

视距导线计算的简化

龚 祯 祥

(西北农学院水利系)

在农业规划设计中,经常需要测绘独立小区域大比例尺地形图。通常在测区布设小三角(网)或经纬仪钢尺导线(网)作为首级控制。而测站点的加密,则采用视距导线,根据不同的比例尺测图,主要布设成尽可能等边的附和导线形式。导线全长一般不超过500~1000米,边长一般为100~200米。视距导线的计算方法和经纬仪钢尺导线相同。即当角度闭合差在允许范围内时,首先进行角度闭合差的调整,然后按调整后的角度进行坐标增量闭合差的计算,若合乎限差,就进行坐标增量的平差,最后计算各点的坐标值。这样往往需要在外业结束后,回到室内才能进行。

对于等边直伸导线,可写出:

$$\frac{M^2}{[S]^2} = \frac{1}{n} \left(\frac{m_s}{s} \right)^2 + \left(\frac{m_\beta}{\rho} \right)^2 \frac{n+1.5}{3} \quad (1)$$

式中, $\frac{m_s}{s}$ 为量边相对中误差, m_β 为以分为单位的测角中误差, M 为量边和测角误差

对导线终点所引起的总的中误差, $\frac{M}{[S]}$ 为相应上面的相对中误差。

显然,从(1)式可知,量边和测角误差对于导线终点所引起的总的中误差,随着导线边数的增加,量边误差的影响将逐渐减小,而测角误差的影响将逐渐增大。那末,什么时候 $\frac{M^2}{[S]^2}$ 为最小呢?我们可以利用高等数学中求极值的原理来确定 n 的最合理值。将(1)式对 n 求导数,并令其为零,即得。

$$\frac{d\left(\frac{M^2}{[S]^2}\right)}{dn} = -\frac{1}{n^2} \left(\frac{m_s}{s} \right)^2 + \left(\frac{m_\beta}{\rho} \right)^2 \cdot \frac{1}{3} = 0$$

$$\text{于是 } n = \sqrt{3} \frac{m_s}{s} \cdot \frac{\rho}{m_\beta} \quad (2)$$

因 n 恒为正数,故上述函数第二次导数为正,这就是说,(2)式确定的 n 值,能使 $\frac{M^2}{[S]^2}$ 取得最小值。

显然,当 n 由(2)式确定时,则(1)式左右两端项大致相等。即量边和测角误

差的影响大致相等。

上述的结论也可以用初等数学求极值的方法来证明。即：

$$\text{由 (1) 式, } \frac{M^2}{[S]^2} = \frac{1}{n} \left(\frac{m_s}{S} \right)^2 + \frac{n}{3} \left(\frac{m_\beta}{\rho} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_\beta}{\rho} \right)^2 \quad (3)$$

当确定了相应的 $\frac{m_s}{S}$ 和 m_β 的数值后, 因为 $n > 0$, $\frac{1}{n} > 0$, 故有

$$\frac{1}{n} \left(\frac{m_s}{S} \right)^2 + \frac{n}{3} \left(\frac{m_\beta}{\rho} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_\beta}{\rho} \right)^2 \geq \text{常量}$$

于是, 当 $\frac{1}{n} \left(\frac{m_s}{S} \right)^2 = \frac{n}{3} \left(\frac{m_\beta}{\rho} \right)^2$ 时, 即 $n = \sqrt{3} \frac{m_s}{S} \cdot \frac{\rho}{m_\beta}$ 时 (1) 式有最小值。

也就是说, 按 (2) 式计算出的 n 值, 代入 (1) 式可取得最小值, 且此时量边误差和测角误差的影响大致相等。

对于经纬仪钢尺导线, 为了保证导线终点位置达到规定的精度, 是按经典的等影响原则, 使量边和测角误差对导线终点位置具有同样程度的影响, 考虑到 (1) 式和 (2) 式, 规定出量边和测角的相应精度 (一般情况下, $\frac{m_s}{S} = \frac{1}{1000}$, $m_\beta = \pm 30''$), 并对导线边数目加以限制。因此亦相应地规定了上述的计算程序, 是完全正确的。

但是, 对于视距导线, 实际上采用的量边和测角精度, 与经纬仪钢尺导线相比, 量边误差较大, 量边和测角误差对于终点位置的精度, 并非是等影响的。今设 $\frac{m_s}{S} = \frac{1}{400}$, $m_\beta = \pm 30''$, 代入 (2) 式, 计算出相应的 n 值为: $n = 30$

