

坡面日出和日落时角的判断方法

钱允祺 王钟秀

(西北农学院基础课部)

一、引言

在研究坡面太阳辐射状况时,需要确定坡面上日出和日落时角。对于具有任意方位和坡度的北半球孤立坡面,寻求一种判断其日出和日落时角的普遍法则是一个相当复杂的问题。本世纪初以来,不少学者对此进行了研究,但都只是得出了一些个别的结论。五十年代末,我国气象工作者首次提出了一种在已知坡面太阳辐射通量 $S_{\beta\alpha}$ 为正值时,判断坡面日出和日落时角的普遍法则^{[1][2]}。

本文指出,文献〔1〕和〔2〕提出的判断法则实际并不具有普遍性,由于作者在求解基本方程中有错误,从而据此建立的判断法则是错误的。另外,当坡面的坡度 α 、方位 β 、地理纬度 φ 和太阳赤纬 δ 这四个基本参数给定时,判断坡面日出和日落时角的条件已经充分,文献〔1〕和〔2〕中 $S_{\beta\alpha} > 0$ 这一条件是不必要的。事实上,要确定 $S_{\beta\alpha}$ 的符号,一般地说应首先确定坡面日出和日落的时角,所以文献〔1〕和〔2〕所要求的 $S_{\beta\alpha}$ 为正值这一已知条件,实际上与所要解决的判断坡面日出和日落时角这一问题等价。为此,本文提出一种新的判断坡面日出和日落时角的普遍法则。新的判断法则的依据是当基本参数给定时,坡面日出和日落时角的确定仅仅决定于基本方程的解的排列形式,从而自然免去了已知 $S_{\beta\alpha}$ 为正值这一条件。对于新的判断法则,本文给出了简要的证明。

二、基本方程及其求解

在不考虑周围地形的遮蔽、云的存在及坡面本身海拔高度的影响时,坡面上太阳直接辐射面辐射通量 $S_{\beta\alpha}$ 为正值充分必要条件是

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega > 0 \quad (1)$$

$$\text{及} \quad \sin h_s = \cos h \sin \alpha (\cos Z \cos \beta + \sin Z \sin \beta) + \sin h \cos \alpha > 0 \quad (2)$$

同时成立。

式中 h 为水平面上太阳高度角; h_s 为坡面上太阳高度角,即太阳光线与坡面的交角; φ 为坡面所在处地理纬度; ω 为真太阳时时角; δ 为太阳赤纬; α 为坡面坡度; β

陈世杰、袁志发老师在百忙中为本文审稿并提了宝贵的意见,作者在此表示衷心的感谢。

为坡面方位角, Z 为太阳方位角, β 和 Z 均自南点量起, 向东为负, 向西为正, 并且

$$\sin Z = \frac{\cos \delta \sin \omega}{\cosh} \quad (3)$$

$$\cos Z = \frac{\sin \varphi \cos \beta \cos \omega - \sin \delta \cos \varphi}{\cosh} \quad (4)$$

$$\text{令} \quad \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega = 0 \quad , \quad (5)$$

方程(5)通常有两个解, 记为 $-\omega_0$ 及 ω_0 , 这就是熟知的水平面日出、日落时角, 这里 $-\omega_0$ 为日出时角, ω_0 为日落时角。

为了得到坡面上太阳高度角为零的时角, 必须求解方程

$$\cosh \sin \alpha (\cos Z \cos \beta + \sin Z \sin \beta) + \sinh \cos \alpha = 0 \quad (6)$$

将(3)式及(4)式代入(6)式得

$$\begin{aligned} & \sin \alpha \sin \beta \cos \delta \sin \omega + (\sin \alpha \cos \beta \sin \varphi \cos \delta \\ & + \cos \alpha \cos \varphi \cos \delta) \cos \omega + \sin \varphi \sin \delta \cos \alpha \\ & - \sin \alpha \cos \beta \sin \delta \cos \varphi = 0 \quad , \quad (6') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{命} \quad & A = \sin \alpha \sin \beta \cos \delta \quad , \\ & B = \sin \alpha \cos \beta \sin \varphi \cos \delta + \cos \alpha \cos \varphi \cos \delta \quad , \\ & C = \sin \varphi \sin \delta \cos \alpha - \sin \alpha \cos \beta \sin \delta \cos \varphi \quad , \end{aligned}$$

