

小麦群体生育数学模型的研究*

韩建中

(陕西省农垦科教中心)

摘 要

本试验采用二次回归最优设计的方法,通过测定田间试验参数,建立了小麦群体生育的五个函数模型。模型的解集是连续的。从而利用电子计算机在整个因素空间里选优,以亩产800斤以上为例,确定了优良栽培措施组合。

关键词 小麦;群体生育;二次回归最优设计;数学模型;栽培措施

小麦丰产取决于合理的群体结构。而丰产小麦良好的个体发育和合理的群体动态结构是良种在一定的土壤、气候条件下,与适宜的栽培农艺措施综合作用的结果。土壤、气候类型具有地域性特点。因此,如何运筹播期、密度、水肥及其它综合栽培措施,建立合理的动态群体结构,协调、缓冲不可控因素的影响,最终实现高、稳、优、低,是小麦栽培研究的重要使命。

我们单位小麦组于1981—1984年进行了省东灌区冬小麦高产栽培规律的研究^[1]。在此基础上,我们又采用最优设计的试验方法^[2],得到了三个主要农艺措施与小麦五个重要生育指标间的数学模型。定量地分析了因素与指标间的相互关系,并在电子计算机上演释了各种可行性方案的群体动态变化情况。试图数量化地、从环境条件中可控因素对小麦生育影响的角度,为规范化栽培提供科学依据。

试验设计和实施

试验采用回归最优设计的311—A方案^[3]。安排了基本苗、磷肥、氮肥三个因素,每因素五个水平。因素水平的编码见表1。

根据编码表,制定试验方案如表2。表2后面几列附有小区产量,并与理论产量作以比较。

试验安排在本单位试验场。播前地力测定:有机质1.36%,全N0.08083%,碱解N34ppm,速效 P_2O_5 16ppm。

* 在本文撰写过程中,西北农业大学肖俊璋副教授、袁志发讲师、何蓓如老师,周连昌农艺师给予了热情指导和帮助,并提出宝贵的修改意见,在此致以感谢。

本文于1985年11月16日收到。

表 1 因素水平编码

编 码 值			试 验 因 素		
x_1	x_2	x_3	基本苗 (万/亩)	P_2O_5 (斤/亩)	N (斤/亩)
2	2	2	17	42.5	46
1.414	1.414	1	14.949	36.27	34.5
0	0	0	10	21.25	23
-1.414	-1.414	-1	5.051	6.23	11.5
-2	-2	-2	3	0	0

表 2 试验方案及产量

试验号	x_1	x_2	x_3	小区产量		$\bar{y}$ (斤/亩)	$\hat{y}$	$\frac{\bar{y} - \hat{y}}{\bar{y}}$
				I	II			
1	0	0	2	9.24	10.31	652.0	600.6	0.079
2	0	0	-2	9.82	8.99	627.3	678.3	-0.081
3	-1.414	-1.414	1	12.06	12.01	802.7	828.5	-0.032
4	1.414	-1.414	1	9.69	9.48	639.3	665.1	-0.040
5	-1.414	1.414	1	11.00	10.61	720.7	746.5	-0.036
6	1.414	1.414	1	8.56	8.85	580.7	606.5	-0.045
7	2	0	-1	11.68	11.13	760.8	735.3	0.033
8	-2	0	-1	11.87	11.48	778.7	753.3	0.033
9	0	2	-1	11.95	11.23	773.1	747.6	0.034
10	0	-2	-1	11.90	11.82	791.1	765.6	0.032
11	0	0	0	12.06	12.02	803.1	803.1	0

每小区10行，行距25厘米，小区面积17.875平方米。重复二次。各生育时期调查时，抽取中间4—5行、整行计数，调查面积占小区的40~50%。计产10平方米。

1984年10月4日播种，材料：沙-5。2—3叶期逐行数苗，按设计要求留够基本苗。普钙基施。尿素按3:3:4比例，分别基施，分蘖追施和倒二叶露尖时作追肥。12月14日、4月11日各灌水一次。分蘖初期松土结合追肥，返青后除草一次。84年秋季气候正常，冬春偏冷，85年5月多阴雨，小麦叶枯病，赤霉病普遍发生。

