

内齿行星齿轮传动的理论分析

梁兆兰¹ 王乃信² 王 静³

(1 西北农业大学机械与电子工程学院, 3 西北农业大学经贸学院, 陕西杨陵·712100) (2 西北轻工业学院, 陕西咸阳·712081)

摘 要 论述了内齿行星齿轮传动的传动原理, 运动学和动力学分析, N 个内齿行星轮的瞬时啮合相位差, 推导出传动比, 转臂偏心轴承作用力及其支承反力最大值的计算公式。绘制了转臂偏心轴承作用力变化曲线图。

关键词 内齿行星轮, 传动比, 啮合相位差, 动态受力分析

中图分类号 TH132.425

内齿行星齿轮传动属于少齿差行星齿轮传动中外置偏心轴形式的一种, 其发展趋势有可能取代渐开线少齿差行星减速器、摆线针轮行星减速器、蜗杆蜗轮减速器和多级圆柱齿轮减速器, 成为一种新型的通用减速器。因此, 作进一步的分析研究很有必要。

1 传动原理

内齿行星齿轮传动是由 N 型少齿差行星传动演化来的(见图 1)。 N 型少齿差行星传动, 转臂 H 主动, 输出运动为行星轮 1 的自转角速度 ω_1 , 其传动比为

$$i_{H1} = \omega_H / \omega_1 = -z_1 / (z_2 - z_1)^{[3]}$$

若将图 1 中的行星轮变为中心轮, 中心轮变为行星轮, 再增添一转臂偏心轴 H , 即可得到图 2 所示的内齿行星齿轮传动机构。

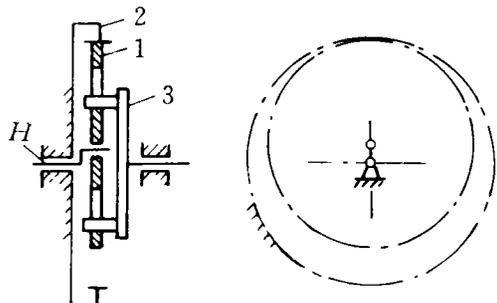


图 1 N 型少齿差行星传动

1. 外齿行星轮; 2. 内齿中心轮; 3. 输出机构; H . 转臂

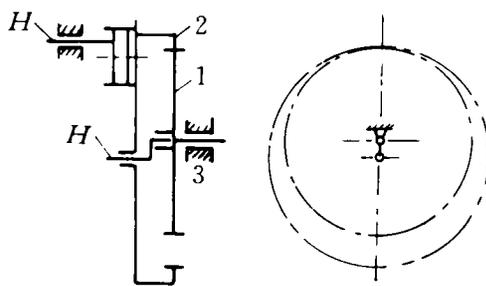


图 2 内齿行星齿轮传动

1. 外齿中心轮; 2. 内齿行星轮; 3. 机架; H . 转臂

内齿行星齿轮传动机构的基本构造如图 3 所示。 H 为两根互相平行且各具有 N 个(图示为 3 个)偏心的转臂轴, 动力通过 H 轴中的任一轴或两轴同时输入, 又通过 H 轴上的偏心轴承拖动内齿行星轮 2 作平动, 再通过行星轮 2 和外齿轮 1 啮合传动, 输出功率。

2 运动学分析

2.1 传动比

用转化机构法求传动比。因内齿行星轮 2 作平动, 则有

收稿日期: 1993-12-16.

$$\begin{aligned}
 i_{12}^H &= (\omega_1 - \omega_H) / (\omega_2 - \omega_H) \\
 &= (\omega_1 - \omega_H) / (0 - \omega_H) \\
 &= z_2 / z_1
 \end{aligned}$$

得 $i_{H1} = -z_1 / (z_2 - z_1)$ (1)

