

插切矩形齿廓花键轴节圆半径的确定

蒋 钧

(甘肃农业大学农机系, 甘肃兰州·730070)

摘 要 用展成法加工各种共轭曲面具有诸多优点。齿廓为矩形的花键轴可用展成法加工。在加工时, 如果工件节圆选得不当, 就会产生顶切或其他问题。本文针对这一问题进行探讨。

关键词 展成法, 共轭齿廓

中图分类号 TG613, TG501.1

1 啮合线方程

设在展成的某一瞬时, 花键轴与刀具的相对位置如图1所示, 啮合点 K 。

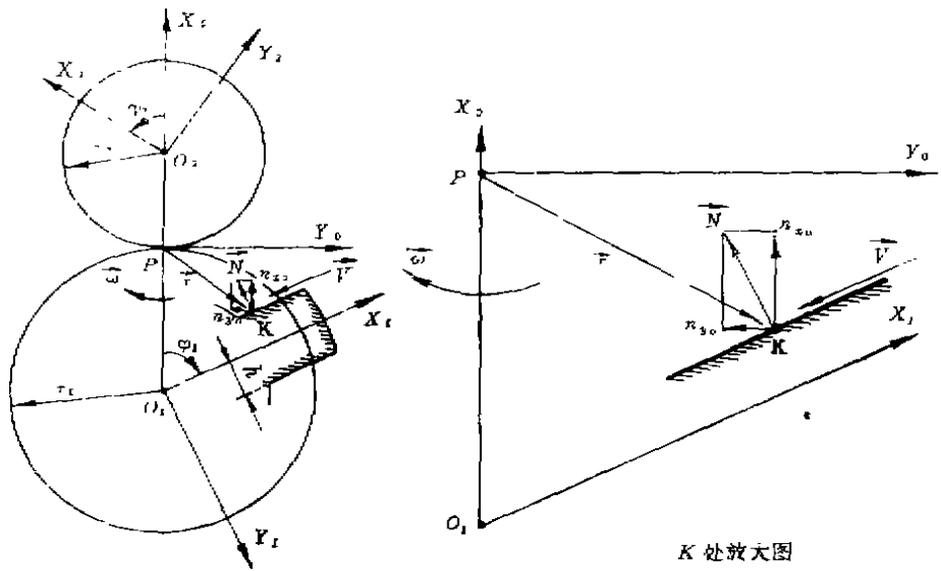


图1 花键轴与刀具的相对位置

r_1, r_2 —花键轴、刀具节圆半径, h —花键轴1·2齿厚; P —节点; X_0, Y_0 —相对于地面固定的直角坐标系; X_1, Y_1 —固结于花键轴横剖面内的坐标系, φ_1, φ_2 —分别表示在加工时, X_1, Y_1 坐标系和 X_2, Y_2 坐标系相对于 X_0, Y_0 坐标系的转角

在这里规定逆时针转角为“+”, 顺时针转角为“-”。显然

文稿收到日期: 1991-04-01

$$\varphi_2 r_2 = -\varphi_1 r_1 \quad (1)$$

花键轴齿廓是直线, 在 $X_1 O_1 Y_1$ 中, 设其参数方程为:

$$\begin{cases} x_1 = u & (u \text{ 为待定参数}) \\ y_1 = -h \end{cases} \quad (2)$$

根据共轭变换原理, 将式 (2) 记入 $X_0 P Y_0$ 中:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\varphi_1) & \sin(-\varphi_1) & -a\cos(-\varphi_1) - b\sin(-\varphi_1) \\ -\sin(-\varphi_1) & \cos(-\varphi_1) & a\sin(-\varphi_1) - b\cos(-\varphi_1) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 a, b 是 P 点在 $X_1 O_1 Y_1$ 中的坐标, 显然

$$\begin{cases} a = r_1 \cdot \cos\varphi_1 \\ b = -r_1 \cdot \sin\varphi_1 \end{cases} \quad (4)$$

将式 (2), (4) 代入 (3) 并化简得到:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & -r_1 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ -h \\ 1 \end{bmatrix}$$

展开此式可得到啮合点的轨迹在 $X_0 P Y_0$ 中的方程:

$$\begin{cases} x_0 = u \cdot \cos\varphi_1 + h \cdot \sin\varphi_1 - r_1 \\ y_0 = u \cdot \sin\varphi_1 - h \cdot \cos\varphi_1 \end{cases} \quad (5)$$

