

# 不同留配体制下小群体近交的研究

王金良 邱 怀 岳 浩

( 畜牧系 )

( 计算中心 )

**摘 要** 采用Monte Carlo 方法研究了群体在3种规模7种留配体制下50个世代内的近交。结果表明,最优留种最优选配是近期内控制近交最有效的留配体制。非同胞随机交配和最优选配在随机留种下均可有效地控制群体近交,而在家系等数留种下只能控制起初若干世代的近交,可控制的世代数因群体规模而异。选配增加了世代内个体近交系数的一致性,但增大了世代间近交量的差异。

**关键词** 近交系数,留配体制,小群体, Monte Carlo

**中图分类号** S813.2

世界性的畜禽品种资源危机已引起人们的普遍关注<sup>[1]</sup>。如何有效地保存与利用现有品种资源,直接关系到未来畜牧业的存在与发展。小群体纯种繁育是传统的保种方法,其效果受群体规模、留种与选配方式等诸多因素的影响,关键在于控制近交。各家系等数留种经理论分析和模拟试验证明是控制近交行之有效的留种方式<sup>[2,3]</sup>;随机留种时避免自交和同胞交配尚能微小地降低近交速率,而在各家系等数留种时对近交失去控制作用<sup>[4]</sup>。Jansen和Wilton,张志武等用线性规划方法制定最优选配方案以控制群体近交<sup>[5]</sup>,并认为是对保种最有效的选配方式,但并没有结合留种方式及群体规模进行深入的研究。本研究采用Monte Carlo方法探讨在不同留种方式下各种选配方法对小群体近交的影响,并提出一种新的能有效控制近交的留配体制。

## 1 材料与方 法

### 1.1 理论假设

群体世代不重叠,规模与性比例世代不变,基础群(0世代)个体近交系数及个体间共祖系数均为0,自我共祖系数为0.5。

### 1.2 留配体制

采用下列7种留配体制:①RS:RM 随机留种,随机交配;②RS:SM 随机留种,非同胞随机交配;③RS:OM 随机留种,最优选配;④ES:RM 各家系等数留种,随机交配;⑤ES:SM 各家系等数留种,非同胞随机交配;⑥ES:OM 各家系等数留种,最优选配;⑦OS:OM 最优留种,最优选配。

假定雌性家系的雌性后代数和雄性家系的雄性后代数都呈均数为1的Poisson分布,从该分布抽样形成下一代群体,是为随机留种;每一雌性家系留一雌性后代,每一雄性家系留一雄性后代,为各家系等数留种;每一雌性家系留一雌性后代,每一雄性家系选

文稿收到日期:1990-10-25,

择近交系数最小的一头雄性个体留种,为最优留种;随机交配指随机抽取公母个体配对,非同胞随机交配指随机抽取公母个体配对,若配对者为同胞,则重新抽取;最优选配是以全群平均近交系数最小为目标,用数学规划求得最优交配方案。

设一群体由 $m$ 头公畜 $n$ 头母畜组成,最优选配问题就是寻求 $n$ 个公母畜配对,使得这 $n$ 对的公母畜间共祖系数平均值为最小,从而达到后代平均近交最低的目的。该选配问题属一类特殊的0-1规划,可用一般线性规划方法、运输问题解法求解<sup>[5]</sup>。在此,我们提出用分配问题匈牙利解法,当群体性比例接近1时,可明显提高求解效率。

设选配决策变量矩阵 $S$ 及相应的共祖系数矩阵 $G$ 分别为:

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{m1} & S_{m2} & \cdots & S_{mn} \end{pmatrix}; \quad G = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ G_{m1} & G_{m2} & \cdots & G_{mn} \end{pmatrix}$$

选配决策变量 $S_{ij}$  ( $i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n$ )取值为0或1,若第 $i$ 头公畜与第 $j$ 头母畜配对,则 $S_{ij}=1$ ;否则 $S_{ij}=0$ 。若性比例 $k=n/m$ 为1,则矩阵 $S$ 和 $G$ 均为方阵,可直接用匈牙利法求解;否则,应先将 $S$ 与 $G$ 阵的每行重写 $k$ 次以构成 $n \times n$ 阶方阵,方可求解。

