

混凝土复合型裂缝最大拉应变断裂准则

邓宗才¹ 卢云斌² 李宗利³ 姜宗科³

(1 山东建筑材料工业学院, 济南 250022) (2 济南市公路局, 济南 250000)
(3 西北农业大学水利与建筑工程学院, 陕西杨凌 712100)

摘 要 根据线弹性断裂力学, 推导出了复合型裂纹的最大拉应变断裂准则, 并与最大拉应力理论、应变能密度因子理论作了比较、分析; 最后引用了大量试验资料验证了最大拉应变理论的适用性。

关键词 混凝土, 断裂准则, 断裂, 最大拉应变

分类号 TU 502. 6

混凝土断裂准则的理论与试验研究一直是工程界和力学界十分关注的热点问题之一, 它对于揭示混凝土的断裂机理, 对结构物进行断裂损伤计算与分析具有重要的学术价值和工程意义。一些文献^[1~4]对最大拉应力理论、能量释放率理论和应变能密度因子理论讨论较多, 这三种理论是从应力或能量的角度出发, 针对金属或树脂玻璃材料的断裂问题提出的。国内一些测试成果^[2~7]和作者的试验结果^[8, 9]均与这三个理论结果相差较远, 因此, 可以认为这些理论判据不适合于混凝土。混凝土是多相非金属脆性材料, 当其内部的应变发展到一定程度后, 产生损伤裂纹, 一些研究者^[7~10]认为, 最大拉应变理论可能适用于混凝土材料。所以, 本文把应变作为本质量加以考虑, 运用线弹性断裂力学推导出了最大拉应变断裂准则, 并与其他理论进行分析对比, 最后引用较多的试验成果对本文理论作了验证和比较。

1 最大拉应变断裂准则

拉应变理论对于裂纹失稳扩展的假设是: ① 环向拉应变 ϵ_θ 达到最大值的方向为裂纹分枝扩展的方向; ④当 $(\epsilon_\theta)_{\max}$ 达到临界值 $\epsilon_{\theta 0}$ 时, 裂纹失稳扩展; ④④根据 I 型裂纹的开裂条件确定。

对图 1 所示的 I, II 复合型裂纹, 根据线弹性断裂力学求得裂纹端部应力场为^[1]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi r} \cos \frac{\theta}{2} K_I (3 - \cos \theta) + \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi r} \sin \frac{\theta}{2} K_{II} (3 \cos \theta - 1) \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi r} \cos \frac{\theta}{2} [K_I (1 + \cos \theta) - 3K_{II} \sin \theta] \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi r} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

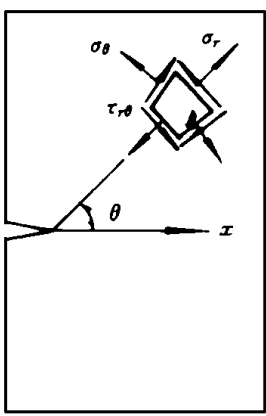


图 1 裂纹尖端应力和极坐标分量

对于平面应变问题,由弹性力学推得环向拉应变为

$$\epsilon_{\theta} = \frac{(1 + \nu)}{2} \frac{1}{2\pi r E} [K_I \cos \frac{\theta}{2} (1 - 4\nu + \cos \theta) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (4\nu - 3 - 3\cos \theta)] \tag{2}$$

根据假设¹,可由下式求裂纹的开裂方向,即开裂角 θ_0

$$\frac{\partial \epsilon_{\theta}}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \epsilon_{\theta}}{\partial \theta^2} < 0 \tag{3}$$

将式(2)代入式(3)求得计算开裂角 θ_0 的公式为

$$\cot \frac{\theta_0}{2} \frac{2(4\nu + 3 - 9\cos \theta_0)}{3 - 4\nu + 3\cos \theta_0} = \frac{K_I}{K_{II}} \tag{4}$$

由式(4),若已知泊桑比 ν 和临界断裂时的应力强度因子 K_I 和 K_{II} ,就可确定开裂角 θ_0 .

分别根据假设④和④a来确定开裂条件和环向拉应变的临界值 $\epsilon_{\theta c}$. 对于 I 型裂纹有

$$\epsilon_{\theta} = \frac{(1 + \nu) K_I}{2} \frac{1}{2\pi r E} \cos \frac{\theta}{2} (1 + \cos \theta - 4\nu) \tag{5}$$