式中 ω_1 为输出轴 1 的角速度; ω_H 为转臂偏心轴 H 的角速度; z_1 为外齿中心轮 1 的齿数; z_2 为内齿行星轮 2 的齿数。

2.2 瞬时啮合相位差

图 4 所示,在二根互相平行的转臂偏心轴 H 上,三个偏心的相位角为 120° 。偏心 A, B 在 A_1, B_1 时,内齿行星轮 2 在 p_1 点与外齿轮 1 相啮合;偏心 A, B 在 A_2, B_2 时,内齿行星轮 2 在 p_2 点与外齿轮 1 相啮合;偏心 A, B 在 A_3, B_3 时,内齿行星轮 2 在 p_3 点与外齿轮 1 相啮合。因内齿行星轮 2 作平动,其上任一点的运动轨迹都是半径为 a' 的圆,所以轴 H 上的偏心在 A_1, A_2, A_3 和 B_1, B_2, B_3 位置时,其内齿行星轮 2 的中心分别在 O_1, O_2, O_3 位置,相位角必为 120° 。又因行星轮 2 的节圆半径 r_2' 等于外齿轮 1 的节圆半径 r_1' 与偏心距 a' 之和,故三个位置的内、外齿轮啮合点 p_1, p_2 和 p_3 必在 O_1O', O_2O' 和 O_3O' 的延长线上,其啮合相位角为 120° 。如果 H 上有 n 个均布偏心,其啮合相位角为 $360^\circ/n$ 。

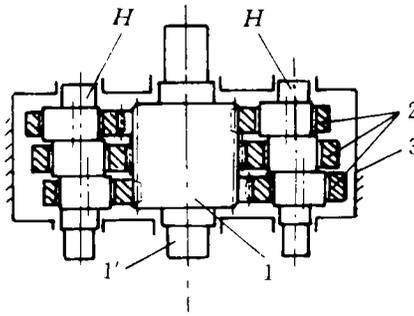


图 3 内齿行星齿轮传动机构的基本构造

1'. 动力输出轴; 1. 与 1' 固联的外齿中心轮;
2. 内齿行星轮; 3. 机架; H. 转臂偏心输入轴

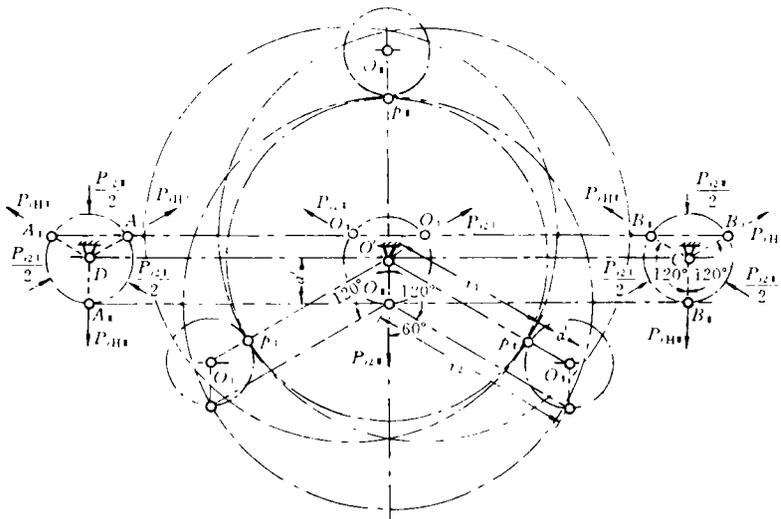


图 4 瞬时啮合相位差

3 动力学分析

双轴输入和单轴输入相比,优点甚多^[1],本文仅对双轴输入式内齿行星齿轮传动进行

动态受力分析。因 n 个内齿行星轮在一周范围内,其受力情况是完全一样的,故只分析其中一个。图 5a 所示, DA 和 CB 代表两转臂偏心输入轴 H , AB 代表一内齿行星轮,其上作用有:行星轮 2 的重力 G_2 和离心惯性力 P_{i2} ;转臂偏心轴承的重力 G_H 和离心惯性力 P_{iH} ;负载通过外齿轮作用给内齿行星轮 2 的力 F_n (F_n 切于基圆,指向啮合点)。