### 1.3 近交系数的迭代计算

若群体由 $m$ 头公畜、 $n$ 头母畜组成,公畜编号 $1 \sim m$ ,母畜编号 $m+1 \sim m+n$ , $t$ 世代群内个体 $i$ 与 $j$ 的共祖系数为 $G_{ij}^t$  ( $i, j=1,2,\dots,m+n$ ), $i$ 公畜与 $j$ 母畜产生的留种后代数为 $X_{ij}$  ( $i=1,2,\dots,m; j=m+1, m+2, \dots, m+n$ ),则 $t+1$ 世代群体平均近交系数为:

$$F^{t+1} = \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=m+1}^{m+n} G_{ij}^t X_{ij} \right) / \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=m+1}^{m+n} X_{ij} \right)$$

$t+1$ 世代共祖系数可用下面公式计算:

$$G_{ij}^{t+1} = 1/4 \left( G_{m_1 f_1}^t + G_{m_1 f_2}^t + G_{f_1 m_2}^t + G_{f_2 m_2}^t \right),$$

$$G_{ii}^{t+1} = 1/2 \left( 1 + G_{m_1 f_2}^t \right)$$

其中 $m_1, f_1$ 和 $m_2, f_2$ 分别是个体 $i$ 与 $j$ 的父、母。这样,再根据 $t+1$ 世代各家系产生的留种后代数 $X_{ij}^{t+1}$ ,就可计算 $F^{t+2}$ ,依此反复。

### 1.4 模拟

采用著名的Lewis方法产生伪随机数<sup>[6]</sup>。分别在3个群体规模( $N_m=5, N_f=10; N_m=10, N_f=20; N_m=15, N_f=30$ )、7种留配体制下进行5次模拟试验,每次模拟50个世代。模拟程序用通用语言FORTRAN 77写成,在西北农大计算中心M-340中型机上完成模拟试验。

## 2 结果与分析

不同规模群体分别在7种留配体制下50个世代的近交系数模拟结果见表1。

表1 7种留配体制下群体近交系数模拟结果

群体规模	世代	留配体制						
		RS:RM	RS:SM	RS:OM	ES:RM	ES:SM	ES:OM	OS:OM
$N_m=5$ $N_f=10$	5	0.163 3	0.125 4	0.110 4	0.109 2	0.086 1	0.067 9	0.055 2
	10	0.298 8	0.283 2	0.260 1	0.211 8	0.177 9	0.172 1	0.152 2
	20	0.546 9	0.515 2	0.502 2	0.385 7	0.346 5	0.350 0	0.333 1
	30	0.711 9	0.672 2	0.668 1	0.494 6	0.491 1	0.496 6	0.472 0
	40	0.805 0	0.776 3	0.773 8	0.610 1	0.603 5	0.600 3	0.577 1
	50	0.874 1	0.847 4	0.846 6	0.687 6	0.680 4	0.689 4	0.667 4
$N_m=10$ $N_f=20$	5	0.083 9	0.059 1	0.042 2	0.062 0	0.034 6	0.022 6	0.014 6
	10	0.173 2	0.149 6	0.136 1	0.092 9	0.086 9	0.077 1	0.070 8
	20	0.323 3	0.302 9	0.287 7	0.198 3	0.188 5	0.178 3	0.173 4
	30	0.448 9	0.426 8	0.411 7	0.298 3	0.278 0	0.272 0	0.260 4
	40	0.554 6	0.528 9	0.518 3	0.365 4	0.355 6	0.350 4	0.342 2
	50	0.637 6	0.614 8	0.603 1	0.432 0	0.429 4	0.422 1	0.409 6
$N_m=15$ $N_f=30$	5	0.050 6	0.043 5	0.030 4	0.033 0	0.023 7	0.008 3	0.006 4
	10	0.112 3	0.097 2	0.095 2	0.068 5	0.059 4	0.047 3	0.044 3
	20	0.224 8	0.203 1	0.198 6	0.134 8	0.128 7	0.116 4	0.114 6
	30	0.333 6	0.301 9	0.294 9	0.200 0	0.197 4	0.181 4	0.177 6
	40	0.422 4	0.395 6	0.386 5	0.266 0	0.254 6	0.240 8	0.236 7
	50	0.498 8	0.478 6	0.464 5	0.316 3	0.306 8	0.295 9	0.292 5

