

凸轮轮廓误差评定方法的研究

杨青¹ 杨萍²

(1 西北农业大学机械与电子工程学院, 陕西杨凌 712100)

(2 北京物资学院工程系, 北京 110046)

摘要 通过三坐标测量机对 S195 油泵凸轮轮廓进行了测量和误差评定研究, 建立并探讨了符合最小条件准则的误差分步评定数学模型; 依据形状误差测量评定的一般性原则, 分别依据最小二乘原理和最小条件准则建立了误差综合评定的数学模型。

关键词 凸轮, 线轮廓度, 误差测量, 误差评定, 三坐标测量机

中图分类号 TH132.47

凸轮是影响传动机构动态特性的关键部件, 广泛应用于内燃机、纺织机、印染机、食品加工机械等位移传动中, 由于它的加工精度直接影响整个传动机构的精度和使用寿命, 因此凸轮的精度检测越来越受到工业界的广泛重视^[1]。

目前, 凸轮检测最常用的仪器是凸轮检测仪。在国外高精度的凸轮型面检测仪已有研制, 但误差的分离和提取未见报道^[2,3]。国内专用的凸轮检测仪亦已研制, 有些还配有通用微机辅助确定零起点, 但使用并不广泛, 且遵循的仍是传统的测量原理和方法^[4-6]。这些方法测量误差较大, 确定桃尖位置的准确度低, 且测量效率不高^[7]。随着工业高新技术的发展, 原有的凸轮型面检测仪在检测精度、检测效率上已无法满足现代工业生产的要求。近年来, 计量光栅、磁栅、感应同步器和数控装置等先进技术在凸轮型面检验中开始得到推广和应用, 其中之一就是三坐标测量机的应用和推广^[8]。本文通过三坐标测量机对 S195 油泵凸轮轮廓的测量, 研究和探讨凸轮轮廓误差测量和评定方法。

1 凸轮轮廓误差数学模型的建立

1.1 凸轮理想轮廓曲线的数学模型

S195 柴油机油泵凸轮的轮廓线属于平面曲线中的复杂曲线。对于平面曲线, 其误差评定的目标函数为:

$$J = f(x_0, y_0, \theta_0) \quad (1)$$

式中, x_0, y_0 为理想要素相对于工件坐标系的微分移动量; θ_0 为理想要素相对于工件坐标系的微分转动量。

凸轮轮廓度误差评定的关键在于确定理想要素的位置误差 (x_0, y_0) 和方位误差 θ_0 。

设计凸轮时, 一般给出等间隔的理论升程表, 为求凸轮轮廓任一转角对应的极径或升程, 须用曲线拟合方式来形成凸轮轮廓理想曲线方程^[9,10]。被测凸轮轮廓由三段圆弧和—

收稿日期 1997-06-09
课题来源 机械制造系统工程国家重点实验室资助项目
作者简介 杨青, 女, 1943年生, 教授, 博士生导师

段切线组成(图 1),各段之间光滑过渡,且已给出了几
何信息。以极坐标形式 (R, θ_i) 表示分段函数的数学模
型如下:

①基圆部分

$$\begin{cases} R_i = 15.0 \\ \theta_i, \quad 0 < \theta_i \leq \alpha_0, \text{ 或 } \alpha_3 < \theta_i \leq 2\pi \end{cases} \quad (2)$$

②直线部分

$$R_i = \frac{b}{(\sin\theta_i - \cos\theta_i)} \times \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right) \quad \alpha_0 < \theta_i \leq \alpha_1 \quad (3)$$

③桃尖圆部分

$$R_i^2 \cos^2 \theta_i + (R_i \sin \theta_i - 16.5)^2 = 5.5^2 \quad \alpha_1 < \theta_i \leq \alpha_2 \quad (4)$$

④回程圆部分

$$(R_i \cos \theta_i - 4.97)^2 + (R_i \sin \theta_i - 2.34)^2 = 20.5^2 \quad \alpha_2 < \theta_i \leq \alpha_3 \quad (5)$$

其中式(2)~(5)中的 $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 分别为各段函数对
应的角度范围, b 为线段 y 的截距。