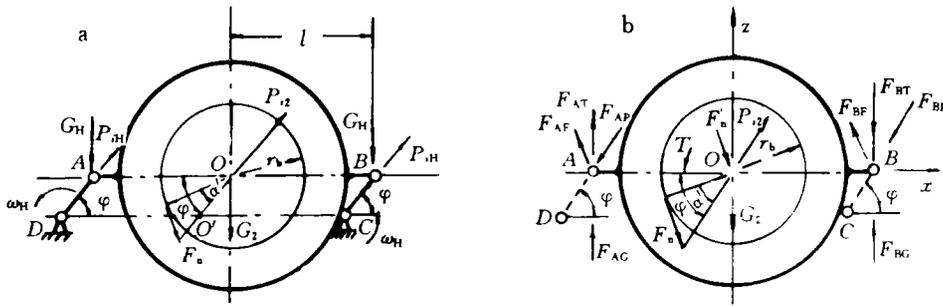


图 5 单个行星轮和偏心轴承的受力分析
a. 作用在 ABCD 机构上的外力; b. 受力分析

3.1 内齿行星轮和转臂偏心轴承惯性力的计算

见图 5a,两转臂偏心轴承的质心分别在 A, B 两点。内齿行星轮的质心在 O 点,质心 O 以 ω_H 绕 O' 转动,因行星轮 2 作平动,则 $\omega_2=0$ 。

内齿行星轮 2 的惯性力为

$$P_{i2} = m_2 \cdot a' \cdot \omega_H^2 = \frac{\pi^2 \cdot m \cdot (z_2 - z_1) \cdot m_2 \cdot \cos\alpha}{1800 \cdot \cos\alpha'} \cdot n_H^2 \quad (2)$$

转臂偏心轴承的惯性力为

$$P_{iH} = m_H \cdot a' \cdot \omega_H^2 = \frac{\pi^2 \cdot m \cdot (z_2 - z_1) \cdot m_H \cdot \cos\alpha}{1800 \cdot \cos\alpha'} \cdot n_H^2 \quad (3)$$

式中 m_H 为转臂偏心轴承的质量; m_2 为行星轮 2 的质量; n_H 为转臂 H 的转速。

3.2 转臂偏心轴承作用力的分析

取内齿行星轮 2 为示力体,见图 5b。将 F_n 方向 O 点简化为一力 F_n 和一扭矩 $T = F_n \cdot r_b$, $F_n = F_n$, 扭矩 T 引起的反力为 $F_{AT} = F_{BT} = F_n \cdot r_b / (2l)$, F_n 引起的反力为 $F_{AF} = F_{BF} = F_n / 2 = F_n / 2$; P_{i2} 引起的反力为 $F_{AP} = F_{BP} = P_{i2} / 2$; G_2 引起的反力为 $F_{AG} = F_{BG} = G_2 / 2$ 。上述力在 x 方向和 z 方向的分力和为 F_{Ax}, F_{Az} 和 F_{Bx}, F_{Bz} , 得两转臂偏心轴承所承受的作用力为

$$F_A = (F_{Ax}^2 + F_{Az}^2)^{\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{P_i^2}{4} + \frac{G_2^2}{4} - \frac{P_{i2} \cdot F_n}{2} \cdot \sin\alpha' + \frac{F_n \cdot G_2 \cdot r_b}{2l} - \frac{F_n \cdot P_{i2} \cdot r_b}{2l} \cdot \sin\varphi - \frac{P_{i2} \cdot G_2}{2} \cdot \sin\varphi + \frac{F_n \cdot G_2}{2} \cdot \cos(\varphi - \alpha') + \frac{F_n^2}{4} \left[1 + \frac{r_b^2}{l^2} + \frac{2r_b}{l} \cdot \cos(\varphi - \alpha') \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$F_B = (F_{Bx}^2 + F_{Bz}^2)^{\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{P_i^2}{4} + \frac{G_2^2}{4} - \frac{P_{i2} \cdot F_n}{2} \cdot \sin\alpha' - \frac{F_n \cdot G_2 \cdot r_b}{2l} + \frac{F_n \cdot r_b \cdot P_{i2}}{2l} \cdot \sin\varphi - \frac{P_{i2} \cdot G_2}{2} \cdot \sin\varphi + \frac{G_2 \cdot F_n}{2} \cdot \cos(\varphi - \alpha') + \frac{F_n^2}{4} \left[1 + \frac{r_b^2}{l^2} - \frac{2r_b}{l} \cdot \cos(\varphi - \alpha') \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

