天然沉积砂卵石粒度分布的分形结构研究

田堪良,张慧莉,张伯平,扈胜霞

(西北农林科技大学 水利与建筑工程学院,陕西 杨陵 712100)

[摘 要] 根据分形几何学理论,研究了我国黄河及陕西省的黑河、石头河、冯家山古河道河床天然沉积砂卵 石的粒度成分特征,发现在双对数坐标下粒度含量与粒径之间呈直线关系,表明粒度分布具有分形结构。根据直线 的斜率,可求得相应的分维(*D* = 2 55~ 2 87),并讨论了分维与粗粒土级配的关系,提出可以以分维代替不均匀系 数和曲率系数作为表征粗粒土级配的指标。

或

[关键词] 砂卵石; 分形结构; 分维; 粗粒土级配 [中图分类号] TV 141⁺. 1 [文献标识码] A

土的力学性质在本质上是由内部结构决定的。 土体结构的复杂性、非线性使土体的力学行为表现 出不确定性和不规则性,反映并确定土体结构的非 线性特征已成为突破连续介质力学模式 创立全新 思路的岩土力学理论与技术的关键。分形几何学 (fractal geom etry)理论主要描述自然界的不规则 性, 是研究非线性科学的重要组成部分, 自 70 年代 中后期诞生以来,已在岩石力学的诸多方面取得了 重大进展^[1]。在岩土力学方面,细粒土粒度分布的分 形结构研究也取得了一定成果^[2], 而粗粒土粒度分 布的分形结构研究尚属空白。粗粒土的工程性质与 其粒度分布密切相关, 粒度组成往住决定了粗粒土 的渗透 变形 强度等物理力学特性 因而常用级配 作为粗粒土工程分类的主要依据,并用不均匀系数 (C₄)、曲率系数(C₄)来表征级配特性。天然沉积土体 是一个具有不规则性、随机性的复杂系统, 粒度分布 实质上描述的是这一系统物质组成的空间结构(即 分形结构)。本研究依据分形几何学理论,探讨了天 然沉积河床砂卵石的粒度分布,将分维(Dimension) 作为描述粗粒土粒度分布(即级配)的指标,以期为 粗粒土的工程分类及粗粒土粒度组成与物理力学特 性关系的研究提供新思想和新方法。

1 分形理论与粒度分布的分维

2

分形几何主要研究一些具有自相似性的不规则

[文章编号]1671-9387(2002)05-0085-05

曲线和位线(线形分形),以及具有自反演性的不规则图形 具有自平方性的分形变换和具有自仿射的 分形集等等。自相似性指局部是整体成比例缩小的 性质,定量描述这种自相似性的参数是分维。分形理 论认为维数的变化是连续的,不必是整数而可以是 分数,为表征自然界普遍存在的不规则性、复杂性提 供了科学方法^[3]。

分维有许多不同的定义,但通常人们所谈到的 分维是立足于自相似性的,可以用下式表示:

$$D = - \frac{\lim_{\epsilon \to 0} \ln N \epsilon}{\epsilon 0 \ln \epsilon}$$
$$N(\epsilon) \epsilon^{D}$$
(1)

式中, *c* 为标度; *N* (*c*) 为在该标度下所得到的量度 值; *D* 为研究对象的分维。

式(1)亦提供了测定分维的方法,即只要测出一系列的 ϵ 及相应的 $N(\epsilon)$,在双对数坐标下, $N(\epsilon)$ 为 ϵ 直线部分的斜率,也就是所研究对象的分维D。

设*m* (*m*)为直径小于 *r* 的颗粒累积质量,*m* 为总 质量, 如果

$$\frac{\underline{m}_{(r)}}{\underline{m}} = r^b \tag{2}$$

(3)

则 $r^{b-1}dr$ $r^3 \cdot r^{-D-1}dr$ 所以分维 D = 3 - b

因此,只要在双对数坐标下,^{*m*_G}/_m~ r存在直线 段,就表明土的粒度分布具有分形结构,据其斜率 b,由式(3)就可求得粒度分布的分维。土工试验规程 中,颗粒分析成果一般要求给出小于不同粒径的颗