为确定参数 u , 设 \vec{N} 为两条共轭曲线在啮合点 M 处的公法线矢量; \vec{V} 为 M 点处的相对速度 (参看图 1K 处放大图); 根据求齿廓啮合方程的运动学法^[1] 有:

$$\vec{N} \cdot \vec{V} = 0 \quad (6)$$

设 n_{x_0}, n_{y_0} 分别代表 \vec{N} 在 $X_0 P Y_0$ 中的坐标分量, 即 $\vec{N} = n_{x_0} \cdot \vec{i} + n_{y_0} \cdot \vec{j}$. 又设 $\vec{V} = \vec{\omega} \cdot \vec{r} = \omega \vec{K} \cdot (x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j}) = \omega(x_0 \vec{j} - y_0 \vec{i})$, x_0, y_0 是 \vec{r} 的坐标分量, $\vec{\omega}, \vec{r}$ 的意义如图 1 所示. 则式 (6) 可写成标量式:

$$x_0 \cdot n_{y_0} - y_0 \cdot n_{x_0} = 0 \quad (7)$$

根据微分几何知识: $\begin{cases} n_{x_0} = -\dot{y}_0 \\ n_{y_0} = \dot{x}_0 \end{cases}$, 为求 \dot{x}_0, \dot{y}_0 , 可将式 (5) 对 u 求导, 得:

$$\begin{cases} n_{x_0} = -\dot{y}_0 = -\sin\varphi_1 \\ n_{y_0} = \dot{x}_0 = -\cos\varphi_1 \end{cases} \quad (8)$$

将式 (5), (8) 代入 (7) 解出 u :

$$u = r_1 \cdot \cos\varphi_1 \quad (9)$$

将所得 u 值代入式 (5) 后, 得:

$$\begin{cases} x_0 = -(r_1 \sin \varphi_1 - h) \cdot \sin \varphi_1 \\ y_0 = (r_1 \sin \varphi_1 - h) \cdot \cos \varphi_1 \end{cases} \quad (10)$$

此式即为所求的啮合线方程。

2 临界角 Φ_1 的确定

刀具与工件共轭啮合的五线图如图 2 所示。

设矩形齿廓在 K 点的曲率半径为 ρ_1 , 则: $\rho_1 = A_1 K \rightarrow \infty$; 刀具齿廓曲线在 K 点的曲率半径为 ρ_2 , 则 $\rho_2 = A_2 K$. 令 $PK = l$, K_Y 为其诱导曲率, 即:

$$K_Y = 1 / \rho_1 + 1 / \rho_2 \quad (11)$$

规定凸齿廓的曲率半径为“+”, 凹齿廓的曲率半径为“-”。根据曲率干涉的概念, 若 $K_Y > 0$, 则两共轭曲面不会发生干涉; 若 $K_Y < 0$, 则会发生干涉。这种干涉表明在加工时会产生顶切或根切现象。使 $K_Y = 0$ 的点是临界点, 其对应的参数为临界参数。在图 2 中, 由于 $\rho_1 \rightarrow \infty$, $\rho_2 > 0$, 故 $K_Y = 1 / \rho_1 + 1 / \rho_2 \approx 1 / \rho_2 > 0$, 所以, 此时不会发生曲率干涉, 展成加工正常进行。但当 $\rho_2 < 0$ 时, $K_Y < 0$, 这将会发生曲率干涉。

将式(10)中 φ_1 的临界取值角(临界角)用 Φ_1 表示, 为求 Φ_1 , 令 $\rho_2 = 0$, 便可由 Euler-Savary 方程^[2]

$$\left(\frac{1}{\rho_2 - l} + \frac{1}{\rho_1 + l} \right) \cdot \sin \alpha = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \text{ 求 出。}$$

由图 2 可知: $\alpha = \varphi_1$, $l = PK = r_1 \sin \varphi_1 - h$, $\rho_1 \rightarrow \infty$. 如设 ω_1 , ω_2 分别为花键轴和刀具的角速度, 传动比 $\omega_2 / \omega_1 = -r_1 / r_2 = -i$, 则从式(1)不难导出 $r_2 = r_1 / i$. 将 α , l , ρ_1 , r_2 代入 Euler-Savary 方程得

$$\rho_2 = r_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \frac{2+i}{1+i} - h \quad (12)$$

令 $\rho_2 = 0$, 则解出用插刀加工时的临界参数:

$$\sin \Phi_1 = \frac{h}{r_1} \cdot \frac{1+i}{2+i} \text{ 或 } \Phi_1 = \sin^{-1} \left(\frac{h}{r_1} \cdot \frac{1+i}{2+i} \right) \quad (13)$$