则(6')式变为

$$A \sin \omega + B \cos \omega + C = 0 \quad (7)$$

求解方程(7)并无困难, 但是采用不同的方法时选择有意义的解则是应当注意的。

例如将方程(7)写成

$$-A \sin \omega = B \cos \omega + C \quad ,$$

两边平方后得到一个关于 $\cos \omega$ 的二次方程^[2], 其解是

$$\left. \begin{aligned} \cos \omega &= \frac{-BC + \sqrt{B^2 C^2 - (A^2 + B^2)(C^2 - A^2)}}{A^2 + B^2} \\ \text{及} \quad \cos \omega &= \frac{-BC - \sqrt{B^2 C^2 - (A^2 + B^2)(C^2 - A^2)}}{A^2 + B^2} \quad , \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(8)式实际上是两个三角方程, 通常可得四个解, 由于日道*与坡面(坡面的延展平面)不重叠时其交点不多于两个, 并且 ω 的定义域是 $[-180^\circ, 180^\circ]$, 故(8)式的四个解中只有两个解是有意义的, 记为 ω_{s1} 和 ω_{s2} , 在一般情况下 $|\omega_{s1}| \neq |\omega_{s2}|$ 。

为了避免由于平方方程两边而引起增根, 用下面的方法解方程(7)较为合适。

当 A, B 不同时为零时, 将(7)式写成

*指太阳周日视运动轨道, 下同。

$$A_1 \sin \omega + B_1 \cos \omega = -C_1 \quad ,$$

若 $A < 0$ ，则式中 $A_1 = -A$ ， $B_1 = -B$ ， $C_1 = -C$ ，

若 $A \geq 0$ ，则式中 $A_1 = A$ ， $B_1 = B$ ， $C_1 = C$ 。

命

$$\xi = \arcsin \frac{B_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \quad ,$$

于是 $\sin(\omega + \xi) = \frac{-C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}$ ，

若 $\left| \frac{-C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \right| > 1$ ，则方程(7)无解，

若 $\left| \frac{-C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \right| \leq 1$ ，命 $\zeta = \arcsin \frac{-C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}$ ，

可得 ω 的两个解

$$\omega_{s1} = \zeta - \xi \quad ,$$

及 $\omega_{s2} = 180^\circ - \zeta - \xi$ 。

当 $A = B = C = 0$ 时，方程(7)有无穷个解，这时日道和坡面重叠。

文献〔1〕和〔2〕仅考虑了(8)式中的第一式，舍去了第二式，因而认为方程(7)的两个解是对称的，记为 $\pm \omega_s$ 。实际上这只是 $\beta = 0$ （正南坡）或 $\beta = \pm 180^\circ$ （正北坡）时的特殊情形，当 $\beta \neq 0$ 或 $\beta \neq \pm 180^\circ$ 时该判断法则不能适用。由于同样的原因，在讨论坡面上一日之内出现两次日出和日落现象时，文献〔1〕和〔2〕认为上下午各有一次日出和日落，正午时坡面必处于荫蔽中。事实上，当坡面上一日之内出现两次日出和日落现象时，未必是上下午各一次日出和日落，正午时坡面也未必处于荫蔽中。

下面举一实例（中国纬度范围内）。

设 $\varphi = 45^\circ$ ， $\delta = 23.5^\circ$ ， $\alpha = 55^\circ$ ， $\beta = -150^\circ$ ，

