

双联两铰拱涵墩台与顶拱联合作用的内力计算

冯家涛 杨建国

(西北农业大学水利与建筑工程学院, 陕西杨凌 712100)

摘要 将双联两铰拱涵的墩台与拱顶视为一整体结构, 考虑墩台与顶拱的协同效应, 在文克尔假设基础上, 根据力法原理提出了双联两铰拱涵整体结构内力计算的新方法。实例计算表明, 本方法不仅揭示了拱顶破坏的机理, 且使拱顶设计合理, 墩台体积明显减小。

关键词 双联两铰拱涵, 墩台, 顶拱, 协同效应, 内力分析

中图分类号 TV 314

双联两铰拱涵及多联两铰拱涵在水利水电工程中应用极为广泛, 它们多由重力式墩台及上部两铰拱组成, 在外部荷载作用下顶拱与墩台总是协同工作, 准确合理的结构分析方法是应用有限单元法进行整体结构的内力计算, 只有这样才能考虑到墩台与顶拱变形的协调。然而这一方法相当繁琐, 设计上极不方便, 因而工程设计上为了简化设计及计算, 往往假定顶拱为拱座不动的两铰拱, 单独计算拱及墩台的内力^[1]。实践表明, 按这一假定设计的顶拱在拱顶处弯矩太小, 而不安全; 同时为保证拱座不动而设计的重力式墩台过于胖大而不经济。为此本文根据墩台与顶拱协同工作的特点, 应用力法原理提出了合理的设计方法, 供生产设计参考。

1 基本原理及计算公式

将图 1 所示双联两铰拱涵, 从拱座处分为 2 个顶拱, 1 个中墩, 1 个边墩, 共 5 个脱离体。在实际状态中, 拱座处应作用着由外荷载和拱座水平位移所产生的垂直力 V_A, V_B, V_C, V_D 和水平力 H_A, H_B, H_C, H_D ; 方向皆以图中所示为正。

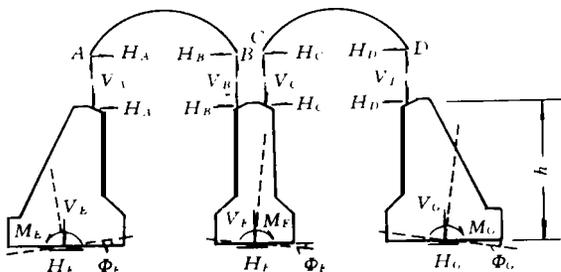


图 1 受力分析图

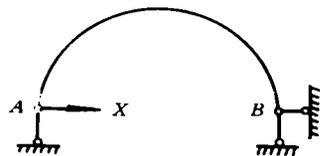


图 2 基本结构图

收稿日期 1997-11-21
课题来源 陕西省水利厅节水灌溉课题资助项目
作者简介 冯家涛, 男, 1944 年生, 副教授

取顶拱的基本静定体系如图 2,忽略中墩在 BC 间的水平压缩(或伸长),故 $\Delta_B = -\Delta_C = \Delta_Z$,由力法原理^[2]得:

$$\left. \begin{aligned} H_A &= H_A^f - (\Delta_A + \Delta_Z) W \\ H_B &= H_B^f - (\Delta_A + \Delta_Z) W \\ H_C &= H_C^f + (\Delta_Z - \Delta_D) W \\ H_D &= H_D^f + (\Delta_Z - \Delta_D) W \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: H_A, H_B, H_C, H_D 分别为拱座 A, B, C, D 处实际产生的水平推力(向内为正); $\Delta_{AP}, \Delta_{BP}, \Delta_{CP}, \Delta_{DP}$ 分别为外荷载在相应基本静定体系(相应于 Δ_{AP} 的基本静定体系如图 2,余类推)内产生的相应水平位移(Δ_{AP} 为 A 拱座的水平位移,向内为正,余类推),其值可由附表所给公式计算; W 为在基本静定体系内,基本未知力 $X=1$ 时产生的相应水平位移(如两跨拱结构尺寸相同,则 W 亦同),其值亦可由附表公式计算; V_A, V_B, V_C, V_D 分别为拱座 A, B, C, D 实际产生的水平位移,向外为正。

式(1)中 $H_i^f = -\Delta_{iP} W$,为拱座无水平位移时外荷产生的水平推力,这些推力可根据荷载状态、结构尺寸利用附表和前面给出的公式计算。

显然,(1)式中有 7 个未知数 (V_A, V_B, V_C, V_D 及 $\Delta_A, \Delta_Z, \Delta_D$),但方程式只有 4 个,需补充 3 个条件才可求解。