试验结果

小麦丰产建立在与品种特性相适应的合理产量结构之上。在亩穗数、穗粒数、千粒

表 3 回 归 模 型 及 检 验

模型名称	代 号	函 数 模 型	回归方程检验		S
			F ₁	F ₂	
冬前苗茎蘖数 函数模型	$\hat{y}_I$	$\begin{aligned}\hat{y}_I = & 52.1 + 9.7326x_1 + 1.0869x_2 + 2.2063x_3 \\ & - 1.9352x_1^2 + 0.4398x_2^2 - 0.3656x_3^2 \\ & + 0.1125x_1x_2 + 0.6076x_1x_3 + 0.0619x_2x_3\end{aligned}$	0.1742	17.42**	3.25
冬前单株平均 茎蘖数函数模型	$\hat{y}_{II}$	$\begin{aligned}\hat{y}_{II} = & 5.21 - 1.0309x_1 + 0.1228x_2 + 0.2123x_3 \\ & + 0.1703x_1^2 + 0.0403x_2^2 - 0.0367x_3^2 \\ & - 0.0388x_1x_2 + 0.0216x_1x_3 + 0.0203x_2x_3\end{aligned}$	0.003046	20.1092**	0.46
春季最高茎蘖数 函数模型	$\hat{y}_{III}$	$\begin{aligned}\hat{y}_{III} = & 68.6 + 8.0773x_1 + 2.1418x_2 + 3.3688x_3 \\ & - 1.5059x_1^2 + 1.0191x_2^2 + 0.4704x_3^2 \\ & + 0.3125x_1x_2 + 0.1773x_1x_3 + 0.4918x_2x_3\end{aligned}$	0.5858	9.3299**	4.10
亩穗数函数模型	$\hat{y}_{IV}$	$\begin{aligned}\hat{y}_{IV} = & 33.5 + 2.9286x_1 + 0.5894x_2 + 3.2125x_3 \\ & - 0.6184x_1^2 - 0.1122x_2^2 - 0.4838x_3^2 \\ & - 0.2313x_1x_2 + 0.7036x_1x_3 + 0.4269x_2x_3\end{aligned}$	0.5457	18.6558**	1.98
亩产量函数模型	$\hat{y}_V$	$\begin{aligned}\hat{y}_V = & 803.1 - 29.0656x_1 - 14.6844x_2 - 19.4219x_3 \\ & - 9.3278x_1^2 - 6.2465x_2^2 - 40.9085x_3^2 \\ & + 2.9250x_1x_2 - 24.5781x_1x_3 - 10.1844x_2x_3\end{aligned}$	30.8399**	5.7111**	46.8

注：计算回归模型 $\hat{y}_I$ 、 $\hat{y}_{II}$ 时，为了避免指标变量与处理因素基本苗的自身相关，先用亩分蘖数与处理因素建立回归模型。
然后，模型两边同加 $Z_{0.1} = 10.0 + 3.5x_1$ 得到亩茎蘖数函数模型 (Z_1 代表试验因素基本苗，10.0 万为其 0 水平值，3.5 为间隔， α 为 Z_1 的各水平)。

重三要素中起主导作用而又易于调控的是亩穗数。同时，亩穗数既是抽穗前群体发展的最终表现，又是抽穗后形成经济产量这一重要时期的群体大小的指标。因此，抓住亩穗数这个关键因素是十分重要的。根据分蘖成穗规律，亩穗数与春季最高茎数，特别是与冬前亩茎数的多少和质量高度相关。据此，我们分别于各生育时期观测了以上几个群体及个体指标，并与栽培措施因素建立了回归模型。

二次回归最优设计的数学模型为：

$$y_a = \beta_0 + \sum_{i=1}^3 \beta_i x_{a_i} + \sum_{i=1}^3 \beta_{ii} x_{a_i}^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_{a_i} x_{a_j} + \varepsilon_a$$

用对全部试验点进行重复试验时的统计检验方法检验了模型的有效性(见表3)^[2]。

对偏回归系数亦作了检验，其中部分未达到显著水平。由于指标变量与栽培因素之间统计关系密切，二次模型与实际情况拟合较好，故在以下分析中，对变量不加剔除，直接用原模型作各种分析。