对式(5)关于 θ 求导,并令 $\frac{\partial \epsilon_{\theta}}{\partial \theta} = 0$,得

$$\sin \frac{\theta_0}{2} (1 - 4\nu + 3\cos \theta_0) = 0 \tag{6}$$

只有 $\theta_0 = 0^\circ$; I 型裂纹的 ϵ_{θ} 才有极大值,即裂纹沿原裂纹面方向扩展。将 $\theta_0 = 0$ 代入式(5)得环向拉应变临界值为

$$\epsilon_{\theta c} = \frac{(1 + \nu) E K_{Ic}}{2\pi r E} (1 - 2\nu) \tag{7}$$

将由(4)式求得的开裂角 θ_0 代入式(2)得 $(\epsilon_{\theta})_{\max}$,且令 $(\epsilon_{\theta})_{\max} = \epsilon_{\theta c}$,得 I, II 复合型裂纹拉应变断裂准则为

$$K_I \cos \frac{\theta_0}{2} (1 - 4\nu + \cos \theta_0) + K_{II} \sin \frac{\theta_0}{2} (4\nu - 3 - 3\cos \theta_0) = 2K_{Ic} (1 - 2\nu) \tag{8}$$

式(7)、(8)中 K_{Ic} 为纯 I 型裂纹的断裂韧度,由实验确定。若已知 K_{Ic} , ν 及 K_I/K_{II} 值,就可绘出拉应变理论断裂准则曲线。

2 理论计算与试验验证

2.1 纯 II 型情况

令 $K_I = 0$,代入式(4)可得纯 II 型裂纹开裂角 θ_0 的表达式为

$$\cos \theta_0 = \frac{4\nu + 3}{9} \tag{9}$$

当 $\nu = 0.2$ 时, $\theta_0 = -65.03^\circ$; 将 θ_0 代入式(8)得 $K_{IIc} = 0.644 K_{Ic}$.

现将各种理论及试验成果中,对复合型裂纹断裂有关键意义的纯 II 型裂纹的开裂角 θ_0 及 K_{IIc}/K_{Ic} 值列于表 1 中。

表 1 $\nu = 0.2$ 时纯 II 型的 θ_0 及断裂韧度比

项目	拉应力理论	应变能密度因子理论	拉应变理论	实测值				
				文献[2]	文献[3]	文献[4]	文献[5]	文献[6]
$\theta_0 / (^\circ)$	- 70.5	- 78.46	- 65.03	- 57.9	- 62	- 62	- 58	- 58.3
K_{IIc} / K_{Ic}	0.87	1.074	0.644	0.69	0.63	0.78	0.68	0.483

由表 1 看出, 纯 II 型的开裂角实测值与拉应变理论十分接近, 实测的断裂韧度比值 K_{II}/K_{Ic} 也与拉应变理论比较接近, 但与应变能密度因子理论相差较大。

2.2 I, II 复合型裂纹的开裂角 θ_0

对图 2 受拉板^[1], $K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \sin^2 \beta$, $K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} \sin \beta \cos \beta$.

图 3 给出了用拉应变理论、拉应力理论和应变能密度因子理论求得的无限大板中心斜裂纹单向受拉时, 裂纹倾斜角 β ($\beta = \arctg(K_{II}/K_I)$) 与开裂角 θ_0 的相关曲线, 同时标出了由试验测得的开裂角 $\theta_0^{[2-5]}$. 由图 3 可以看出, 当 $K_I/K_{II} \geq 0.83$ ($\beta \geq 39.6^\circ$) 时, 拉应力理论与应变能密度因子理论曲线十分接近, 与最大拉应变理论值有一定差距。当 $K_I/K_{II} \leq 1$ ($\beta \leq 45^\circ$) 时, 拉应变理论曲线较为平缓。

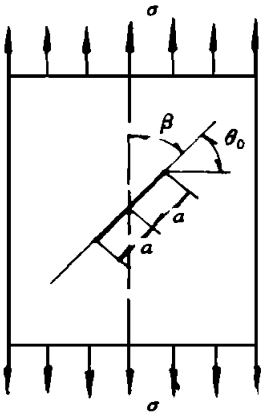


图 2 受单向拉伸的斜裂纹板

从实测结果的分布看, 当 $\beta \leq 70^\circ$ 时, 实测值与拉应变曲线吻合较好, 线型也比较一致, 尤其是当 K_I/K_{II} 较小时, 吻合更好。但当 $\beta > 70^\circ$ 时, 实测值与其他两个理论曲线吻合较好, 造成这种差异的原因, 还有待于进一步研究。

2.3 临界断裂曲线的理论值与实测值比较

目前关于混凝土 I, II 复合型裂纹的断裂准则已作了大量的试验研究^[2-7], 现将用各种试验方法测得的复合型裂纹断裂时的 K_I/K_{Ic} 及 K_{II}/K_{Ic} 试验值绘于图 4. 为了验证理论准则的适用性, 将拉应力(变)及应变能密度因子理论所求得的断裂曲线亦绘于图 4 中。

