第17卷第3期　　西北农业大学学报　　Vol.17, No.3
1989年9月　　Acta Univ.Septentrionali Occident.Agric.　　Sept.,1989

降雨对棉蚜种群杀伤影响的数学模型

汪世泽　　张文军

（植保系）

摘　要

仅考察降雨对棉蚜的机械杀伤作用时，一日降雨量（R）与棉蚜死亡率（D）之间呈"S"型曲线关系。利用正态分布的积分面积与正态等差的关系，可将死亡率换算为机率值（P），便有$P=a+bR$线性方程。再将单位脉冲函数$\delta_{(t)}$）及t时刻棉蚜种群$M_{(t)}$引入方程，并对P与D的关系换算，可得降雨杀死棉蚜的动态模型

$$\Gamma_{(t)}=\delta_{(t)}\cdot M_{(t)}\cdot(1-D)$$

关键词：棉蚜；降雨因子；脉冲函数

据朱弘复先生（1954）早期研究，降雨过程对棉蚜（*Aphis gossypii*）种群数量会产生一定的影响[1]。据观察资料表明：日降雨量在20mm以下，对蚜虫无杀伤作用，当雨量达20～100mm之间时，对棉蚜有一定的杀伤，当降雨达100mm以上时，对棉蚜产生明显的控制作用[2]。Narany曾讨论了不同强度的模拟降水对各种十字花科植物上的萝卜蚜和桃蚜的影响，认为随着降雨量的增大，蚜虫死亡率也相应增高[3]。曾正等采用离散形式的模型，模拟了雨量对桔始叶螨种群的影响[4]。总之，目前人们讨论降雨强度对害虫种群的影响时，所采用的多属离散的或经验的公式，还没有从理论上分析它们之间的关系，因而也缺乏描述这种关系的动态模型。本文基于对上述问题的合理解释，提出了降雨强度影响棉蚜种群的数学模型，以期为系统分析的应用打下初步基础。

1　模型设计

降雨对生物种群的影响错综复杂，它既可影响环境的温湿度，又可通过植物寄主和天敌对害虫产生影响。降雨的机械杀伤作用对一些小型生物来说是不可忽视的。对蚜虫的作用如何，尚待从定量的角度加以探讨。本文在分析降雨强度的直接作用时，应对降雨的持续时间加以控制。我们以一日降雨量及降雨前后的蚜量变化作为组建模型的依据，略去蚜虫在降雨前后的增殖，这样便可以单纯考虑降雨强度所导致的直接杀伤作用。

降雨杀伤作用可以被看作是一个随机性的概率事件，雨滴击中一个蚜虫的概率与雨滴的密度有关，而雨滴密度一般地又是降雨量的正相关函数。在一次降雨中，雨滴的大小不会完全一样，但其平均雨滴大小一般地也随降雨量的增大而有所增大，这乃是因为小雨滴在降落的过程中汇合所致。当平均雨滴大小的冲击力超过棉蚜个体的握持力时，雨滴击中蚜虫的概率便成为杀伤蚜虫的概率。因此我们设想用降雨量强度描述降雨对棉蚜的机械杀伤作用更为适合。一日降雨量可以较好的表达这种关系，而且可以直接地从气象资料中换算得到。

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

根据以上设想推理，认为：如果不论大雨、中雨、小雨，当雨滴的大小均无变化时，则雨量（X）与蚜虫死亡率（Y）之间呈正相关直线关系。如果随雨量之增大，雨滴的大小也产生变化，则雨量（X）与蚜虫死亡率（Y）之间呈“S”型曲线关系（图1）。因而可以采用正态概率分布函数表示：

设D：蚜虫死亡率；R：一日降雨量。

$$D=\int \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(R-a)^2}{2\sigma^2}}\cdot dR \qquad (1)$$

（1）式是正态分布的积分函数，若将其从$-\infty$到$+\infty$连续积分，其轨迹为S形曲线。从我们汇总的实测资料（下表）散点图来看（图2），也可以证明降雨量R对蚜虫死亡率D之间可用S形曲线模拟。