可见,无论群体规模大小,均以OS:OM留配体制最优,群体在各世代的近交系数均明显低于其它6种留配体制。各家系等数留种控制近交的作用显著大于随机留种。

同一留种方式下,一般以最优选配群体近交最低,非同胞随机交配次之,随机交配最高。但交配方式与留种方式、群体规模及世代间有复杂的交互作用。随机留种时,交配方式对近交系数有明显影响;各家系等数留种时交配方式影响较小,特别当群体规模小或(和)世代较多时;在起初各世代交配方式对近交的作用较大,例如,在最初5个世代,随机留种下的最优选配(RS:OM)控制近交的效果甚至超过各家系等数留种下的随机选配(ES:RM);群体规模越大,交配方式发挥显著作用的世代就越多,本试验所模拟的3个规模的群体在50个世代中,随机留种时,最优选配控制近交效果始终大于随机交配与非同胞交配,但采用各家系数留种时,对于规模由小到大的3个群体只有当代小于15,30和50时才以最优选配效果最佳。

用群体不同世代近交系数模拟值对公式 $f_t = 1/2N_t + (1 - 1/2N_t) f_{t-1}$ 拟合,就得到群体有效规模 $N_t$ 估值,其中实际规模为公10头、母20头的群体的 $N_t$ 估值见表2。

由表2可看出,同种留配体制下,用不同世代近交系数模拟值估计的 $N_t$ 值也不同,这是由于选配的影响。 $N_t$ 理论值是相对于完全随机交配(包含自交)的理想群体而言的。存在选择、选配时, $N_t$ 反映的只是群体近交速率趋于稳定时的有效规模,因为初期各世代群体的近交速率是不固定的。由表2可看出,在公10头、母20头的规模下繁殖

50个世代时, 各种留配体制的群体的近交速率都趋于稳定, 这时 $N_e$ 估计值均接近理论值。

表2 7种留配体制下群体 $N_e$ 估值的比较

留配体制	世 代										理论值
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
RS: RM	31.8	27.6	26.7	26.3	26.0	25.9	25.7	25.5	25.4	25.4	26.7
RS: SM	50.9	35.2	31.6	29.8	28.9	28.4	28.0	27.8	27.6	27.4	28.2
RS: OM	80.7	41.9	34.7	32.2	31.0	30.2	29.6	29.1	28.7	28.5	—
ES: RM	47.3	46.9	44.3	44.8	44.2	43.9	43.8	44.1	44.0	44.1	45.6
ES: SM	93.9	59.5	53.2	50.5	48.9	47.9	47.2	46.8	46.3	46.1	44.6
ES: OM	222.5	76.6	61.7	56.3	53.2	51.4	50.2	49.3	48.6	48.0	—
OS: OM	337.4	85.1	66.4	59.2	55.8	53.7	52.2	51.1	50.4	49.8	—

### 3 讨 论

Falconer 曾指出, 随机留种时避免自交、同胞交配和表兄妹交配的近亲繁殖尚能降低最初若干世代的近交增量( $\Delta F$ ), 而在各家系等数留种时对 $\Delta F$ 毫无影响, 只能使世代间 $\Delta F$ 更为稳定, 世代内不同个体 $F$ 值更为一致<sup>[4]</sup>。这一结论与本模拟结果不尽相同。本研究证实, 在随机留种下选配确实降低了群体在最初若干世代的近交(与随机交配相比), 但是, 各家系等数留种时, 选配在最初若干世代仍有降低群体近交的作用, 尽管降低的幅度不大。