实际计算得

$$A = -0.375606 \quad ,$$

$$B = -0.088080 \quad ,$$

$$C = 0.361748 \quad ,$$

(7)式变为

$$0.375606 \sin \omega + 0.088080 \cos \omega = 0.361748 \quad ,$$

可得 $\omega_{s1} = 56.47^\circ$ ，

$$\omega_{s2} = 97.14^\circ \quad ,$$

又，将 $\varphi = 45^\circ$ ， $\delta = 23.5^\circ$ 代入(5)式可得

$$-\omega_0 = -115.77^\circ \quad ,$$

$$\omega_0 = 115.77^\circ \quad .$$

计算表明,在上述条件下,坡面上一日之内出现两次日出日落现象,第一次日出在上午4时17分,第一次日落在下午3时46分;第二次日出在下午6时29分,第二次日落在下午7时43分,正午时坡面并不处于荫蔽之中。

从上面的讨论可知,文献〔1〕和〔2〕提出的判断法则实际上只能适用于一些个别的坡面,因此并不具有普遍的意义。为此,我们提出一种在求得 $-\omega_0$, ω_0 , ω_{s1} 和 ω_{s2} 之后,根据它们的排列形式和已知的基本参数 α , β , δ 来判断北半球任意孤立坡面日出和日落时角的普遍法则,其中免去了已知 S_{β} 为正值这一条件。

三、判断法则

在下述的判断法则中,仅对第1条(a)给出了必要的证明,其余各条可用类似的方法证明,故从略。

设方程(5)存在两个确定的,不相同的解 $-\omega_0$ 和 ω_0 。

1. 若 ω_{s1} , ω_{s2} 均落在区间 $[-\omega_0, \omega_0]$ 之外,或其中一个落在区间之外,另一个落在区间的某一端点上,则

(a). 当 $|\beta| < 90^\circ$ 时,坡面日出时角为 $-\omega_0$,日落时角为 ω_0 。

证明:我们先证在假定条件下,必有 $\delta < 0$ 。

如果 $\delta \geq 0$,则

$$|\omega_0| = \arccos(-\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta) \geq 90^\circ \quad (9)$$

设 $-Z_0$ 为日出方位, Z_0 为日落方位,

$$|Z_0| = \arccos \frac{\sin \varphi \cos \delta \cos |\omega_0| - \sin \delta \cos \varphi}{\cosh} \geq 90^\circ$$

因 $|\beta| < 90^\circ$,故 $|-Z_0 - \beta|$ 与 $|Z_0 - \beta|$ 中至少有一个大于 90° ,或者都等于 90° 。

若 $|-Z_0 - \beta|$ 与 $|Z_0 - \beta|$ 中至少有一个大于 90° ,不妨设 $|-Z_0 - \beta| > 90^\circ$,则当 $\omega = -\omega_0$ 时,

$$\sinh_s \Big|_{\omega = -\omega_0} = \sin \alpha \cos(-Z_0 - \beta) \leq 0 \quad (10)$$

由假设及(9)式知 $|\omega_{s1}|$, $|\omega_{s2}| \geq 90^\circ$,即 $|\zeta - \xi| \geq 90^\circ$,故 ζ 与 ξ 异号,方程(7)中B与C同号。当 $|\beta| < 90^\circ$ 时 $B \geq 0$,所以 $C \geq 0$ 。在正午时 $\omega = 0$,由上面讨论可得

$$\sinh_s \Big|_{\omega = 0} = B + C \geq 0 \quad (11)$$

(10)式及(11)式表明,当 $-\omega_0 < \omega < \omega_0$ 时 \sinh_s 至少有一次为零,即 ω_{s1} 与 ω_{s2} 中至少有一个要落在区间 $[-\omega_0, \omega_0]$ 之内,这与假设矛盾。