式中 φ 为转臂的位置角; r_b 为行星轮 2 的基圆半径; l 为两转臂偏心轴承中心距之半。

若该传动的 $z_1=78$, $z_2=81$, 模数 $m=4.5$ mm, 齿宽 $b=53$ mm, 负载扭矩 $T=1117$ N·m, 内齿行星轮的个数 $n=3$, 输入轴转速 $n_H=1500$ r·min⁻¹, 齿轮材料采用 38SiMnMo 钢. 另有 $r_b=171.26$ mm, $G_2=420.6$ N, $P_{i2}=8050.2$ N, $F_n=T/(3r_b)$, 取 $F_n=0.4T/r_b=2608.9$ N, $\alpha'=35.286^\circ$ [2], $l=338$ mm, 利用计算机计算出 φ 由 $0^\circ\sim 360^\circ$ 每度的 F_A 和 F_B 的值, 并绘制出 F_A 和 F_B 随转臂转角 φ 的变化曲线, 见图 6 和附表.

附表 偏心轴承承受作用力的极值

作用力 F	转角 φ (度)	F_{max} (N)	转角 φ (度)	F_{max} (N)
F_{A1}	215	643.52	35	1965.39
F_{A2}	108	2779.55	288	4101.44
F_{A3}	108	2569.25	288	4311.74
F_{B1}	35	643.52	215	1965.39
F_{B2}	288	2779.55	108	4101.44
F_{B3}	288	2989.85	108	3891.14

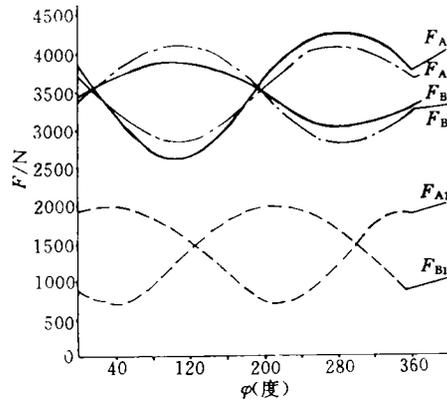


图 6 两转臂偏心轴承承受作用力的变化曲线

F_{A1}, F_{B1} ——不考虑重力和惯性力影响时;
 F_{A2}, F_{B2} ——不考虑重力影响时;
 F_{A3}, F_{B3} ——考虑重力和惯性力影响时

3.3 两转臂偏心输入轴支承的受力分析

3.3.1 惯性力及惯性力偶矩对转臂偏心输入轴支承的作用 惯性力的作用见图 4. 转臂偏心轴上的惯性力矢量和为

$$\sum_{j=1}^n (\frac{P_{i2j}}{2} + P_{Hj})_D = 0 \quad \sum_{j=1}^n (\frac{P_{i2j}}{2} + P_{Hj})_C = 0$$

故该传动机构是静平衡的.

惯性力偶矩的作用见图 7. 当 $n=3$ 时, 在 $xO'y$ 平面内的惯性力偶矩为

$$M_{Hx} = \frac{\sqrt{3}}{2} (\frac{P_{i2}}{2} + P_{H}) \cdot B \quad (6)$$

在 $yO'z$ 平面内的惯性力偶矩为

$$M_{Hy} = \frac{3}{2} (\frac{P_{i2}}{2} + P_{H}) \cdot B \quad (7)$$

合惯性力偶矩为

$$M_i = (M_{Hx}^2 + M_{Hy}^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{\pi^2 \cdot m \cdot (z_2 - z_1) \cdot B \cdot n_H^2}{600 \sqrt{3}}$$

$$\cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \cdot (\frac{m_2}{2} + m_H) \quad (8)$$