设 $M_E, M_F, M_G, V_E, V_F, V_G, H_E, H_F, H_G$ 分别为墩台上所有外荷(包括两铰拱传来的全部支座反力,但不包括地基反力)向墩台底部中点 E, F, G 简化后得到的弯矩、垂直力和水平力(皆以图 1 所示方向为正); $M'_E, M'_F, M'_G, V'_E, V'_F, V'_G, H'_E, H'_F, H'_G$ 分别为除脚传来的水平推力 H_A, H_B, H_C, H_D 外,其余作用在墩台上的所有外荷(仍不包括地基反力),对墩台底部中点 E, F, G 简化后得到的弯矩、垂直力和水平力。

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} M_E &= M'_E + H_A h \\ M_F &= M'_F + (H_B - H_C) h \\ M_G &= M'_G + H_D h \end{aligned} \right\} \quad (2) \\ \left. \begin{aligned} V_E &= V'_E & V_F &= V'_F & V_G &= V'_G \\ H_E &= H'_E - H_A \\ H_F &= H'_F + (H_B - H_C) \\ H_G &= H'_G + H_D \end{aligned} \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

显然,垂直力 V_E, V_F, V_G 只引起地基的均匀垂直变形,弯矩 M_E, M_F, M_G 只引起地基的不均匀垂直变形,水平力 H_E, H_F, H_G 只引起墩台底面沿地基面的水平滑动。均匀垂直变形不引起拱座的水平移动,同时在拱圈中也不产生附加内力;如设计时考虑到抗滑稳定的 S 要求,则墩台就不会产生水平滑动。于是,在拱圈中引起附加内力的各拱座的水平移动仅与地基的不均匀垂直变形有关,也就是说与 M_E, M_F, M_G 有关。假定地基反力呈直线分布且符合文克尔假定^[3],可以导出:

$$\left. \begin{aligned} h_E &= M_E / K_O I_E = (M'_E + H_A h) / (K_O I_E) \\ h_F &= M_F / K_O I_F = [M'_F + (H_B - H_C) h] / (K_O I_F) \\ h_G &= M_G / K_O I_G = (M'_G + H_D h) / (K_O I_G) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: h_E, h_F, h_G 分别为地基不均匀垂直变形引起的墩台转角(图 1 所示方向为正); I_E, I_F, I_G 为相应墩台基底截面的惯矩; K_O 为地基的弹性抗力系数(亦称垫层系数),可参考文献 [1, 2] 选用; h 为墩台底面与拱座中心间的垂直距离(见图 1)。

忽略墩台本身在外荷载作用下的剪切变形和弯曲变形,则根据几何关系得

$$\Delta_A = l_1 h \quad \Delta_Z = l_1 h \quad \Delta_D = l_2 h \quad (6)$$

(6)式就是对(1)式补充的 3 个条件。将(6)式代入(1)式,化简后得:

$$\left. \begin{aligned} H_A &= H'_A - K(H_A + nH_B - nH_C) \\ H_B &= H'_B - K(H_A + nH_B - nH_C) \\ H_C &= H'_C - K'(H_D - n'H_B + n'H_C) \\ H_D &= H'_D - K'(H_D - n'H_B + n'H_C) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式(7)中

$$n = I_E / I_F; n' = I_G / I_F; K = h^2 / K_O I_E W; K' = h^2 / K_O I_G W \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} H'_A &= H_A^E - (M'_E + nM'_F)K l h \\ H'_B &= H_B^E - (M'_E + nM'_F)K l h \\ H'_C &= H_C^E - (M'_G - n'M'_F)K' l h \\ H'_D &= H_D^E - (M'_G - n'M'_F)K' l h \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

当两边墩尺寸相同时, $I_G = I_E, n' = n, K' = K$,则由(7)式得:

$$\left. \begin{aligned} H_A &= \frac{(1+K)(1+nK)+nK}{(1+K)(1+2nK+K)} H'_A - \frac{nK^2}{(1+K)(1+2nK+K)} H'_D - \frac{nK}{1+2nK+K} (H'_B - H'_C) \\ H_B &= -\frac{K(1+K+nK)}{(1+K)(1+2nK+K)} H'_A - \frac{nK^2}{(1+K)(1+2nK+K)} H'_D + \frac{1+nK+K}{1+2nK+K} H'_B + \frac{nK}{1+2nK+K} H'_C \\ H_C &= -\frac{nK^2}{(1+K)(1+2nK+K)} H'_A - \frac{(1+K+nK)K}{(1+K)(1+2nK+K)} H'_D + \frac{nK}{1+2nK+K} H'_B + \frac{1+nK+K}{1+2nK+K} H'_C \\ H_D &= -\frac{nK^2}{(1+K)(1+2nK+K)} H'_A + \frac{(1+K)(1+nK)+nK}{(1+K)(1+2nK+K)} H'_D + \frac{nK}{1+2nK+K} (H'_B - H'_C) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