分析与讨论

(一) 因素主次分析

明确各生育时期诸栽培因素贡献的主次，有利于我们把握各时期的主要矛盾，促使群体正常生长发育。

将冬前亩茎蘖数回归模型 $\hat{y}_I$ 的右端视为二次型^[4]进行正交变换^[5]，可得标准方程。变换结果见表4。

表 4 $\hat{y}_I$ 正交变换的特征值和特征向量

特征值	-1.9930	0.4430	-0.3111	分量来源
特征向量	0.9829	0.0299	0.1818	基本苗
	-0.0204	0.9983	-0.0541	磷肥
	-0.1831	0.0495	0.9818	氮肥

从表4看到，在此试验地肥力水平下，对于冬前群体，因素重要程度依次为：基本苗>施磷肥>氮肥。因此，为培育冬前壮苗群体，掌握适宜的密度是首要的关键。春季亩最高茎蘖数的结果同上。

用上述同样的方法，将 $\hat{y}_{IV}$ 和 $\hat{y}_V$ 亦作正交变换，得到表5和表6。

表5表明，对于亩成穗数来说，基本苗的多少、施氮水平高低是较磷更为重要的因素。这就再一次地显示出基本苗对于群体大小的重要性。同时看到，氮肥对提高分蘖成穗的促进作用。

由表6可知，各因素对亩产量的贡献：氮>磷、苗。因此，要获得小麦高产，应在

表 5 $\hat{y}_{iv}$ 正交变换的特征值和特征向量

特征值	-0.9692	-0.01058	-0.2347	分量来源
特征向量	0.7253	0.1085	0.6800	基本苗
	0.2570	0.8735	-0.4136	磷
	-0.6387	0.4747	0.6056	氮

表 6 $\hat{y}_v$ 正交变换的特征值和特征向量

特征值	-2.4008	-8.4733	45.6087	分量来源
特征向量	0.6823	-0.6598	0.3149	基本苗
	0.6641	0.7395	0.1103	磷
	-0.3056	0.1339	0.9427	氮

磷肥基施和适宜的群体起点基础上，特别重视氮肥的合理使用。

将表 4 ~ 6 横贯起来看，随着小麦的生长发育，基本苗的作用逐步下降；磷肥对成穗效应较差；而氮肥贡献越来越大，对亩产量达到了首位。后面的双因素分析亦可看到氮肥对产量的重要作用。

(二) 双因素与指标变量的关系

在上述回归模型中，若将某个变量固定在某一水平上，可分别得到另外两个变量与指标变量的子模型：

$$\hat{y}_{ij} = b_0 + b_i x_i + b_j x_j + b_{ii} x_i^2 + b_{jj} x_j^2 + b_{ij} x_i x_j$$

根据实际需要，令 $\hat{y}_{ij}$ 为不同的值，通过上式计算，在坐标纸上可绘出相应的等值线图。对这些等值线图的分析，就会明瞭两个因素之间的相互关系及共同对指标的效应。

1. 双因素与亩穗数的关系

依照上述方法，分别将各因素固定在 0 水平上，得到两因素与亩穗数 $\hat{y}_{iv}$ 的等值线图（图 1 ~ 3）。

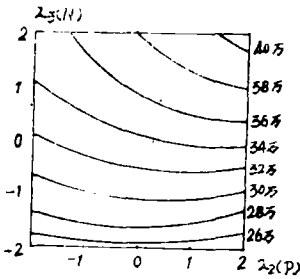


图 1 氮与磷的等值线

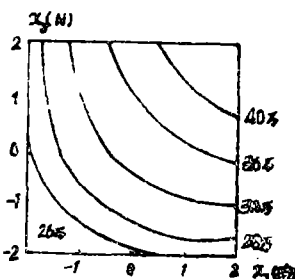


图 2 基本苗与氮的等值线

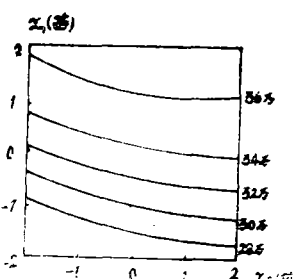


图 3 基本苗与磷等值线

从图 1 看出：当施氮量在 0 水平以下时，曲线沿 N 方向成阶梯式上升，说明 此时氮肥对亩穗数增加作用较大。而在磷肥方向，曲线却平直。这与土壤本身供磷水平较高有关。而施氮量在 0 水平以上时，等值线开始倾斜，说明亩穗数为定值时，氮与磷之间有替代效应。两者皆为高水平时，亩穗数更高。