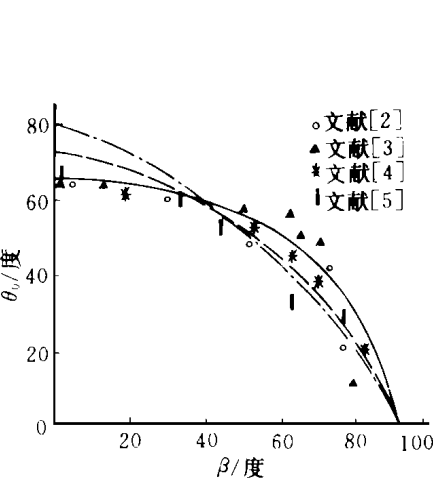


图 3 θ_0 与 β 的关系曲线

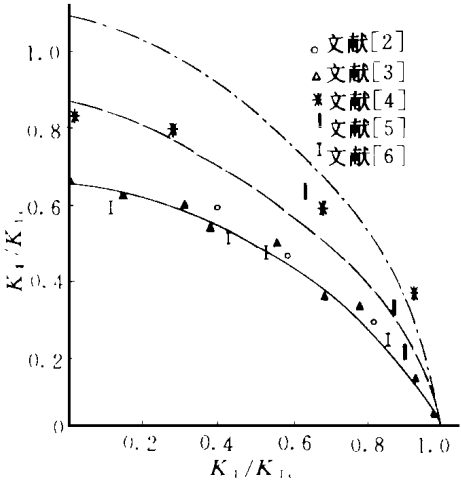


图 4 断裂准则曲线

——接应变; ——接应力; - · - 应变能密度因子

从图 4 可见, 拉应变理论曲线总是在应变能密度因子理论和拉应力理论曲线的下方, 说明拉应变理论偏向安全。从目前的实测结果看, 测试数据还较为分散, 实测值与应变能密度因子曲线相差较远, 一些点分布在拉应力曲线的周围, 而大多数点分布在拉应变曲线

的周围。从总的趋势看,实测结果确与拉应变曲线吻合较好,说明拉应变理论可能是适合于混凝土材料的。混凝土是一种由砂、石子和水泥等组成的脆性材料,其内部存在着许多天然微孔隙、微裂纹,当拉应变达到极限时,在有原始缺陷的截面首先产生裂缝,随着荷载的增大,裂缝不断扩展,最终导致试件断裂破坏。对于核反应堆压力容器、高混凝土坝、海洋构筑物等重要工程,采用拉应变理论作断裂分析比较妥当。

3 结 语

在分析已有断裂准则理论和一些试验室测试成果的基础上,提出了混凝土拉应变断裂准则。经与实测值对比后发现: I、II 复合型裂纹在临界断裂时的 $K_{Ic}/K_{IIc} \sim K_{II}/K_{Ic}$ 及 $\theta_0 \sim \beta$ 的实测值与拉应变理论值比较接近,拉应变理论较适合于混凝土材料。但是,由于混凝土具有多组分的特点,各种理论究竟如何应用还需作更多的试验研究工作。

参 考 文 献

- 1 王 铎. 断裂力学. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1989
- 2 徐道远. 用四点剪切试样确定混凝土 I、II 复合型裂纹断裂判据的测试研究. 水利学报, 1984(9): 19~23
- 3 徐道远. 混凝土 I、II 复合型裂纹临界断裂曲线测试研究. 混凝土及加气混凝土, 1983(6): 21~25
- 4 廖子云. 混凝土 I、II 复合型裂纹断裂研究. 岩石·混凝土断裂与强度, 1982(1): 34~38
- 5 徐道远. 混凝土 I、II 复合型裂纹断裂判据的探讨. 水利学报, 1982(6): 20~24
- 6 隆开圻. 混凝土 I、II 复合型裂纹断裂准则计算与试验研究. 陕西水力发电, 1989(2): 51~61
- 7 黄松梅. 混凝土 I、II 复合型 V 型切口断裂准则试验研究. 水利学报, 1987(4): 22~29
- 8 黄松梅, 邓宗才. 混凝土重力坝坝踵区断裂准则的试验研究. 水力发电学报, 1994(2): 34~44
- 9 邓宗才. 碳纤维混凝土 V 形切口断裂研究. 建筑结构, 1996(7): 47~50
- 10 涂传林. 混凝土坝踵区断裂分析. 水利学报, 1981(4): 38~49

The Maximum Circumferential Strain Fracture Criterion for Mixed Mode of Concrete

Deng Zongcai

(Shandong Building Material Institute, Jinan, Shandong 250022)

Lu Yunbin

(Jinan Highway Bureau, Jinan 250000)

Li Zongli Lou Zongke

(College of Water Conservancy and Architectural Engineering, Northwestern
Agricultural University, Yangling, Shaanxi 712100)

Abstract In this paper, the maximum circumferential strain fracture criterion is proposed with a comparison of the maximum circumferential stress criterion and the strain energy density theory. The comparison indicates a good agreement between the experimental results and the prediction from the theory of maximum circumferential strain criterion.

Key words concrete, fracture criterion, fracture, maximum circumferential strain