当荷载仍以中墩轴线对称分布时有: $H'_A = H'_D, H'_B = H'_C$,则(10)式可简化为:

$$\left. \begin{aligned} H_A &= H_D = [1/(1+K)] H'_A \\ H_B &= H_C = [(-K)/(1+K)] H'_A + H'_B \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

当荷载不仅以中墩轴线对称分布,而且各跨拱所受荷载又以各拱对称线而对称分布时, $H'_A = H'_B = H'_C = H'_D$,则(10)式可简化为:

$$H_A = H_B = H_C = H_D = 1/(1+K) H'_A \quad (12)$$

当墩台与顶拱联合作用下的拱脚推力 H_A, H_B, H_C, H_D 按(10)或(11)或(12)式求出后,问题即为静定的了。可用静力平衡条件分别求拱和墩台中各断面的内力。

2 考虑弹性压缩时两铰圆弧拱的形常数 W 和载常数 Δ_P 计算

如前所述,工程实践中的双联、多联及单孔两铰拱涵应用非常广泛,且多为圆弧形,其上部荷载复杂多变,加之拱圈的弹性变形对整体结构的内力影响很大。为此,作者根据结构力学^[2]理论推求出了考虑拱圈弹性压缩时拱的形常数及载常数,以便应用本文方法分析结构系统的协同效应,如附表。

附表 考虑弹性压缩时两铰拱的形常数 W 和载常数 Δ_D

序号	荷载图	W 或 Δ_P 的计算公式	系数 n 与 m 的计算公式
0		$W = mR^3/EF + nR/EF$	$m = T(1 + 2\cos^2 T) - \frac{3}{2}\sin 2T; n = T - \frac{1}{2}\sin 2T$
1		$\Delta_{D_1} = m_1 R^4/EI + m_1 R^2/EF$	$m_1 = T(\frac{1}{2}\cos T - \cos^3 T) + \frac{1}{2}\sin T - \frac{7}{6}\sin^3 T; n_1 = \frac{2}{3}\sin^3 T$
2		$\Delta_{P_2} = (m_2 e R^4)/EI + (n_2 e R^2)/EF$	$m_2 = 2.5\sin T - \frac{11}{6}\sin^3 T - T\cos T(1.5 + \cos^2 T); n_2 = \sin T - \frac{1}{3}\sin^3 T - T\cos T$
3		$\Delta_{P_3} = (m_3 p R^4)/EI + (n_3 p R^2)/EF$	$m_3 = \{1.5\sin 2T - T(1 + 2\cos^2 T)\}\cos T; n_3 = \sin T(2 - \cos^2 T) - T\cos T$
4		$\Delta_{P_4} = (m_4 \sqrt{h} d R^4)/EI + (n_4 \sqrt{h} d R^2)/EF$	$m_4 = (2T^2 - 4.5)\sin T \cos T - 5T\cos^2 T - \frac{1}{2}T; n_4 = \frac{1}{4}\sin 2T - \frac{1}{2}T\cos 2T$
5		$\Delta_{P_5} = (m_5 \sqrt{R} S^5)/EI + (n_5 \sqrt{R} S^3)/EF$	$m_5 = (\frac{1}{3}T\sin T - \frac{7}{6})\sin^3 T - (\frac{11}{6}T\sin T - \frac{1}{2})\sin T - (\frac{1}{2}T\sin T - \frac{1}{2}T^2 + \frac{43}{44} + \frac{13}{72}\sin^2 T)\sin 2T - \frac{T}{2}\cos T - \frac{43}{24}T; n_5 = \frac{2}{3}\sin^2 T - (\frac{1}{8}\sin^2 T - \frac{1}{16})\sin 2T - \frac{1}{8}T - \frac{1}{2}T\sin^2 T$
6		$\Delta_{P_6} = (m_6 e_1 R^4)/EI + (n_6 e_1 R^2)/EF$	$m_6 = \frac{1}{1 - \cos T} \{ (-\frac{41}{72}\cos^2 T + \frac{11}{12}\cos T + \frac{7}{144})\sin 2T - \frac{2}{3}\sin T - (\frac{3}{2}\cos T - \frac{1}{2}\cos^2 T - \cos^3 T - \frac{2}{3}\cos^4 T - \frac{1}{8})T \}; n_6 = \frac{1}{1 - \cos T} \{ (-\frac{1}{8}\cos^2 T - \frac{1}{6}\cos T - \frac{3}{16})\sin 2T - \frac{4}{3}\sin T - (\frac{1}{2}\cos T - \cos T - \frac{3}{8})T \}$
7		$\Delta_{P_7} = (m_7 e'_1 R^4)/EI + (n_7 e'_1 R^2)/EF$	$m_7 = (\frac{29}{24}\cos T - \frac{3}{4})\sin 2T - \frac{1}{3}\sin T - T(-\frac{1}{2} - \frac{5}{4}\cos T + \cos^2 T - \frac{3}{2}\cos^3 T); n_7 = (\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\cos T)\sin 2T - \frac{2}{3}\sin T - T(-\frac{1}{2} - \cos T)$
8		$\Delta_{P_8} = (m_8 e'_1 R^4)/EI + (n_8 e'_1 R^2)/EF$	$m_8 = \frac{1}{1 - \cos T} \{ \frac{1}{2}\sin T - \sin 2T(\frac{43}{288} - \frac{1}{24}\cos T + \frac{1}{144}\cos^2 T) + \frac{1}{6}(1 - \cos T)^3(T\cos T - \sin T) - \frac{5}{4}T(\frac{1}{3}\cos T - \frac{1}{4}) \}; n_8 = \frac{1}{1 - \cos T} \{ -\frac{7}{16}T + \sin 2T(-\frac{7}{32} + \frac{1}{6}\cos T - \frac{1}{16}\cos^2 T) + \frac{2}{3}\sin T \}$
9		$\Delta_{P_9} = -2\Delta t R \sin T$	Δt 升温取正值, 降温取负值, 即升温 ΔP_9 为负值, 降温均匀温度 ΔP_9 为正值
10		$\Delta_{D_{10}} = [(m_{10} q_1 R^4)/EI] + [(n_{10} q_1 R^2)/EF]$	$m_{10} = m \sin T; n_{10} = n \sin T$
11		$\Delta_{D_{11}} = (m_{11} e'' R^4)/EI + (n_{11} e'' R^2)/EF$	$m_{11} = m(1 - \cos T); n_{11} = n(1 - \cos T)$
12		$\Delta_{P_{12}} = (m_{12} e'' R^4)/EI + (n_{12} e'' R^2)/EF$	$m_{12} = m(1 - \cos T)/2; n_{12} = n(1 - \cos T)/2$