^{* [}收稿日期] 2001-09-13 [作者简介] 田堪良(1968-),男,陕西周至人,工程师,在读硕士,主要从事岩土工程的研究。

^{© 1994-2010} China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

粒累积百分含量, 而^{*m*_c</sub>实际就是直径小于 r 的颗 粒累积百分含量, 因而直接可由颗粒分析成果求得 相应的分维^[2]。} 古河道河床沉积沙卵石(共计 38 组数据)的粒度分 布特征进行分析计算,采用最小二乘法求得了它们 的分维值,并计算了对应的相关系数,结果见表 1, 2,3,4,典型曲线见图 1,2。

2 河床沉积砂卵石粒度分布的分维

根据上述理论,对黄河、黑河、石头河及冯家山

表 1 黄河河床沉积砂卵石粒度成分及分维

Table 1 The granularity distribution and dimension of sadimentary sandy gravel on the Yellow riverbed

土样			小于身 Percentag	<i>b</i> 值	分维	相关系数				
编与 N um ber	150 mm	100 mm	40 mm	20 mm	10 mm	5 mm	1 mm	b value	(D = 3 - b) D in ension	coefficient
1	71.13	60.29	44.22	34.39	27.15	24.82	11.97	0 34	2 66	0 996
2		95.58	80 01	66 79	57.65	52 53	13.80	0 36	2 64	0 924
3	86 71	66 54	43.77	35. 98	31. 35	27.07	24.75	0 25	2 75	0 938
4	95.95	80 64	44.63	32 45	26 66	23.72	21. 18	0 31	2 69	0 931
5	66 93	48 55	36 83	30 83	24.64	20 46	17. 56	0 27	2 73	0 967
6	91.55	71.59	44.36	33. 21	24.54	18 50	15. 49	0 37	2 63	0 971
7	86 16	72 21	51.26	37. 69	28 41	23 29	16 58	0 34	2 66	0 989
8		90.36	52 94	41. 66	38 27	35. 53	31.47	0 24	2 76	0 916
9	82 14	60.04	35. 78	28 84	24. 39	21. 28	19.49	0 28	2 72	0 924
10	98 58	82 78	55. 31	41. 38	34.24	30 50	27. 26	0 27	2 73	0 945
11	90.87	71.30	41.72	30 39	24.65	21.09	18 42	0 31	2 69	0 941
12	98 13	87.98	63.22	52 12	47. 29	46 00	44.07	0 17	2 83	0 912
13	62 55	54.49	36 75	25.79	19.53	16 40	14.78	0 31	2 69	0 957
14	76 73	56 45	32 98	24.92	20.86	18 09	16 66	0 31	2 69	0 925
15	81.79	72 44	48 68	35.59	25.70	22 49	18 79	0 32	2 68	0 967
16	72 50	65.19	53.04	46 13	40.24	36 70	31. 58	0 17	2 83	0 982
17	97.19	91.74	76 71	70 44	66 65	62 24	50 80	0 13	2 87	0 993
18	91. 98	75.68	48 19	36 39	28 61	23 01	19.93	0 32	2 68	0 964
19		89.76	51.41	37.71	28 72	21.32	18 12	0 37	2 63	0 968
20	97.73	84.44	57.44	43.24	34.62	29.11	25.09	0 29	2 71	0 966
21	70.19	57.91	40 49	30 76	23. 43	20 32	14.61	0 32	2 68	0 986
22	56 48	47. 20	28 50	21. 22	16 43	13.98	12 22	0 32	2 68	0 954
23	49.67	45.41	30 18	22 16	18 68	16 98	15. 22	0 26	2 74	0 948
24	67.63	59.02	40 52	32 84	29.58	27.44	24.96	0 21	2 79	0 934
25	55.98	48 60	36 08	31.77	23.78	19.49	15.42	0 28	2 72	0 978
26	73 64	67.07	50 34	37.71	31. 24	24.46	20 69	0 27	2 73	0 980
平均值 A	verage value	e						0.28	2 72	0.956

注:本资料为黄河上某堆石坝坝基检测结果。

Note: the data is the test result of dam foundation of a rockfill dam on Yellow River