3 工件节圆半径的确定

设花键轴齿廓直线部分上某点到节圆圆心 O_1 的距离为 r , 以图 2 中的 K 点为

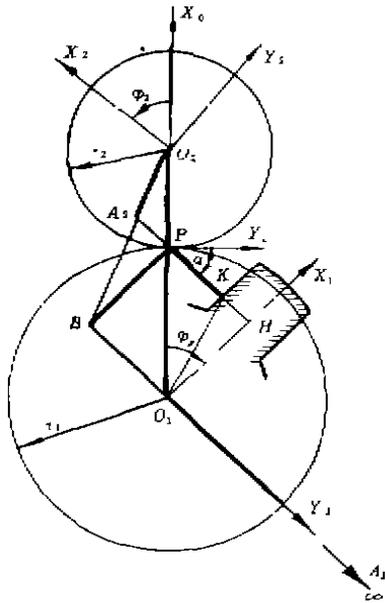


图 2 刀具与工件共轭啮合的五线图

K ——意义同图 1; A_1 , A_2 ——分别为工件矩形齿廓与刀具齿廓在 K 点啮合时各自的曲率中心,
 B ——直线 A_1O_1 与 A_2O_2 的交点。

例, 有

$$\left. \begin{aligned} O_1 K &= r \\ KH &= h \\ O_1 H &= r_1 \cos \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

在直角三角形 $O_1 HK$ 中:

$$r^2 = h^2 + r_1^2 \cos^2 \varphi_1 = h^2 + r_1^2 (1 - \sin^2 \varphi_1) \quad (15)$$

将式(13)所确定的临界角 Φ_1 代入式(15), 便可求得花键齿廓直线部分所在圆最大半径 r_{\max} :

$$r_{\max}^2 = r_1^2 + h^2 \cdot \frac{3+2i}{(2+i)^2} \quad (\text{用插刀加工}) \quad (16)$$

如令 $i=0$, 则得到用齿条刀加工时的 r_{\max} :

$$r_{\max}^2 = r_1^2 + \frac{3}{4} h^2 \quad (\text{用齿条刀加工}) \quad (17)$$

设工件的外圆半径为 R , 当花键齿顶不倒角时, 令 $r_{\max} = R$; 当花键点顶倒角(倒角高度为 C)时, 令 $r_{\max} = R - C$. 对应于式(16)和(17)可分别得到:

$$\left. \begin{aligned} r_1^2 &= R^2 - h^2 \cdot \frac{3+2i}{(2+i)^2} \\ r_1^2 &= (R-C)^2 - h^2 \cdot \frac{3+2i}{(2+i)^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{用插刀加工}) \quad (18)$$

$$\text{及} \quad \left. \begin{aligned} r_1^2 &= R^2 - \frac{3}{4} h^2 \\ r_1^2 &= (R-C)^2 - \frac{3}{4} h^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{用齿条刀加工}) \quad (19)$$

式(18)、(19)所表达的 r_1 , 就是对应于用插刀加工和用齿条刀加工而不产生顶切时的工件节圆的最小半径。如果节圆半径小于此值, 就会产生顶切; 如果不适当的增大节圆半径, 又会使工件廓形根部的过渡曲线加大, 刀具齿顶宽度减小, 啮合线有效部分的长度减小, 从而导致加工时包络二件廓形的切痕数减少而影响齿廓表面的粗糙度。

由于啮合的形状与工件的廓形及尺寸有关, 而与刀具的类型、尺寸无关, 所以我们并未涉及刀具的廓线, 仅从啮合线方程式(10)求得了工件的最小节圆半径; 从式(18)、(19)可以看出: 当工件外圆半径 R 确定时, 控制尺寸 h 及加工时工艺参数 i , 便可使 r_1 满足要求。 h 是在设计工件时所确定的参数; 控制 i 实际上是选择插齿刀的齿数 Z_2 ; 从式(18)、(19)可以看出: 用齿条刀加工时工件节圆半径总小于插刀加工时工件的节圆半径。

参 考 文 献

- 1 (苏) Ф·Л·李特文等著: 卢贤占等译. 齿轮啮合原理. 上海科学技术出版社, 1984: 33
- 2 天津大学等六院校台编. 机械原理 (上册). 北京: 人民教育出版社, 1979: 132

The Detemination of Pitch Circle Radius For Slotting Spline Shaft With Rectangular Tooth Profile

Jiang Jun

(Agriculture Machinery Department, Gansu University of Agriculture, Lanzhou, Gansu, 730070)

Abstract There are many advantages to make every conjugate curve surfaces by using gear generating method. The method can be used to make spline shaft with rectangular tooth profile. If the pitch circle of work-piece is selected improperly tooth overcutting and other problems can be also caused, In this paper the author discussed this problem

Key words gear generating method, conjugate tooth profile