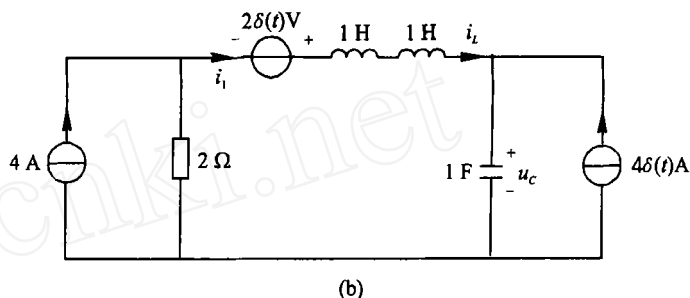
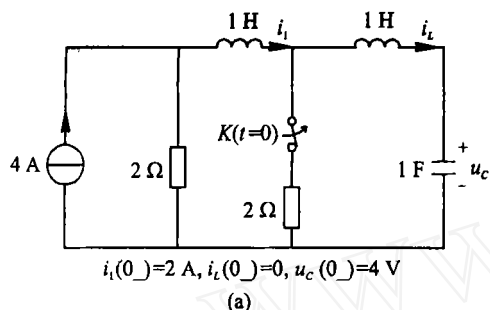


图3 含有L 割集的网络示意图

Fig 3 Schematic diagram of network containing an inductor-cut-set

3.5 有C-E 回路

图4 出现C-E 回路,且电压源为冲激量,故状态方程右端出现 $\delta(t)$ 项。

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \delta(t),$$

$$\begin{bmatrix} u_1(0_-) \\ u_2(0_-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

因 $F_0 = M_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}^T$, 故

$$X_2(t) = F_0 \delta(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \delta(t).$$

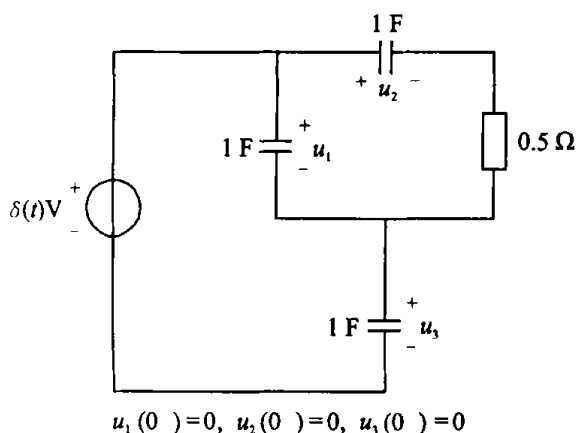


图4 含有C-E 回路的网络示意图

Fig 4 Schematic diagram of network containing a C-E loop

解之得 $i_L(0_+) = i_1(0_+) = 1\text{A}$ 。本题电容电流有界,其电压不会跃变,故 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 4\text{V}$ 。比较可知,用本节公式所得计算结果正确。亦可将 $u_C(0_-)$ 处理为 $X(0_-)$ 。一般地说,在L 割集中,须将 $i_L(0_-)$ 处理为 $L i_L(0_-) \cdot \delta(t)$ 电压源,以体现磁链守恒定律。

题中 $E_1(t) = 0, M_0 = 0$, 由式(4), (8)得

$$\begin{bmatrix} u_1(0_+) \\ u_2(0_+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1(0_+) \\ \dot{u}_2(0_+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ -3 \end{bmatrix}.$$

事实上,图4 电路中还有一个C-E 割集,因而有1个零固有频率^[1]。借助于一阶电路三要素法,得

$$u_1(t) = 0.5\delta(t) - 0.5e^{-3t} \cdot 1(t)\text{V},$$

$$u_2(t) = e^{-3t} \cdot 1(t)\text{V}.$$

也可由此验证本文计算结果的正确性。

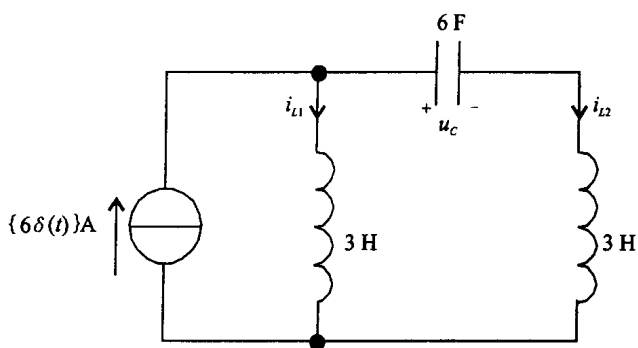


图5 含有L-J 割集的网络示意图

Fig 5 Schematic diagram of network containing an L-J cut-set

3.6 有 L-J 割集

图 5 的 L-J 割集中含有冲激电流源 $6\delta(t)A$, 因而状态方程右边相应出现 $\delta(t)$ 项

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_{L1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \dot{\delta}$$

$$X(0_-) = 0_0$$

因 $F_0 = M_1 = [0 \ 3]^T$, 故

$$X_2(t) = F_0 \delta(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \delta(t)$$

将 $A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & 0 \end{bmatrix}$, $E_1(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $M_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $F_0 = M_1$
 $= \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ 代入式(4), (8)得

$$\begin{bmatrix} u_C(0_+) \\ i_{L1}(0_+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C(0_+) \\ \dot{i}_{L1}(0_+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{12} \end{bmatrix}.$$

与文献[5]中第 230 页例 2 的计算结果完全相同。

4 结 语

本文讨论所得的方法解决了 3 方面的问题: 已知状态方程(1)与状态原始值 $X(0_-)$, 只要按式(4), (6)所给公式, 便可以计算出状态初值 $X(0_+)$; 按式(9)所示的递推关系, 还可进一步计算出状态变量各阶导数的初值; 根据式(6)计算出 $F_0, F_1, \dots, F_{q-1}$, 也就确定出状态变量发生于 0 与 0_+ 之间的冲激响应分量, 即同时求得 $X_2(t)$ 。本文方法的优点是: 所得公式简单, 递推规律明显, 适用各种线性定常系统, 易于构建计算程序, 因而不失为用计算机程序实现状态初值计算的有效方法。

[参考文献]

- [1] 王 蓂 基本电路理论[M] 上海: 上海交通大学出版社, 1987.
- [2] Balabanian N, Bichart A T. Electrical Network Theory[M] New York: John Wiley & Sons INC, 1969.
- [3] 刁秋庭 网络分析导论[M] 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 1997.
- [4] 胡寿松 自动控制原理[M] 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [5] 陈崇源 高等电路[M] 武汉: 武汉大学出版社, 2000.
- [6] 黄金满 网络理论[M] 西安: 西安交通大学出版社, 1988.
- [7] 王淑敏 电路基础——常见题型解析及模拟题[M] 西安: 西北工业大学出版社, 2000.

A simplified approach to calculate initial values of state equations for linear and time-invariant networks

WANG Zhao-qi

(Shaanxi Polytechnic Institute, Xi'an, Shaanxi 712000, China)

Abstract: This paper analyzes what the response of state equations for linear and time-invariant networks consists of, presents an approach to determining initial values of state variables as well as their derivatives for network which is suitable for computer programs, derives corresponding formulas, and gives several examples to illustrate the usefulness and effectiveness of the approach.

Key words: linear and time-invariant network; state analysis; state equation