图 2 表明，基本苗与施氮量的连应对亩穗数呈现较图 1 更强的正相关。在中等以上地力水平下，要达到一定的亩穗数，当施氮水平较低时，可增加基本苗来保证；而密度较大时，控制氮量可防止群体过大。

对于增穗来说，密度的效应较磷肥为大（图 3），基本苗与磷之间交互不显著。

2. 双因素与产量的关系

两因素与产量的等产线见图 4—6。

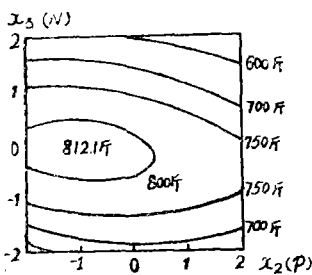


图 4 氮与磷的等产线

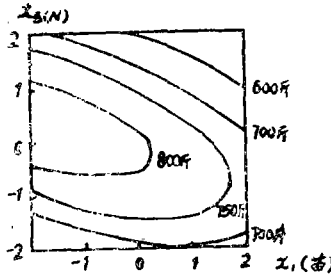


图 5 苗与氮的等产线

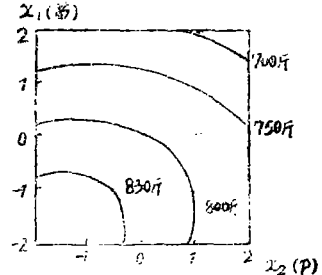


图 6 苗与磷的等产线

图 4 和图 5 等产线均为椭圆形，且 800 斤等产线右端已构成封闭的椭圆。这表明，适宜的施氮量与产量是至关重要的，过高或过低都会引起减产。同时还可看出，适宜的氮肥必须与一定量的基本苗和磷肥相配合，才能获得高产。若基本苗或磷肥过量，即使氮是适宜水平，也不会得到高产。

基本苗与 P_2O_5 的等产线图 6，在 $(-2, 2)$ 区间内呈现出 4 个短椭圆形，显然交互效应不显著。

3. 最高产量的氮、磷配合

令产量回归模型 $\hat{y}_v$ 中 $x_1 = 0$ ，降维可得 N、P = 因素回归模型，

$$\hat{y}_v = 803.1 - 14.6844x_2 - 19.4219x_3 - 6.2465x_2^2 - 40.9085x_3^2 - 10.1844x_2x_3$$

根据求极值的原理，

$$\text{令 } \begin{cases} \frac{\partial \hat{y}_v}{\partial x_2} = 0 \\ \frac{\partial \hat{y}_v}{\partial x_3} = 0 \end{cases}$$

解此联立方程得：

$$\begin{cases} x_2 = -1.0928 \\ x_3 = -0.1014 \end{cases}$$

即亩施 P_2O_5 9.6斤、施N21.8斤, $N:P \approx 2:1$ 时, 可得最高产量812.1斤。

通过简单地运算, 我们还可以得到单位面积经济效益最佳的氮、磷用量与产量, 以及各产量水平下的氮、磷最适配比方案, 因篇幅关系, 这些都从略了。由此看到, 数学模型的方法, 可以获得比传统的试验方法更多的信息。

(三) 优良组合方案的选择

小麦生长发育表现出时间序列上严格的先后顺序和因果连应关系。因此, 优良的栽培措施组合必须瞻前顾后, 统筹安排。据此原则, 在各因素的水平取值区间 $(-2, 2)$ 内, 取步长为1, 可有125种组合方案。用PC—1500电算机打印出各指标变量的125种方案的理论值共计625个。据这些理论值, 采用多指标主分量择优的方法, 筛选不同约束条件下的优良组合方案。