1.2 凸轮实际轮廓对理想位置的极坐标

为了评定凸轮轮廓误差,需将在 CNC 三坐标测量机测得实际轮廓的直角坐标值,移
至理想位置 (x_0, y_0, θ_0) ,并转换为极坐标,则有

$$x'_i = x_i - x_0 \quad (6)$$

$$y'_i = y_i - y_0 \quad (7)$$

$$r'_i = \sqrt{x_i'^2 + y_i'^2} = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \quad (8)$$

$$\theta'_i = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + \theta_0 & (x'_i = 0, y'_i > 0) \\ \frac{3\pi}{2} + \theta_0 & (x'_i = 0, y'_i < 0) \\ \operatorname{arctg} \frac{y'_i}{x'_i} + \theta_0 & (x'_i \neq 0, y'_i \geq 0) \\ \pi + \operatorname{arctg} \frac{y'_i}{x'_i} + \theta_0 & (x'_i \neq 0, y'_i \leq 0) \end{cases} \quad (9)$$

式中 x_i, y_i 为实测点坐标值; x'_i, y'_i 为新系下的直角坐标值; r'_i 为新系下的矢径值; θ'_i 为新
系下的形成角。

1.3 凸轮轮廓误差的基本算式

轮廓度误差表示被测实际轮廓上各测点相对于待求的理想轮廓的误差。误差值应沿
凸轮理想轮廓的法线方向测量,为简便计算,径向凸轮仍以径向误差计算,其基本算式为

$$\Delta_i = r'_i - R_i = r'_i - R(\theta'_i) = r'_i - R(x_0, y_0, \theta_0) \quad (10)$$

2 凸轮轮廓误差的分步评定

凸轮轮廓误差的分步评定,首先需确定评定中心(即理想基圆圆心 (x_0, y_0)),再求出
凸轮轮廓零起点(即方位误差 θ_0),最后进行误差评定。

2.1 凸轮轮廓理想基圆圆心的确定

2.1.1 最小二乘法确定圆心 用最小二乘法确定理想轮廓在测量系(即工件坐标系)中

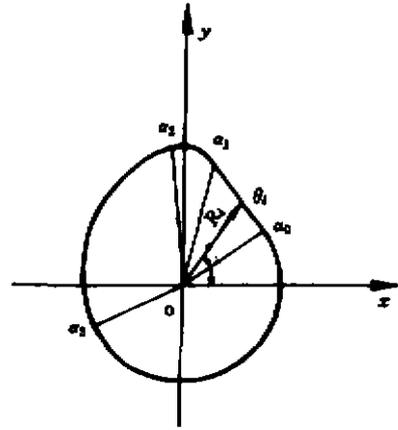


图 1 凸轮廓线形状

的方向位置参数值,其基本思想是按下列目标函数求最优解

$$\min \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 \quad (11)$$

式中, $\Delta_i = r_i' - R$, r_i' 为坐标转换后的凸轮基圆矢径值, R 为凸轮基圆理论半径。

2.1.2 最小条件法确定圆心 用最小条件法确定理想轮廓相对于测量系(即工件坐标系)的方向位置参数值,其基本思想是按下列目标函数求最优解:

$$\min | \max_{1 \leq i \leq n} (\Delta_i) - \min_{1 \leq i \leq n} (\Delta_i) | \quad (12)$$

式(11)与式(12)涉及多元函数求极值问题,由于其中的函数不可微,因此不能采用对函数分别偏微分建立方程组的方法求解。本文依据最小条件准则建立目标函数,然后求其最优解。

2.2 优化法确定凸轮轮廓零起点

确定理想基圆圆心后,凸轮轮廓误差评定目标函数(式(1))则变为

$$J = g(\theta_0) \quad (13)$$

这是一维优化问题,可用一维优化理论求解,一般用最小条件准则建立评定模型。依据定义,则有凸轮轮廓误差评定的数学模型:

$$f = \min_{1 \leq i \leq n} (\max_{1 \leq j \leq n} (\Delta_j) - \min_{1 \leq k \leq n} (\Delta_k)) \quad (14)$$

式中, $\Delta_i = r_i' - R = r_i' - R(\theta_i + \theta_0)$ 。其中, θ_i 为实测点的极角。

3 凸轮轮廓误差的综合评定

凸轮轮廓误差评定目标函数(式(1))中的3个参数(x_0, y_0, θ_0)互不独立,因此无法用分步评定方法找到最优解,下面探讨可一次直接求出(x_0, y_0, θ_0)最优解的综合评定方法。