选配确能增加同一世代不同个体 $F$ 值及不同个体共祖系数的一致性, 这也正是选配对近交的控制作用随世代增加而降低的缘由。然而, 选配并不能使不同世代的 $\Delta F$ 趋于稳定, 相反, 它降低了最初若干世代的 $\Delta F$ 而提高了后期的 $\Delta F$ , 增加了世代间 $\Delta F$ 的差异。这在群体规模较小( $N_m = 5$ ,  $N_f = 10$ )且采用各家系等数留种时表现极为明显(表1), 第10代以前最优选配下群体 $F$ 值最低, 非同胞交配次之; 之后非同胞交配下群体 $F$ 值达最低, 最优选配次之; 至50世代时, 最优选配群体 $F$ 值最大, 非同胞交配与随机交配下群体 $F$ 值亦非常接近, 可以推测, 再过若干世代, 非同胞交配群体的 $F$ 值也将超过随机交配群体, 最终以ES: RM留配体制群体 $F$ 值最低。这与Robinson等用解析法得到的关于ES: SM和ES: RM留配体制的结论是一致的<sup>[7]</sup>。

本研究得出的初步结论: 各家系等数留种时, 采用的选配方式选配作用越强, 在初期若干世代控制近交作用越大, 但可控制的代数越小, 后期各世代 $\Delta F$ 越高, 最终群体达到的 $F$ 值越大。尽管如此, 对于保种群在各家系等数留种时强有力的选配仍具有重要意义, 因为它不仅能提高世代内个体 $F$ 值的一致性, 而且还可有效地控制群体在初期若干世代的近交, 即使群体规模小到仅5头公畜10头母畜, 最优选配仍可控制近交达10代之久; 群体增大时, 可控制的世代更多。

本研究提出的OS: OM留配体制是近期内控制群体近交最有效的方法。群体公母比越大, 该留配体制作用越强; 若公母比为1:1时, 则该留配体制退化为ES: OM。

## 参 考 文 献

- 1 Maijala K. Conservation of animal genetic resources in Europe, Final report of an E. A. A. P. working party. *Livest Prod Sci*, 1984, 11: 3~22
- 2 Gowe R S, Robertson A, Latter B D H. Environment and poultry breeding problems. 5 The design of poultry control stains. *Poult Sci*, 1959, 38: 462~471
- 3 Yamada Y. The importance of mating systems in the conservation of animal genetic resources. *FAO Anim Prod and Health Paper*, 1981, 24: 268~278
- 4 Falconer D S. Introduction to quantitative genetics. 2nd ed. New York: Longman, 1981. 64~67
- 5 Jansen G B, Wilton J W. Selecting mating pairs with linear programming techniques. *J Dairy Sci*, 1985, 68: 1302~1305
- 6 Averill M L, Kelton W D 著; 惠益民, 侯炳辉, 陈良猷译. 模拟系统的建模与分析. 北京: 清华大学出版社, 1982. 203~205
- 7 Robinson P, Bray D F. Expected effects on the inbreeding coefficient and rate of gene loss of four methods of reproducing finite diploid populations. *Biometrics*, 1965, 21: 447~458

## A Study of Inbreeding in Small populations Under Different Mating Systems

Wang Jinliang      Qiu Huai      Yue Hao

( *Animal Science Department* )      ( *Computer Center* )

**Abstract** Monte Carlo method is used to investigate the effect of mating systems on inbreeding in small populations. The inbreeding coefficient is simulated for 50 generations in 3 populations under 7 mating systems. The results indicated that the optimum selection and the optimum mating were the most effective mating system in controlling inbreeding at present. Non-sib random mating and the optimum selection and mating will effectively control inbreeding in population under the random selection, but can only control inbreeding in the early several generations. As a result, the number of controlled generations is different because of different sizes of populations. Selection and mating increases the coancestry of inbreeding coefficient of individuals in the same generations, but expand the difference of inbreeding quantities among generations.

**Key words** inbreeding coefficient, mating system, small population, Monte Carlo