若 $|-Z_0 - \beta| = |Z_0 - \beta| = 90^\circ$,则必有 $|Z_0| = 90^\circ$, $\beta = 0$,并由此得 $\delta = 0$, $|\omega_0| = 90^\circ$,这时方程(7)变为

$$\sin(\alpha + \varphi) \cos \omega = 0$$

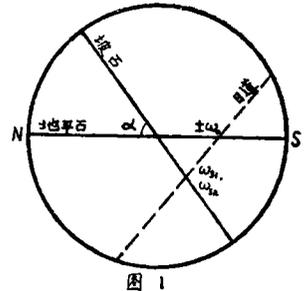
故 $-\omega_0 = \omega_{s1} = -90^\circ$, $\omega_0 = \omega_{s2} = 90^\circ$, 与假设矛盾。所以 $\delta < 0$ 。

现在证明判断成立。在正午时 $\omega = 0$, 因为 $\delta < 0$, 故由 (4) 式及 (2) 式可得

$$\sinh_s \Big|_{\omega=0} > 0 \quad , \quad (12)$$

由于 ω_{s1} 和 ω_{s2} 均不在区间 $[-\omega_0, \omega_0]$ 之内, 所以当 $-\omega_0 < \omega < \omega_0$ 时, \sinh_s 的符号不改变。由 (12) 式可知, 当 $-\omega_0 < \omega < \omega_0$ 时, $\sinh_s > 0$, $S_{\beta_0} > 0$; 当 $|\omega| \geq |\omega_0|$ 时, 因 (1) 式不成立, 故 $S_{\beta_0} = 0$, 所以坡面日出时角为 $-\omega_0$, 日落时角为 ω_0 , 判断成立。该判断法则应用于冬半年某些偏南坡。

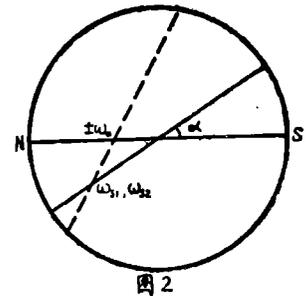
图 1 表示正南坡时坡面、地平面及日道在子午面上的投影。



(b). 当 $|\beta| > 90^\circ$ 时

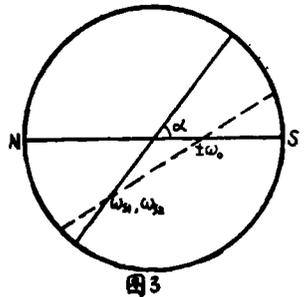
i. 如果 $\delta > 0$, 坡面日出时角为 $-\omega_0$, 日落时角为 ω_0 。

这是夏半年某些偏北坡上的情形。图 2 为正北坡时的典型情况。



ii. 如果 $\delta < 0$, 坡面上全天日不出。

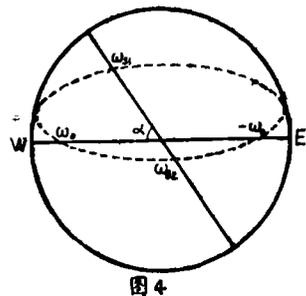
图 3 表示正北坡的典型情况。这种情形出现在冬半年某些坡度较大的偏北坡上, 从日出至日落阳光始终被坡背遮蔽, 坡面上全天无直射光。



2. 若 ω_{s1} (或 ω_{s2}) 落在区间 $[-\omega_0, \omega_0]$ 之内, ω_{s2} (或 ω_{s1}) 落在区间之外, 则

(a). 当 $\beta < 0$ 时, 坡面日出时角为 $-\omega_0$, 日落时角为 ω_{s1} 或 (ω_{s2})。

图 4 表示正东坡情形下, 坡面、地平面和日道在东西向铅直面上的投影, 日出起阳光照射坡面, 但日落之前阳光即被坡背遮蔽。



(b). 当 $\beta > 0$ 时, 坡面日出时角为 ω_{s1} (或 ω_{s2}), 日落时角为 ω_0 。

图5为正西坡时在东西向铅直面上的投影, 日出起阳光即被坡背遮蔽, 日出后某一时起坡面才被阳光照射。

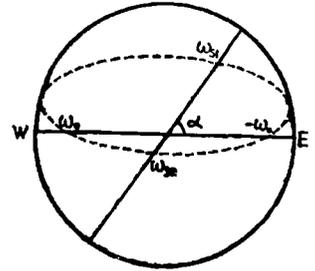


图5

3. 若 ω_{s1} 和 ω_{s2} 均落在区间 $[-\omega_0, \omega_0]$ 之内, 或其中至多有一个落在区间的某一端点上, 并假定 $\omega_{s1} < \omega_{s2}$, 则