不言而喻, 产量是优先应考虑指标。在125种产量结果里, 亩产高于700斤的组合有67个, 占全部方案的54%。这里仅以其中亩产800斤以上者为例作以分析。

将亩产达800斤以上的14个组合方案和各生育时期的群体结构状况列在表7。

对表7的剖析可知: 亩基本苗3万的方案, 个体发育好, 但群体较小, 成穗数偏低。又鉴于目前生产上整地、播种粗放、难以确保苗数, 此方案暂不宜入选。在6.5—10万基本苗的两类方案中, 施氮量多为23斤。再从培肥地力、降低成本考虑, P_2O_5 用量, 定在每亩10斤左右为宜。此时, $N:P \approx 2:1$ 。从表7看到, 这类方案冬前单株

表7 亩产量高于800斤的组合及其群体结构状况

组合编码 苗 P_2O_5 N	产量 (斤/亩)	亩穗数 (万/亩)	春季最高茎数 (万/亩)	冬前亩茎数 (万/亩)	冬前单株茎 (个/株)
-2 -2 0	840.0	22.6	47.5	24.9	7.7
-2 -2 1	849.2	23.1	50.0	25.4	7.8
-2 -1 0	838.2	24.0	45.9	24.5	7.8
-2 -1 1	837.2	24.9	48.9	25.0	7.9
-2 0 0	823.9	25.2	46.4	24.9	8.0
-2 0 1	812.7	26.5	49.9	25.5	8.1
-1 -2 0	833.1	27.9	59.4	40.2	6.2
-1 -2 1	817.7	29.0	62.1	41.4	6.4
-1 -1 0	834.2	29.0	58.2	39.9	6.3
-1 -1 1	808.6	30.6	61.4	41.1	6.4
-1 0 0	822.8	30.0	59.0	40.4	6.4
0 -2 0	807.4	31.9	68.4	51.7	5.1
0 -1 0	811.5	32.8	67.5	51.5	5.1
0 0 0	803.1	33.5	68.6	52.1	5.2

茎蘖5—6个,冬前群体大小、春季最高茎蘖数较适宜,亩成穗在29.0—32.8万,主动性强,利于发挥品种穗大、粒多、粒重的特点。可以入选作进一步地验证。

小 结

1. 试验表明,栽培措施因素与群体生育指标之间存在着密切的统计关系,用最优设计的方法可以得到揭示其数量关系的函数模型。

2. 单因素分析判明了各生育时期关键性的栽培措施因素。对于群体大小来说,首要的决定因素是基本苗,基施磷肥可以促进冬春分蘖,氮肥有明显地提高分蘖成穗的作用,对亩产量的贡献最大。

3. 双因素分析反映了因素间的相互关系。要获得适宜的亩穗数,施氮水平低,可增加密度来保证;密度较大时,控制氮量可防止群体过大。对产量来说,把握适宜的氮肥用量,并与一定的基本苗、磷肥配合,才能得到高产。

4. 在整个因素空间进行多指标选优的结果表明,要获得800斤以上产量,以每亩基本苗6.5—10万, P_2O_5 10斤左右、施氮23斤, $N:P \approx 2:1$ 为适宜的因素组合,可作进一步验证。

参 考 文 献

- 〔1〕周连昌、胡新强:省东灌区冬小麦高产栽培研究初报,《农垦科技》,1982年,第2期,第1—14页。
- 〔2〕茆诗松等:《回归分析及其试验设计》,第2版,华东师大出版社,1981年。
- 〔3〕陶勤南:《回归分析及回归设计》,北京农业科学专辑,1984年。
- 〔4〕徐中儒等:大豆高产栽培综合农艺措施数学模型的研究,《东北农学院学报》,1985年,第1期,第25—35页。
- 〔5〕刘福、余友泰:《电子计算机在农业中的应用》,农村读物出版社,1985年3月。

Research on Mathematical Models of Population Growth of Wheat

Han Jianzhong

(Scientific and Teaching Center of Agricultural Reclamation

Bureau of Shaanxi Province)

Abstract

The optimum design method of quadratic regression was adopted in this test. 5 functional models of population growth of wheat were established through the measurement of field test parameters. Solutions to the models were continuous, and hence, computer was used in optimum selection of three-dimensional factors. With the yield of over 800 jin per mu as an example, the combination of fine cultivation measures was also decided.

Key words wheat, population growth, optimum design method of quadratic regression, mathematical model, cultivation measures