

明渠非恒定急变流断波要素的计算^{*}

李素霞¹, 魏恩甲², 何文学², 李茶青²

(1 杨凌示范区 开发建设有限公司; 2 西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨陵 712100)

[摘 要] 在数学推导的基础上, 建立了工程实际中最为常见的棱柱体梯形断面明渠非恒定急变流断波要素的水力计算公式, 并将其简化为关于波高的高次代数方程, 采用二分法求其数值解。对文中提出的公式和数值解法进行了验证。结果表明, 给出的求解公式及计算方法是正确的, 且稳定收敛, 迅速准确。

[关键词] 明渠; 非恒定流; 急变流; 断波要素

[中图分类号] TV 133.2 [文献标识码] A

[文章编号] 1000-2782(2001)05-144-03

断波是一种不连续波, 其特征是短距离内水面具有阶梯式的涌涨(或消落)前缘, 属于非恒定急变流动的研究范畴。工程实际中出现断波的例子很多, 如涌潮、溃坝洪水、水轮机突增负荷(或突甩负荷、停机)、节流闸门迅速调节等均可在渠道中产生断波。因此, 断波波速和波高的分析计算是工程设计中较常遇到的问题之一。由于断波波速和波高之间是复杂的隐函数关系, 应用上往往需要试算求解, 非但精度不高, 而且相当繁琐。谢贻赋^[1]给出了梯形渠道逆落波波速和波高计算的牛顿解法, 但该解法^[2]对初值要求高, 只有初值选得充分靠近真解, 才能保证迭代序列的收敛(牛顿解法具有局部收敛性)。本研究则选取了棱柱体明渠断波波速和波流量的完整方程^[3], 通过详细的数学推导, 建立了棱柱体明渠中各类断波(顺涨波、顺落波、逆涨波、逆落波)波速和波高的计算公式。在计算方法的选择上, 采用了收敛稳定性好的二分法, 更便于在工程实际中具体应用。

1 断波波速和波高计算公式的推导

对于缓坡明渠, 当忽略摩阻影响时, 断波的波形和波速在传播过程中保持不变。采用一个以速度 Ω (波速)运动的坐标系来分析问题时, 就把非恒定流问题转化成了恒定流问题。应用连续方程和动量方程, 推导出的棱柱体明渠断波波速和波流量的计算公式^[3]如下:

$$\Omega = u_0 \pm \sqrt{g \left(\frac{A_0 \zeta}{\Delta A} + \zeta + \xi + \frac{\Delta A}{A_0} \xi \right)} \quad (1)$$

$$\Delta \Omega = \Omega \cdot \Delta A \quad (2)$$

式中, Ω 为断波波速; g 为重力加速度; A_0, u_0 分别为断波到达前恒定流动时的过水断面面积及断面平均流速; ζ 为波高; ΔA 为与断波波高相对应的过水断面面积; ΔQ 为波流量; ξ 为 ΔA 的面积形心在波面以下的深度。

以恒定流时的流速方向为正时, 计算顺水波, 式(1)取“+”; 计算逆水波, 式(1)取“-”。此外, 式(1)、式(2)中, 波高 ζ 及波速 Ω 本身也有正负号含意, 涨水波时 ζ 为“+”; 落水波时 ζ 为“-”; 顺水波时 Ω 为“+”; 逆水波时 Ω 为“-”。这样以来, 波流量也就具有了正负号含意, 顺涨波 $\Delta Q > 0$, 顺落波 $\Delta Q < 0$, 逆涨波 $\Delta Q < 0$, 逆落波 $\Delta Q > 0$ 。之所以要这样定义, 主要是为了计算机求解中便于判断。联立(1)、(2)两式, 可在已知波流量 ΔQ (流量的变化量)的情况下求得断波波速和波高。

由(1)(2)两式消去波速 Ω , 化简整理后可得形如 $f(x) = 0$ 的关于波高 ζ 的非线性代数方程, 具体表达形式如下:

$$f(\zeta) = \frac{Q_0}{A_0} - \frac{\Delta Q}{\Delta A} \pm \sqrt{g \left(\frac{A_0 \zeta}{\Delta A} + \zeta + \xi + \frac{\Delta A}{A_0} \xi \right)} = 0 \quad (3)$$

式中符号意义同前。需要说明的是: 顺流计算时, 式(3)用“+”; 逆流计算时, 式(3)用“-”; 编程时需要用分支指示变量。式(3)中的 $\Delta Q, \zeta$ 均有正负号, 定义同前, 在输入数据及分析结果时应该注意。