3.1 数学模型的建立

极坐标下的误差评定分为两种:一种以实测点的极角为准,判定实测点的极径误差,另一种以理想点的极角为准,判定其对应的相同极角下的实际点的极径误差(图2)。

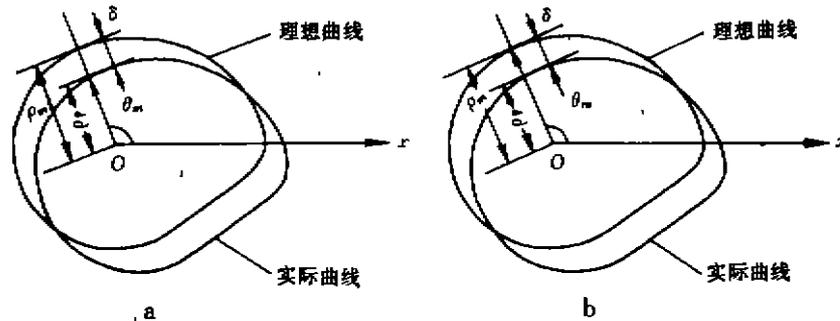


图2 以实测曲线和理想曲线的极角求交的轮廓误差曲线图

a. 以实测曲线的极角求交; b. 以理想曲线的极角求交

图中 ρ_m 为理想点极径, ρ_p 为实测点极径, θ_m 为理想点极角, θ_p 为实测点极角, δ 为极径误差, $\delta = \rho_p - \rho_m$ 。以图2为例,分别用最小条件准则和最小二乘原理建立凸轮轮廓误差评定的数学模型。

1) 最小条件准则评定模型 最小条件准则是指被测实际要素对其理想要素的最大变动量为最小。它是评定形状误差的基本准则。依据定义,其评定数学模型为

$$f = \min_{1 \leq i \leq n} (\max_{1 \leq i \leq n} (\Delta_i) - \min_{1 \leq i \leq n} (\Delta_i)) \quad (15)$$

2) 最小二乘原理评定模型 在形状误差评定中,最小二乘原理是指理想轮廓应满足与实际轮廓的残差平方和为最小。依据定义,其评定数学模型为:

$$ST = \min \sum_{i=1}^n (r'_i - R_i)^2 = \min \sum_{i=1}^n [r'_i(x_0, y_0) - R(\theta_i + \theta_0)]^2 \quad (16)$$

$$f = \max_{1 \leq i \leq n} (r'_i - R_i) - \min_{1 \leq i \leq n} (r'_i - R_i) \quad (17)$$

3.2 数学模型的求解

1) 目标函数的建立 凸轮轮廓误差评定模型是线性规划中一个典型的无约束优化问题,首先必须建立优化目标函数。

① 最小条件准则的目标函数

设 $x_1 = x_0, x_2 = y_0, x_3 = \theta_0$, 由式(15)则有目标函数

$$\min f(x) = (\max_{1 \leq i \leq n} (\Delta_i) - \min_{1 \leq i \leq n} (\Delta_i)) \quad (18)$$

式中, $\Delta_i = r'_i - R_i = r'_i(x_1, x_2) - R(\theta_i + x_3)$ 。

② 最小二乘原理的目标函数

设 $x_1 = x_0, x_2 = y_0, x_3 = \theta_0$, 由式(16)则有目标函数

$$f(x) = ST = \min \sum_{i=1}^n (r'_i - R_i)^2 = \min \sum_{i=1}^n [r'_i(x_1, x_2) - R_i(\theta_i + x_3)]^2 \quad (19)$$

2) 分析选择算法 依据所建立的优化目标函数,是一个三维无约束优化问题。通过对多种多维无约束优化方法的分析比较,诸如单纯形法、DFP 法、BFGS 法、共轭梯度法等,发现用单纯形法求解最有效。

3.3 综合评定的计算程序及结果

根据凸轮轮廓误差分步评定和综合评定数学模型的建立和求解,作者用 C 语言编制了相应的计算机程序(图 3)。为了验证该系统的可行性,本文对 S195 柴油机油泵凸轮进行了多次实测和评定。测量时间隔 4° 采样,因此存在一定的采样间隔误差和误差积累,截面上采样点数为 104。作为示例,图 4 分别给出了用不同的方法评定的结果及误差曲线图。

k=259	k=150
Optimum; x(i)	Optium; x(i)
x(1)=0.094809	x(1)=0.137949
x(2)=-0.010673	x(2)=-0.83070
x(3)=-0.655376	x(3)=-0.918237
Objective function; f=0.262364	Objective function; f=0.316501