图 7 惯性力及重力对输入轴支承的作用

M_i 与 $yO'z$ 平面的夹角为

$$\psi = \arctg \frac{M_{Hy}}{M_{Hx}} = \arctg \sqrt{3} = 60^\circ \quad (9)$$

因 $M_i \neq 0$, 该传动机构是动不平衡的, 惯性力偶矩 M_i 在支承 I', I' 处引起的支承反力为

$$R_{Mi1'} = R_{Mi1'} = \frac{M_i}{L'} = \frac{\pi^2 \cdot m \cdot (z_2 - z_1) \cdot B \cdot n_H^2}{600 \sqrt{3} L'} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \cdot \left(\frac{m_2}{2} + m_H\right) \quad (10)$$

式中 B 为转臂轴上相邻二偏心的轴向距离; L' 为转臂轴支承跨度。

3.3.2 F_n 力对转臂偏心输入轴支承的作用 见图 8, 将 F_n 向 O 点简化为一力 F'_n 和一扭矩 $T' = F_n r_b$, $F'_n = F_n$, 得与三个内齿行星轮相应的 F'_{n1} , F'_{n2} , F'_{n3} 和 T'_1 , T'_2 , T'_3 . 再向 D, C 点简化, 得 $F'_{n1}/2, F'_{n2}/2, F'_{n3}/2$ 和 $(T'_1/2l)''$, $(T'_2/2l)''$, $(T'_3/2l)''$ 及相应的转矩(图中未画出), $F'_{n1}/2 = F'_{n2}/2 = F'_{n3}/2 = F'_n/2$, $(T'_1/2l)'' = (T'_2/2l)'' = (T'_3/2l)'' = F'_n \cdot r_b / (2l)$. 因 $F'_n/2$ 力与相对应的 $P_{i2}/2 + P_H$ 力逆 ω_H 方向相错 $90^\circ + \alpha'$ 角, 若将 $xO''z$ 坐标系统 y 轴(见图 7)逆 ω_H 转 $90^\circ + \alpha'$ 角得 $x'O''z'$, 其 $F'_n/2$ 力相对 $x'O''z'$ 与 $P_{i2}/2 + p_H$ 力相对 $xO''z$ 坐标系相位相同, 参看式(6)和式(7), 有

在 $x'O''y$ 平面内的力偶矩为 $M_{FnH} = (\sqrt{3}/2) \cdot (F'_n/2) \cdot B$

在 $yO''z'$ 平面内的力偶矩为 $M_{FnV} = (3/2) \cdot (F'_n/2) \cdot B$

合力偶矩为

$$M_{Fn} = (M_{FnH}^2 + M_{FnV}^2)^{1/2} = (\sqrt{3}/2) \cdot F_n \cdot B \quad (11)$$

M_{Fn} 与 $yO''z'$ 平面的夹角为

$$\psi = \arctg M_{FnV} / M_{FnH} = \arctg \sqrt{3} = 60^\circ \quad (12)$$

故 M_{Fn} 与 M_i 的夹角为 $90^\circ + \alpha'$.

M_{Fn} 在支承 I', I' 处引起的支承反力为

$$R_{MF_n I'} = R_{MF_n I'} = M_{Fn} / L' = \sqrt{3} \cdot F_n \cdot B / (2L') \quad (13)$$

$R_{MF_n I'}$ 和 $R_{Mi I'}$, $R_{MF_n I'}$ 和 $R_{Mi I'}$ 的相位角为 $90^\circ + \alpha'$.

$(T'_1/2l)''$, $(T'_2/2l)''$ 和 $(T'_3/2l)''$ 在支承 I', I' 处引起的支承反力为 $3T'/(4l) = 3F_n r_b / (4l)$ (图 8)。