通过数值计算求得波高 ζ 之后, 波速 Ω 可由式

* [收稿日期] 2001-05-04

[作者简介] 李素霞(1962-), 女, 陕西杨陵人, 工程师。主要从事水利工程勘测设计及工程预决算工作。

(1)或式(2)求得。应认真分析求得的 Ω 及 ζ 所带的正负号与实际问题是否一致。

对于工程实际中最为常见的梯形断面, 当取 $\Delta A = \zeta B$, $B = 0.5(B_0 + B)$, $\xi = 0.5\zeta$ 时, (1)、(2)两式将简化为如下形式^[3]。

断波波速

$$\Omega = u_0 \pm \sqrt{g \left(\frac{A_0}{B} + 1.5\xi + \frac{B\xi^2}{2A_0} \right)} \quad (4)$$

断波波流量 $\Delta Q = \Omega \zeta B$ (5)

式中符号意义同前。联立(4)(5)两式, 消去波速 Ω 可得梯形断面断波波高的计算公式:

$$\frac{\Delta Q}{\zeta B} = u_0 \pm \sqrt{g \left(\frac{A_0}{B} + 1.5\zeta + \frac{B\zeta^2}{2A_0} \right)} \quad (6)$$

式中, $A_0 = (b + m h_0)$, $B_0 = b + 2m h_0$, $B = b + 2m h$, $h = h_0 + \zeta B = B_0 + m \zeta$, $u_0 = \frac{Q_0}{A_0}$ 。其中, b 为梯形断面底宽, m 为边坡系数; h_0 , B_0 , Q_0 分别为断波到达前恒定流动时的渠道水深、水面宽度、流量; h , B 分别为断波到达后渠道水深、水面宽度。

将上述各式代入式(6)化简整理, 可得棱柱体梯形明渠断波波高的一元七次代数方程:

$$f(\zeta) = \sum_{i=1}^7 D_i \zeta^i = 0 \quad (7)$$

式中, D_i 为系数, 其中 $D_0 = -2A_0^2 \Delta Q^2$, $D_1 = 4A_0 B_0 Q_0 \Delta Q$, $D_2 = 2gA_0^3 B_0 + 4A_0 Q_0 \Delta Q m - 2Q_0^2 B_0^2$, $D_3 = 3gA_0^2 B_0^2 + 2gA_0^3 m - 4Q_0^2 B_0 m$, $D_4 = 6gA_0^2 B_0 m + gA_0 B_0^3 - 2Q_0^2 m^2$, $D_5 = 3gA_0 m (B_0^2 + A_0 m)$, $D_6 = 3gA_0 B_0 m^2$, $D_7 = gA_0 m^3$ 。

显然式(7)不能求得解析解, 只能采用数值方法求其实根。

2 断波波速和波高的二分法

高次方程的求根方法常用的有二分法、牛顿法、迭代法等。由于二分法具有稳定收敛、程序简单、方法可靠、根的隔离容易处理等优点, 一般取初值为0.01, 求得的靠近0点的第一个根往往就是问题的解, 程序框图见图1。具体应用时, 一定要首先分析清楚断波类型, 以便正确输入 ΔQ 的正负和正确选择是计算涨水波还是落水波。