(a). 当 $|\beta| < 90^\circ$ 时, 坡面日出时角为 ω_{s1} , 日落时角为 ω_{s2} 。

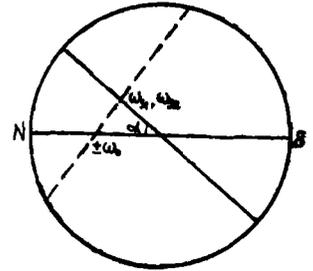


图6

图6表示正南坡时在午子面上的投影, 在日出后及日落前各有一段时间阳光被坡背遮蔽, 但其间有一段时间可以照射坡面。这种情形出现在夏半年某些偏南坡上。

(b). 当 $|\beta| > 90^\circ$ 时,

i. 若 $\delta < 0$, 坡面日出时角为 ω_{s1} , 日落时角为 ω_{s2} 。

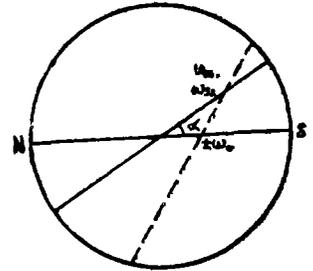


图7

这种情形出现在冬半年某些偏北坡上。图7表示正北坡时在子午面上的投影, 日出后和日落前各有一段时间阳光被坡背遮蔽。

ii. 若 $\delta > 0$, 坡面上一日内有两次日出和日落, 第一次日出为 $-\omega_0$, 日落为 ω_{s1} , 第二次日出为 ω_{s2} , 日落为 ω_0 。

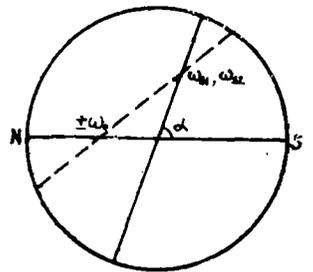


图8

这种情形出现在夏半年某些偏北坡上, 日出后和日落前各有一段时间阳光照射坡面, 但其间有一段时间阳光被坡背遮蔽。图8表示正北坡时的典型情况。

4. 若 ω_{s1} , ω_{s2} 落在区间 $[-\omega_0, \omega_0]$ 的两端, 假定 $\omega_{s1} = -\omega_0$, $\omega_{s2} = \omega_0$, 则

(a). 当 $\beta = 0$ 时, 坡面日出时角为 $\omega_{s1} = -\omega_0 = -90^\circ$, 日落时角为 $\omega_{s2} = \omega_0 = 90^\circ$ 。

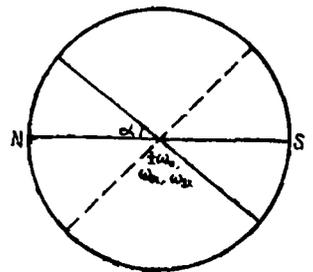


图9

这种情形出现在春秋分正南坡上, 图9表示在子午面上的投影。

(b). 当 $\beta = \pm 180^\circ$ 时,

i. 若 $\alpha < 90^\circ - \varphi$, 则坡面日出时角为 $\omega_{s1} = -\omega_0$, 日落时角为 $\omega_{s2} = \omega_0 = 90^\circ$ 。