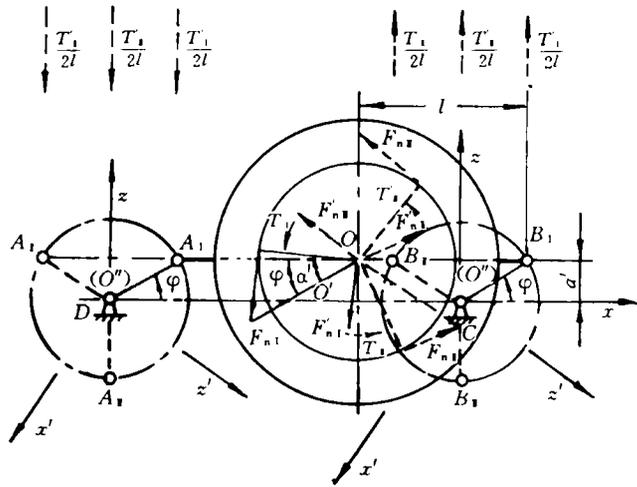


图 8 F_n 力对输入轴支承的作用

3.3.3 转臂偏心输入轴支承反力最大值的确定 在两转臂偏心输入轴支承 D, C 处分别受有 $3F_n r_b / (4l), R_{M_i}, R_{M_{F_i}}$ 和 $R_G (R_G = R_{G_1} = R_{G_1'} = (3/2)(G_2/2 + G_H))$, (见图7)。因 R_{M_i} 与 $R_{M_{F_i}}$ 的夹角为定值 $90^\circ + \alpha'$, 可用余弦定理求其合力 $R_{M_{F_i}}$ 。则支承 D 处的最大反力发生在 $R_{M_{F_i}}$ 垂直向下, 与 $R_G, 3F_n r_b / (4l)$ 同向时; 支承 C 处的最大反力发生在 $R_{M_{F_i}}$ 垂直向上与 $3F_n r_b / (4l)$ 同向时, 即

$$R_{D_1'_{\max}} = R_{D_1'_{\max}} = R_{G_1'_{(1')}} + R_{M_{F_1'_{(1')}}} + 3F_n r_b / (4l) \quad (14)$$

$$R_{C_1'_{\max}} = R_{C_1'_{\max}} = -R_{G_1'_{(1')}} + R_{M_{F_1'_{(1')}}} + 3F_n r_b / (4l) \quad (15)$$

用前例数据及当 $B = 40 \text{ mm}$, $L' = 180 \text{ mm}$, $G_H = 20 \text{ N}$ 时, $R_G = 345 \text{ N}$, $R_{M_{F_i}} = 1464.1 \text{ N}$, $3F_n r_b / (4l) = 991.42 \text{ N}$, 有

$$R_{D_1'_{\max}} = R_{D_1'_{\max}} = 2800 \text{ N},$$

$$R_{C_1'_{\max}} = R_{C_1'_{\max}} = 2110 \text{ N}$$

4 结 论

1) 该传动结构紧凑, 传动比大, 省去了 N 型少齿差行星传动所必须的输出机构, 使机构简化, 效率高。

2) 瞬时啮合相位差为 $360^\circ/n$, 提高了外齿轮的受力均匀性, 改善了输入轴和输出轴的受力状况。

3) 考虑惯性力和重力情况下, 对该机构进行受力分析, 属首次。高、中速时, 惯性力不可忽略。 G_2 大时, 应考虑重力的作用。以上分析结果对合理选择轴承有较大的实际意义。

参 考 文 献

- 1 应海燕, 杨锡和. $K-H$ 型三环减速器的研究. 机械传动, 1992, 6(4): 37~43
- 2 马从谦, 陈自修, 张文照等. 渐开线行星齿轮传动设计. 北京: 机械工业出版社, 1987. 537~560
- 3 孙 桓. 机械原理. 北京: 高等教育出版社, 1986. 290~354, 425~427

Theoretical Analysis for the Epicyclic Gear Drive with Internal Teeth

Liang Zhaolan¹ Wang Naixin² Wang Jing³

(1 The College of Mechanical and Electronic Engineering, Northwestern Agricultural University, Yangling, Shaanxi, 712100)

(2 Department of Machinery, Northwestern Light Industry College, Xianyang, Shaanxi, 712081)

(3 The College of Economy and Trade, Northwestern Agricultural University, Yangling, Shaanxi, 712100)

Abstract This paper deals with the driving principle, the kinematic and kinetic analysis of the epicyclic gear drive with internal teeth and the transient engagement phase difference of the epicyclic gears with internal teeth. The computation formulae are also derived for the transmitting ratio and the carrier bearing action force as well as the maximum supporting cation force. And the action force variation curve of the carrier eccentric bearing was drawn.

Key words epicyclic gear with internal teeth, transmitting ratio, engagement phase difference, kinetic analysis