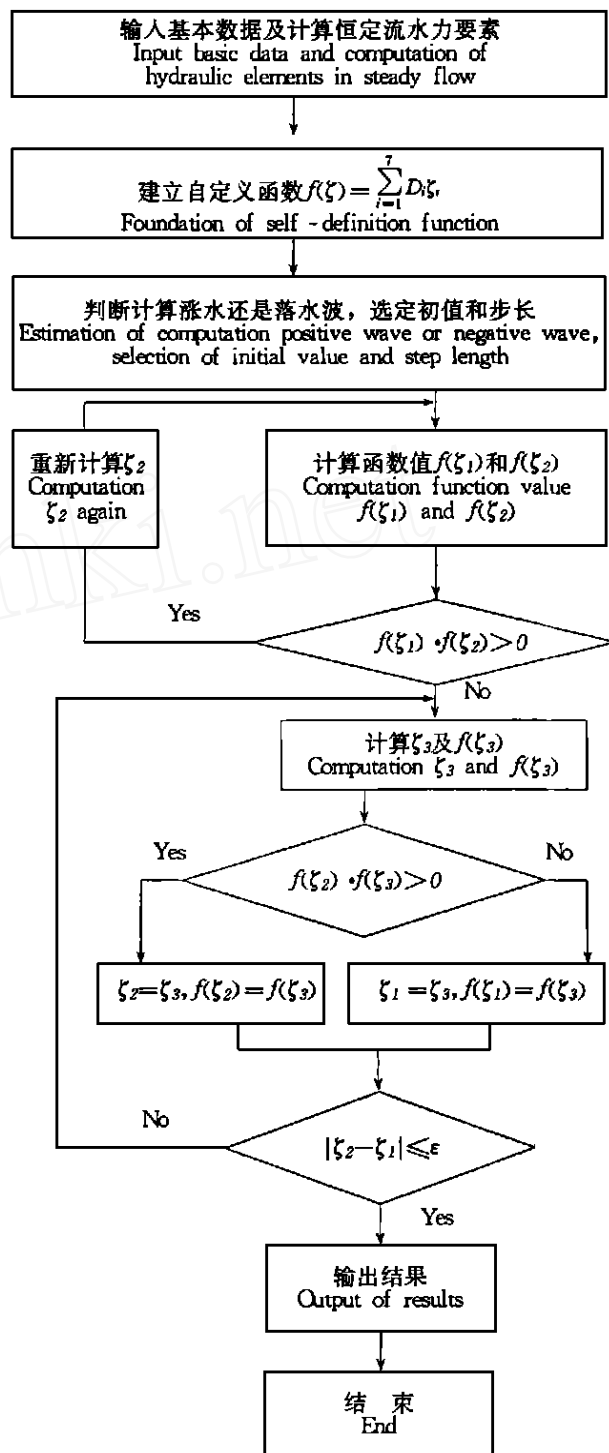


图1 波高计算的二分法程序框图
Fig. 1 One-half method program frame chart of wave height computation

3 举例

例1 有一矩形渠道, 底宽 $b = 3$ m, 水深 $h_0 = 2$ m, 如果下游端闸门突然关闭, 流量由 $18 \text{ m}^3/\text{s}$ 骤然减至 $12 \text{ m}^3/\text{s}$, 试求断波波速 Ω 和波高 ζ 。

解: 下游端闸门突然关闭, 闸门上游产生逆涨波, $\Delta Q = -6 \text{ m}^3/\text{s}$ 。电算求得波高 $\zeta = 0.752$ m, 波

速 $\Omega = -2.66 \text{ m/s}$, 与文献[3]计算结果相同。

献[1]计算结果相同。

4 结 语

通过验证计算, 说明了文中推导出的计算公式及确立的求解方法是正确的, 并且有很好的收敛稳定性。公式既适用于任意棱柱体断面明渠, 又适用于计算波高较大的断波($\zeta < h$)。计算时取初值 0.01 m 能很快收敛到正确的波高值。

例 2 某引水式电站装机 $3 \times 1600 \text{ kW}$, 引水渠道设计流量 $3 \times 8.1 \text{ m}^3/\text{s}$, 断面为梯形, 底宽 4.5 m , 边坡 $1:0.33$, 设计水深 3.5 m 。求电站流量由 $16.2 \text{ m}^3/\text{s}$ 突增至 $24.3 \text{ m}^3/\text{s}$ 时的波高 ζ 和波速 Ω 。

解: 电站突增负荷, 引水渠中发生逆落波, $\Delta Q = 8.1 \text{ m}^3/\text{s}$, $b = 4.5 \text{ m}$, $m = 0.33$, $h_0 = 3.5 \text{ m}$ 。电算求得波高 $\zeta = 0.291 \text{ m}$, 波速 $\Omega = -4.145 \text{ m/s}$, 与文

[参考文献]

- [1] 谢贻赋. 电站负荷突增梯形引水道逆落波波高及波速的计算[J]. 水力发电, 1993, (1): 55-58
- [2] 邓建中, 葛仁杰, 程正兴. 计算方法(第1版)[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1985
- [3] 清华大学水力学教研组编. 水力学(1980 修订版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 1981

Computation of discontinuous wave elements about unsteady rapidly varied flow in open channels

LI Su-xia¹, WEI En-jia², HE Wen-xue², LI Cha-qing²

(1 Development and Construction Limited Company of Yangling Agricultural High-tech Industries Demonstration Zone;

2 College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest Sci-Tech University of

Agriculture and Forestry, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: On the basis of mathematical analysis, the hydraulic computation formulas of a discontinuous wave elements about unsteady rapidly varied flow in the prismatic trapezoidal section open channels to be widely used in the practical engineering are founded and simplified a higher algebraic equation about wave height, the numerical solution has been achieved by adopting one-half method. By means of having existed data, the computational formulas and numerical method in the paper are verified. The results show that the computational formulas given in this paper and the numerical method are accurate and stable convergence, quick nicety.

Key words: open channel; unsteady flow; rapidly varied flow; discontinuous wave elements