显然, 当导线边数目大于这个 n 值时, 测角误差的影响大于量边误差的影响。由于实际作业中, 视距导线的限制边数, 总是小于这个 n 值的。因此, 当导线边数目大于 n 的情况我们就不去研究了。当导线边数小于 n 值时, 量边误差的影响总是大于测角误差的影响。现在我们来研究它们之间的关系:

$$\text{设 } K = \frac{\text{量边误差的影响}}{\text{测角误差的影响}} = \frac{\frac{1}{n} \left(\frac{m_s}{S} \right)^2}{\left(\frac{m_\beta}{\rho} \right)^2 \left(\frac{n+1.5}{3} \right)} = \frac{886}{n(n+1.5)}$$

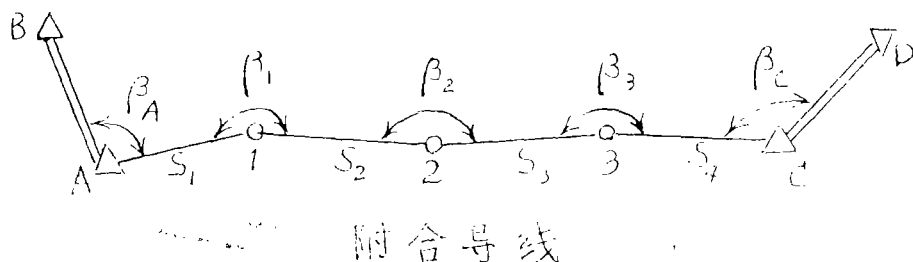
式中以 $\frac{m_s}{S} = \frac{1}{400}$, $\frac{m_\beta}{\rho} = \frac{0.75}{3438'}$ 代入, 则相应的 K 值列于下表。

n	4	6	8	10	12	15	20
K	40	20	12	8	5.5	3.5	2

从目前普遍使用的经纬仪来看, 使测角中误差达到不低于 $m_\beta = \pm 30''$ 的精度是完全可以做到的, 没有必要降低这个标准; 至于量边的相对中误差达到 $\frac{1}{400}$ 的精度也是可以

的,但要提高这个标准是较困难的,特别是在山地区。在这样的精度下,从表中列出的结果看,在规定的导线长度(500~1000米)和导线边数目($n \leq 12$)的范围内,量边误差的影响至少是测角误差的影响的五倍。所以,在计算导线全长闭合差时,测角误差的影响是较小的。这样,可以不进行角度闭合差的配赋,而直接用角度观测值计算导线全长闭合差,而没有必要预先对角度闭合差进行调整,然后再按调整后的角度进行导线全长闭合差的计算。

由于目前袖珍电子计算器的普遍应用,只要配备有f.120型(或相当于)的袖珍电子计算器(在这个条件下,也可进行水平距离的计算,而不必查视距表),便可以在观测结束后,数分钟内求出导线全长闭合差。其计算方法如下:



如图所示, A、B、C、D为已知点(高级点), 1、2、3为所求的视距导线点。

(1) 在A点观测结束后,转移仪器到1点时,立即求出A—1边的方位角 α'_{A-1} 。

(2) 在1点观测结束后,转移仪器到2点时,立即求出1点的坐标 x'_1 和 y'_1 以及1—2边的方位角 α'_{1-2} 。

(3) 仿此方法,直到C点观测结束时,立即求出C点的坐标 x'_c 和 y'_c 以及CD边的方位角 α'_{D-C} 。

(4) 从而得出角度闭合差 $f_\beta = \alpha'_{C-D} - \alpha_{C-D}$ 以及坐标增量闭合差 $f_x = x'_c - x_c$ 和 $f_y = y'_c - y_c$ 。于是,导线全长闭合差 $f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ 。

(5) 当 f_s 在允许范围内时,可按边长比例改正坐标增量或者直接对求出的 x'_i 和 y'_i 进行改正,以求得导线各点的最后坐标值。

通过一些实例的计算结果表明,预先调整角度闭合差再进行导线计算和直接用观测值进行计算,这两种方法求得最后坐标值,基本上是一致的。仅当导线长度、边长,边的数目和角度闭合差都接近限值时,个别点子的纵坐标值(或横坐标值)相差0.1米。这样的差别,对视距导线来说是完全可以允许的。

这个方法的优点是,简化了计算程序,即省略了角度平差这个环节,从而使得有可能边测边算,不必等全部外业结束后,另行作内业计算。因而也节省了内业时间,使得视距测量速度快的特点更为突出了。另外,当导线计算结果表明超出限差需要返工时(特别是在山区量边的精度不易达到,返工现象较为严重),便可在现场研究并进行重测。如果按经纬仪导线的计算程序,当需要返工时,由于内外业界线分明,不能当场发现并及时重测,而延误工作进度。

如果视距导线布置成闭合导线形式,则由于闭合导线测角误差的影响,比在附合导线中小,所以本文提出的计算方法对闭合导线的计算也是适用的。