这种情形出现在春秋分正北坡上, 而且坡度小于正午太阳高度, 坡背对阳光无遮蔽, 如图10所示。

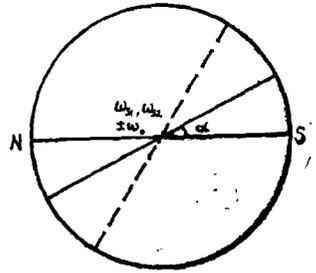


图10

ii. 若 $\alpha > 90^\circ - \varphi$, 则坡面全天日不出。

这种情形出现在春秋分正北坡上, 而且坡度大于正午太阳高度, 实际上阳光全天为坡背遮蔽, 如图11所示。

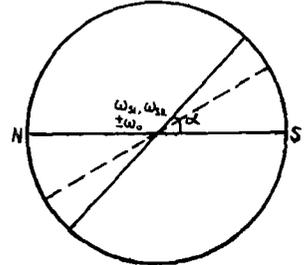


图11

5. 若 ω_{s1} 和 ω_{s2} 可以取区间 $[-180^\circ, 180^\circ]$ 内的任意数值, 则坡面全天日不出。

这种情形出现在春秋分正北坡上, 而且坡度等于正午太阳高度, 这时日道和坡面重叠, 坡面太阳高度时时为零, 故坡面全天日不出, 如图12所示。北半球南坡上一般不会出现这种情况, 但赤道上垂直正南坡在春秋分时出现这种情况。