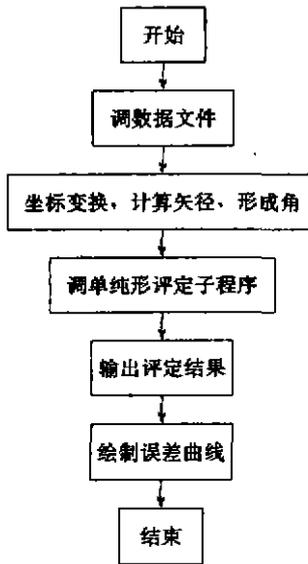


图3 综合评定程序框图

4 结论

1) 测量实例表明,用三坐标测量机测量凸轮轮廓,测量精度、效率高,操作方便,质量稳定。

2) 提出并建立了符合最小条件准则的凸轮轮廓误差分步评定的数学模型,并用优化方法对其进行了求解,从而实现了凸轮轮廓误差的最小条件判别。

3) 提出并建立了凸轮轮廓误差的综合评定数学模型,探索优化求解方法,研究结果表明,单纯形法可以实现凸轮轮廓误差的综合评定,并且结果优于分步评定。

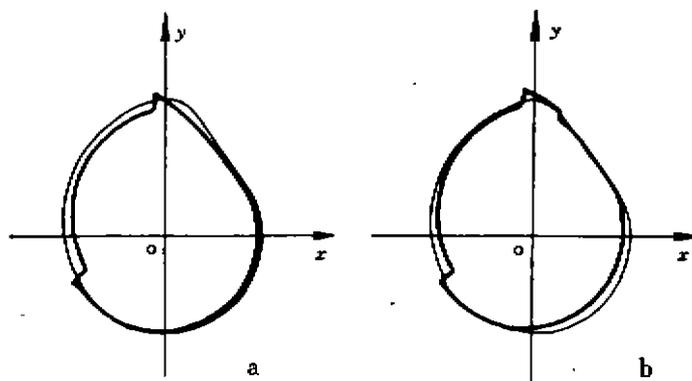


图4 综合评定误差曲线图

a. 最小二乘法; b. 最小条件准则

参考文献

- 1 杨 萍. 计算机辅助凸轮轮廓度测量和评定方法的研究[学位论文]. 陕西杨凌, 西北农业大学机电学院, 1996
- 2 Astrop A W. Automatic high-speed inspection of variable pitch cams for zoom lenses, *Machinery*, 1967, 110, 1849
- 3 Diviolson J K. Calculating cam profile quickly, *Mach. Des.*, 1978, 10, 7
- 4 郭俊杰. 凸轮轴全自动测量与数据处理控制系统. *计量技术*, 1995(10), 2~4
- 5 胡秉辰, 王夕生, 李 为. 凸轮廓线起始点的计算机辅助确定方法. *计量技术*, 1992(4), 4~6
- 6 左 林, 王斌球, 白 锦. TC-N 凸轮检测仪的研制. *小型内燃机*, 1992, 21(4), 54~57
- 7 郭俊杰, 钱兴旺. 凸轮测量数据定位法及其几种评定方法. *计量技术*, 1996(2), 5~6
- 8 陆金贵. 新技术在凸轮型面检验上的应用. *机械工艺师*, 1989(3), 36~37
- 9 刘兴富. 凸轮计程误差的评定方法. *计量技术*, 1992(3), 9~11
- 10 吴耀东. 凸轮动态测量的计算机处理. *计量技术*, 1995(1), 2~4

The Method of Error Evaluation for Cam Curve Profile

Yang Qing¹ Yang Ping²

(1 The College of Mechanical and Electronic Engineering, Northwestern

Agricultural University, Yangling, Shaanxi 712100) (2 Beijing Material College, Beijing 110046)

Abstract This paper measures cam profile error under coordinate measurement machine, presents and sets up a mathematical model with the principle of minimum condition to evaluate the profile error of cam, studies the method of integrated error evaluation for cam curve profile according to the general principle of shape error evaluation, and establishes the mathematical model by the least square and minimum condition principle separately.

Key words cam curve profile, error measurement, error evaluation, coordinate measurement machine