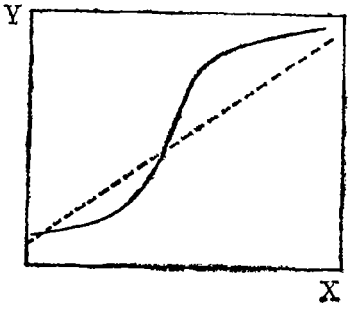

图1　降雨量与蚜虫死亡率的关系
X—降雨量；Y—死亡率

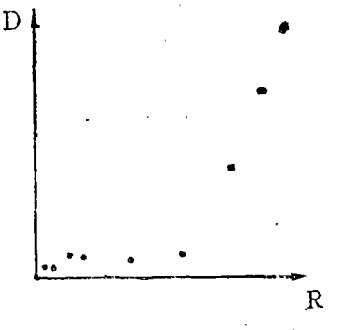

图2 一日降雨量与蚜虫死亡率的相关 散点图
R—降雨量；D—死亡率

由于（1）式计算复杂，可以将正态分布的积分面积单位（即死亡率）代换为以标准差为单位的正态等差值，这样就可用“百分率—机率值转换表”将式(1)变为直线式。

设P为蚜虫死亡率（D）的机率值；R表示一日雨量，则有

$$p=a+bR \qquad (2)$$

表　降雨量对棉蚜死亡率影响的实测值及转换机率值

雨量R	死亡率D	机率值P	$\hat{P}$	$\hat{D}$
17.5	9.39	3.5534	3.5557	7.43
22.8	9.44	3.6835	3.5922	7.96
31.0	10.90	3.7681	3.6487	8.83
39.8	10.76	3.7628	3.7094	9.84
64.8	10.37	3.7400	3.8817	13.17
91.0	10.93	3.7681	4.0623	17.42
118.9	19.82	4.1512	4.2546	22.80
133.8	28.88	4.4437	4.3573	26.02
150.8	36.00	4.6655	4.4744	29.96

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

2 结果分析

降雨量对棉蚜死亡率影响的一部分资料取自文献[1]的调查研究，另一部分资料由作者调查取得。

将上表中数据代入（2）求得：

$$\hat{p} = 3.4357 + 0.00689R \qquad (3)$$

经χ^2检验$\Sigma x^2 = 5.78 < x^2_{0.05} = 15.5$，说明拟合效果较好。由于表中实测数据是棉花苗期及后期多年观察的平均数据，故应具有一定的代表性。（2）及（3）式是静态模型，如作为预测或决策依据，尚嫌不足。为此，又提出降雨影响棉蚜数量的动态模型，将在系统分析中十分有用。

设蚜量动态为$M_{(t)}$；$\delta_{(t)}$为单位脉冲函数，当有脉冲通过时，函数值为1，无脉冲时，函数值为0；$\Gamma_{(t)}$为存活下来的蚜量的脉冲函数，此函数可以作为系统的输入处理，当$\delta_{(t)} = 1$，$\Gamma_{(t)}$有函数值输入，当$\delta_{(t)} = 0$时，$\Gamma_{(t)}$无输入。

$$\Gamma_{(t)} = \delta_{(t)} \cdot M_{(t)} \cdot (1 - D) \qquad (4)$$

若将（4）式的D转换成降雨R，可利用表内D，P值建立经验直线函数式，目的仅在于简化计算。

$$D = 26.17P - 82.28 \qquad (r = 0.9955) \qquad (5)$$

以（5）式为桥梁将（3）与（4）连接起来可以得到实用的动态模型（6）

$$\Gamma_{(t)} = \delta_{(t)} \cdot M_{(t)} \cdot (97.37 - 0.18R) \qquad (6)$$

这个动态模型是雨量对棉蚜作用的具体表达，而（4）式则是适用于多种以脉冲函数表达动态的一般模型。经验证，这种处理方式十分简便。

3 讨 论

降雨对害虫种群的影响错综复杂，但可以根据其作用的性质分解开来，采用单独的模型处理。经作者实践验证，凡具有非连续性影响的因子均可试用脉冲函数的形式作为系统的输入模型，例如喷洒农药、一项农业措施等。若考察连续降雨之影响，也可将连续的日数视为多次连续脉冲输入，仍然可以适用。所以，单位脉冲模型乃是连续型之基础。脉冲函数模型的最大优越性在于简单实用，无需从整体上设计动态模型，因此我们认为脉冲函数模型应具有广泛的适用性。

参 考 文 献

1 朱弘复. 昆虫学报, 1954; 4（3）: 195—211

2 熊映清. 棉花蚜虫的发生与防治. 上海科技出版社, 1981

3 Narony D D. 1983 不同强度的模拟降水对不同十字花科植物上萝卜蚜和桃蚜种群的影响（译自《昆虫生态学和资源管理》）. 国外植保信息（A辑）昆虫学, 1985（2）

4 曹正等. 西南农学院学报, 1985（3）: 103—110

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

A MODEL OF RAINFALL INFLICTING CASUALTY UPON COTTON APHID POPULATION

Wang Shize　　Zhang Wenjun

(Department of Plant Protection, Northwestern Agricultural University)

Abstract

Only through examining the effect of rainfall inflicting casualty upon the cotton aphid population, there exists an S-shaped curve between rainfall per day (R) and the mortality (D) of cotton aphids. And then the mortality (D) of cotton aphids can be converted into the value of probability (P) using the relationship between integral area of normal distribution and normal equivalent deviation, thus, obtaining the linear equation: $P = a + bR$.

And then the pulse function $\delta(t)$ per unit area and cotton aphid population $M(t)$ at t time can be introduced into the equation, and the values of P and D can be converted. Thus far, a dynamic model of rainfall inflicting casualty on cotton aphid population is deduced as follows:

$$\Gamma_{(t)} = \delta_{(t)} \cdot M_{(t)} \cdot (1 - D) .$$

key words: cotton aphid; rainfall factor; pulse function

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net