注: R 为横轴半径; EF 为抗压刚度; EI 为抗弯刚度; m_i, n_i 为无量纲参数; r_n 为拱圈材料容重; d 为拱圈厚度; r 为拱背填土容重

3 结 语

经现行简化设计方法及本文设计方法对大量工程实例的对比计算(因篇幅所限,各种计算实例及各种方法的过程从略),可得到如下几点结论:

1) 本文所提设计方法,将顶拱、墩台作为一整体系统来研究,真实地反映了多联两铰拱涵的整体协同工作机理,指出了现行设计法的本质缺陷。

2) 本文所提方法,考虑顶拱与墩台协同工作的设计思想不仅是对现行设计方法的重大革新,而且还可应用到各种荷载情况下的多联拱涵设计,特别是对多联两铰拱效益更加显著,使设计成果更加科学合理。

3) 经过大量工程实例的对比计算表明,现行设计法的结果使拱顶推力偏大,拱顶弯矩偏小,从而使拱顶设计偏于危险;同样使墩台推力偏大,使其体积胖大而不经济。这些现象已被不少工程实践所证实。

参 考 文 献

- 1 魏琏著. 地下结构初砌计算. 北京: 铁道出版社, 1988
- 2 武汉水利电力学院建筑力学教研组编. 结构力学. 北京: 人民教育出版社, 1980
- 3 天津大学水利系编. 水工建筑物(下册). 北京: 水利电力出版社: 1986

The Hypogene Calculation of Combined Action of Double Hole Two-Hinged Arch Culvert Pier and Top-Arch

Feng Jiatao Yang Jianguo

(College of Water Conservancy and Architectural Engineering, Northwestern Agricultural University, Yangling, Shaanxi, 712100)

Abstract Regarding the double hole two hinged arch culvert pier and top arch as a massive structure, considering the synergetic effect and elastic formation of pier and top-arch and based on Winker's Hypothesis, the paper puts forward the hypogene calculation of double hole two-hinged arch culvert's massive structure according to the principle of force method. The example and calculation show that the method in this paper not only reveals the arch fracture mechanism but also indicates reasonable design of arch crown and a smaller volume of pier.

Key words double hole two-hinged arch culvert; pier; top arch; synergetic effect; the analysis of inner force