表 2 黑河河床沉积砂卵石粒度成分及分维

Table 2 The granularity distribution and dimension of sadimentary sandy gravel on Heihe riverbed

小于某粒径颗粒含量/% Percentage by weight finer than								b 值	分维 (D=3-b)	相关系数 Correlation
200 mm	100 mm	80 mm	40 mm	20 mm	10 mm	5 mm	1 mm	<i>b</i> value	D in ension	coefficient
88 1	70.5	62 9	43.5	31. 4	23.3	16 9	9.3	0 45	2 55	1. 00

表 3 石头河河河床沉积砂卵石粒度成分及分维*

Table 3 The granularity distribution and dimension of sadimentary sandy gravel on Stone riverbed

		ь值	分维 $ (D = 3-b)$	相关系数 Correlation					
150 mm	100 mm	40 mm	20 mm	10 mm	5 mm	1 mm	<i>b</i> value	Dimension	coefficient
52 5	42 8	32 0	26 5	22 0	18 0	9.5	0.33	2 67	0.997

* 陕西省石头河水利工程指挥部,陕西省水利科学研究所. 用大型直剪仪测定特大粒径砂卵石抗剪强度的试验研究 1979.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

平均值 A verage value

表 4 冯家山古河道河床沉积砂卵石粒度成分及分维^{*}

Table 4 The granularity distribution and dmension of sadmentary sandy gravelon Fengjiashan riverbed										
土样 编号 Number			小于 Percenta	<i>b</i> 值	分维 (D = 3- b)	相关系数 Correlation				
	150 mm	80 mm	40 mm	20 mm	5 mm	2 5 mm	1. 2 mm	b value	D in ension	coefficient
I -1			79.79	54 85	33 51	29.35	22 63	0 35	2 65	0 993
I -2	87.07	83 97	74 66	65 61	50 75	45. 65	34 87	0 19	2 81	0 989
I -3		99.24	95 46	85 17	61.42	52 79	37.47	0 23	2 77	0 997
I - 4		95 97	89, 99	78 28	55 49	47.42	35 18	0 24	2 76	0 987
I - 5			96 83	87.04	62 09	53 25	38 84	0 25	2 75	0 991
II - 1		82 22	64 88	51.46	35 88	30 48	23 14	0 29	2 71	0 998
II - 2			95 73	75 47	32 93	27.83	21.33	0 45	2 55	0 992
II - 3		94 80	82 62	57.74	39.76	35. 41	28 39	0 29	2 71	0 993
II - 4	96 27	85 37	59.13	40 93	29.26	26 34	21. 27	0 32	2 68	0 986
II - 5	85 57	63 53	37. 24	32 22	25 38	23 31	17.62	0 30	2 70	0 959





图 1 黄河沉积砂卵石粒度分布的典型曲线 Fig. 1 The representative granularity distribution curve of sadimentary sandy gravel on the Yellow riverbed

图 1,2 结果表明,相关系数接近于 1,具有强相 关性,黄河、黑河、石头河、冯家山古河道河床沉积砂 卵石粒度分布具有分形结构。黄河河床沉积砂卵石 粒度分布分维D = 2 63~ 2 87. 平均值为 2 72; 黑 河为D=2 55; 石头河为D=2 67; 冯家山古河道为 D = 2 55~ 2 81, 平均值为 2 71。

被研究的土体可看作一个开放的自组织系统, 所谓自组织是在没有外界特定的干预下,系统自发 形成的空间的 时间的或功能的有序结构[3]。这样的 系统存在着对其演化起主导作用的自由度,其大小 表征了系统的有序程度,称为序参量。由于分维大小 与土体演化环境 力学性质密切相关,因此可以把分 维作为描述该系统组织程度的一个参数——序参 量^[2]。由于黄河、黑河、石头河及冯家山古河道河床 砂卵石产生、演化的条件相似,都是经河流水力搬 运、沉积而形成的,因而具有相近的分维数。



0 29

2 71

0 989

图 2 黑河沉积砂卵石粒度分布曲线 Fig 2 The granularity distribution curve of sadimentary sandy gravel on Heihe riverbed