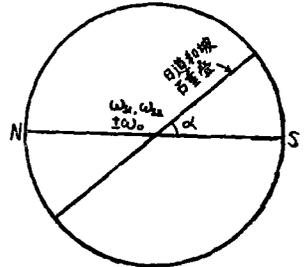


图12

6. 若 ω_{s1} 和 ω_{s2} 都不存在, 或 $\omega_{s1} = \omega_{s2}$, 则

(a). 当 $\delta > 0$ 时,

i. 如果 $|\beta| > 90^\circ$, 坡面日出时角为 $-\omega_0$, 日落时角为 ω_0 。

这是夏半年某些偏北坡上的情形, 日道和坡面至多有一个交点, 坡面本身对阳光无遮蔽, 如图13所示。

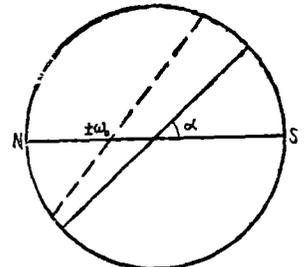


图13

ii. 如果 $|\beta| < 23.5^\circ$, 坡面全天日不出。

这种情形出现在夏半年低纬地区某些坡度很大的偏南坡上, 日道在坡背, 与坡面至多有一个交点, 故坡面全天日不出。图14表示正南坡时的投影。

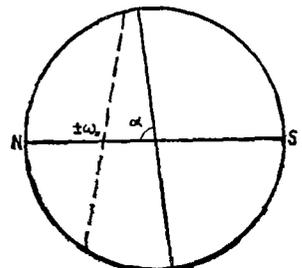


图14

(b). 当 $\delta < 0$ 时,

i. 如果 $|\beta| > 90^\circ$, 坡面全天日不出。

这是冬半年某些偏北坡上出现的情形, 图15为正北坡一例。

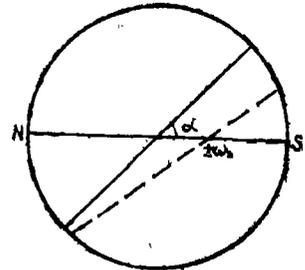


图15

ii. 如果 $|\beta| < 23.5^\circ$, 坡面日出时角为 $-\omega_0$, 日落时角为 ω_0 。

这种情形出现在冬半年低纬地区某些坡度很大的偏南坡上。日道在坡前, 与坡面至多有一个交点, 坡面本身不遮蔽阳光。图16为正南坡一例。

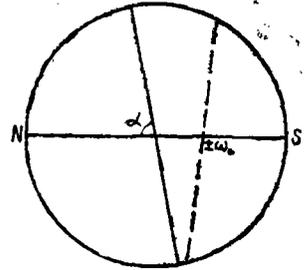


图16

上述判断法则适用于方程(5)有两个确定的, 而且不相同的解时。如果方程(5)无解或有两个相同的解, 可用下面的法则判断。

7. 若 $-\omega_0$ 和 ω_0 不存在或相等, 则

(a). 当 $\delta < 0$ 时, 不论 ω_{s1} 与 ω_{s2} 存在与否, 坡面全天日不出。

这是北极圈内极夜时的情形, 如图17 a 和17 b 所示。

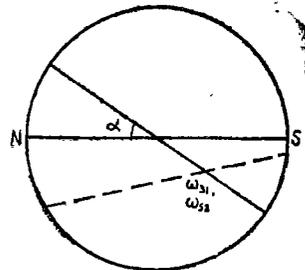


图17.a

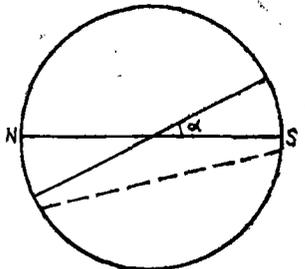


图17.b

(b). 当 $\delta > 0$ 时,

i. 如果 ω_{s1}, ω_{s2} 存在, 假定 ω_{s1} 在坡面水平法向矢量 $\vec{\beta}$ 的逆时针方向, 则坡面日出时角为 ω_{s1} , 日落时角为 ω_{s2} 。 ω_{s1} 和 ω_{s2} 可以跨日。

这种情形出现在北极圈内极昼时, 太阳全天位于地平线以上, 有一段时间阳光被坡背遮蔽。图18 a 表示正北坡

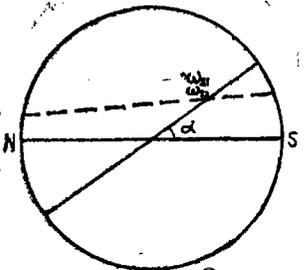


图18.a

时在子午面上的投影；图18 b为坡面、地平面及日道的空间位置，图中 ω_{s1} 在 β 的逆时针方向，故 ω_{s1} 为坡面日出时角， ω_{s2} 为坡面日落时角。

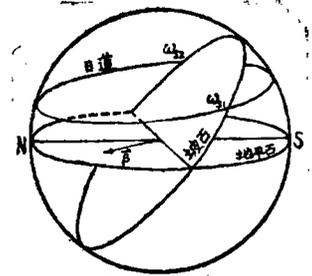


图18 b

ii. 如果 ω_{s1} ， ω_{s2} 不存在或相等，坡面全天日不落。

这种情形出现在极昼时，由于坡度较小，日道和坡面至多有一个交点，坡面本身不遮蔽阳光，故全天日不落，如图19所示。

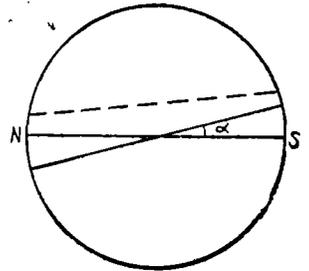


图19

8. 若 $-\omega_0$ ， ω_0 可以取区间 $[-180^\circ, 180^\circ]$ 内的任意数值，则坡面全天日不出。

这是日道和地平面重叠时的情形，故只能出现在北极春秋分时。因为不考虑海拔高度的影响，故不论坡面的方位和坡度为何值，坡面上全天日不出，如图20所示。

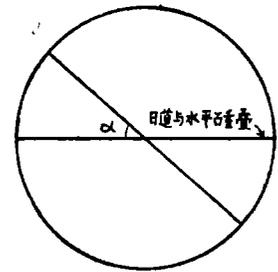


图20

为了简明起见，将上述判断法则的条件与结果列于下表之中。

表内

$-\omega_0$	水平面日出时角，
ω_0	水平面日落时角，
ω_{s1} ， ω_{s2}	坡面太阳高度为零的时角，
φ	坡面所处地理纬度，
δ	太阳赤纬，
α	坡面坡度，
β	坡面方位角，自南点量起，向西为正，向东方负。

北半球孤立坡面日出和日落时角的判断方法

	判 断 条 件			判 断 结 果					
	$-\omega_0, \omega_0, \omega_{s1}, \omega_{s2}$	β	δ	α	日出	日落	日出	日落	
1	ω_{s1}, ω_{s2} 都落在区间 [$-\omega_0, \omega_0$]外, 或一个落在区间外, 另一个落在区间的某一端点上。	$ \beta < 90^\circ$			$-\omega_0$			ω_0	
		$ \beta > 90^\circ$	$\delta > 0$		$-\omega_0$			ω_0	
			$\delta < 0$					日不出	
2	ω_{s1}, ω_{s2} 一个在区间 [$-\omega_0, \omega_0$]内, 另一个在区间外, 设 ω_{s1} 在区间内。	$\beta < 0$			$-\omega_0$			ω_{s1}	
		$\beta > 0$			ω_{s1}			ω_0	
3	ω_{s1}, ω_{s2} 都落在区间 [$-\omega_0, \omega_0$]内, 或至多有一个落在区间的某一端点上, 假定 $\omega_{s1} < \omega_{s2}$	$ \beta < 90^\circ$			ω_{s1}			ω_{s2}	
		$ \beta > 90^\circ$	$\delta < 0$		ω_{s1}			ω_{s2}	
			$\delta > 0$		$-\omega_0$	ω_{s1}	ω_{s2}	ω_0	
4	$\omega_{s1} = -\omega_0 = -90^\circ,$ $\omega_{s2} = \omega_0 = 90^\circ,$	$\beta = 0$			-90°			90°	
		$\beta = \pm 180^\circ$			$\alpha < 90^\circ - \varphi$	-90°		90°	
								$\alpha > 90^\circ - \varphi$	日不出
5	ω_{s1}, ω_{s2} 可取任意数值							日不出	
6	ω_{s1} 和 ω_{s2} 不存在或相等, 但 $-\omega_0, \omega_0$ 存在	$ \beta > 90^\circ$	$\delta < 0$					日不出	
			$\delta > 0$			$-\omega_0$		ω_0	
			$\delta < 0$			$-\omega_0$		ω_0	
			$\delta > 0$					日不出	
7	$-\omega_0, \omega_0$ 不存在, 或 $ \pm \omega_0 = 0, 180^\circ.$ ω_{s1}, ω_{s2} 存在假定, ω_{s1} 在方位 β 的逆时针方向。 ω_{s1}, ω_{s2} 不存在或相等		$\delta < 0$					日不出	
			$\delta > 0$			ω_{s1} (可以跨日)	ω_{s2}	日不落	
8	$-\omega_0, \omega_0$ 可取任意数值							日不出	

参 考 文 献

- [1] 傅抱璞, 坡地对日照和太阳辐射的影响, 中国科学, 8(1959), 7, 700—726。
- [2] 傅抱璞, 坡地对日照和太阳辐射的影响, 南京大学学报(自然科学版), 1958, 第2期23—46。

The Rule for the Determination of Hour Angles of Sunrise and Sunset on Slopes

Qian Yun-qi Wang Zhong-Xiu

(Northwestern College of Agriculture)

Abstract

A rule for the determination of the hour angles was first put forward in the literatures (1) and (2). It was pointed out in this paper that the rule in the literatures (1) and (2) was incorrect because of some mistakes made by the literature authors on the solutions to the basic equations. For this reason, a new general rule for the determination of the hour angles of sunrise and sunset on the slopes has been presented in this paper. The basis of the new general rule is that the determination of the hour angles of sunrise and sunset is dependent on the sequences of the solutions to the basic equations with the parameters given. In the meantime, a brief proof has also been given of the new general rule in this paper.