用分维表征粗粒土的级配 3

3.1 表达公式的推导

粗粒土研究中,常用不均匀系数 Cu,曲率系数 C。反映级配特性,并作为进一步划分土类的依据, 对于具有分形结构的粗粒土,可采用分维数D 取代 C_u 和 C_c 反映级配情况。

推导如下:

不均匀系数:
$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}}$$
 (4)

曲率系数:
$$C_c = \frac{d_{30}^2}{d_{10} \times d_{60}}$$
 (5)

式中, d10, d30, d60分别表示颗粒含量为10%, 30%, 60% 时的粒径^[4]。

设粗粒土粒度分布曲线如图 3 所示。 斜率为b(b>0),分维为D, b=3-D1060 - 1010

则
$$b = \frac{1900 - 1910}{19d_{60} - 19d_{10}}$$

陕西省水电设计院地质队 冯家山水库水电站边坡古河道砂卵石层原位抗剪试验报告 1982

87

^{© 1994-2010} China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



1. 887;

2 631

0.1



Fig. 5 The gradation curve of sadimentary sandy gravel on Heihe riverbed

从图 4,5 中可以查得 d 10分别为 0 32,1 4 mm, 式 (4) 计算出 C 1 的值分别为 593 8,52 8,由公式

 $d_{10} 1$

0.1

1

d, ,

d 30 分别为 16, 16 mm, d 60 分别为 190, 74 mm, 由公

(5) 计算出 C。的值分别为 4 21 和 2 47。黄河及黑河 © 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

88

天然沉积砂卵石粒度分布的分维*D*分别为 2 72 和 2 55, 由公式(6)计算出 *C*^{*u*}的值分别为 601. 3 和 53 6, 由公式(7)分别计算出 *C*^{*c*}的值分别为 4 25 和 2 46, 两者计算所得结果非常接近, 表明用分维表征 粗粒土的级配是可行的。

4 结 论

1) 河床天然沉积的砂卵石, 其粒度分布是一个

分形结构,分维是表征这种结构特征的参数。

2) 黄河、黑河、石头河、冯家山古河道河床天然 沉积砂卵石的粒度分布的分维*D* = 2 55~ 2 87, 平 均值为 2 71。

3)分维可作为一个单一指标反映粗粒土的级配 特征,分维D 越大,则不均匀系数 C₆、曲率系数 C₆ 越大;当粗粒土的分维D = 1.887~2 631 时,称其 级配为良好级配。

[参考文献]

- [1] 胡瑞林,李向全,官国琳,等.粘性土微结构定量模型及其工程地质特征研究M.].北京:地质出版社,1995.
- [2] 刘松玉,方 磊,陈浩东,等 论我国特殊土的粒度分布的分形结构[J]. 岩土工程学报,1993,15(1):23-30.
- [3] 张济忠 分形[M] 北京:清华大学出版社, 1995
- [4] 冯国栋 土力学[M] 北京: 水利电力出版社, 1986
- [5] 南京水利科学研究院 土工试验规程[M] 北京: 水利电力出版社, 1999.

Fractional structure of granularity distribution of natural sedimentary sandy gravel

TIAN Kan-liang, ZHANG Hui-li, ZHANG Bo-ping, HU Sheng-xia

(College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest Sci Tech University of Agriculture and Forestry, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: The granularity characteristics of natural sadimentary sandy gravel cobble under Yellow river, Heihe R iver, Stone R iver and Fengjiashan A ncient R iver in Shaanxi Province are studied according to the fractional geometry. It is found that there is a linear relationship between the accumulative granularity content and the grain size in log-log plot, and its lope can be used to calculate the relative fractional dimension D. Results show that the D of natural sedimentary sandy gravel under river changes from 2 55 to 2 87. Correlations between fractional dimension and gradation of coarse grained soil are discussed. It is conclued that the fractional dimension can be used as one index instead of both uniform ity coefficient (C_u) and coefficient of currature (C_c) to describe the gradation of coarse grained soil

Key words: sandy gravel; fractional structure; dimension; gradation of coarse grained soil