# 关于复杂电路理论中两个基本定理的简单证法

## ——有关高等学校电工课教学的一点建议

胡林昌

（西北农学院农业机械系）

## 一、问题的提出

众所周知，电工学的特点，在于应用一些方法算题，这些方法都是集中建立在复杂电路的理论基础上的。而复杂电路的理论基础，又在于下面的两个基本理论，以及由这两个定理推论出来的一个重要结论。即：

设电路中的支路数目为m，结点数目为n。则有：

定理 1. 电路中的n个结点可以列出（n－1）个独立的电流方程$\Sigma I=0$

定理 2. 电路中有（m－n＋1）个独立迴路，因而可以列出相同数目的独立迴路方程$\Sigma E=\Sigma IR$。这样，包含有各支路电流在内的电路独立方程的数目为

$$(n-1)+(m-n+1)=m$$

恰好等于作为未知数的支路电流的数目，因此把所有这些方程联立求解，便可算出电路中各支路的电流。所以不管多么复杂的电路，都可用独立的电流方程和迴路方程求出解答。

关于定理1的证明，虽然有的教材也曾论及，但毕竟是限于不严格的说明，而且就其所达到的程度来说，只是定理的一个部分，因此也是不彻底的。至于定理2的证明，则因要用复杂的网络拓扑，故所有的教材都没有提到。

如果在电工课的教学中，能够就这两个基本定理给出简单的证法，不仅可以提高学生的思维能力，而且还可加深他们对由此引伸出来的各种计算方法的理解，因此对高等学校有关电工课的教学是有一定好处的。在本文中，提出简单而且严格的证法如下，供参考。

## 二、两个基本定理的证明

1. 定理1的证明：

因为每一条支路中的电流都是在两个结点之间流动的，如果它在其中一个结点中是流入的，那么在另一个结点中必定是流出的；如果它在其中一个结点的电流方程中是正的，那么在另一个结点的电流方程中必定是负的。因此每一条支路的电流都是出现在两

个结点的电流方程中，而且符号相反。

我们把电路中的任意一个结点 i 以及跟它联结的各条支路从这个电路中抽出去（图1）。这时剩下的其它部分电路中虽然只有（n－1）个结点，但是在这（n－1）个结点的电流方程中，不仅包含有这部分电路中的所有电流，而且还包含有抽出去的结点 i 中的所有电流（因为结点 i 的各支路电流的另一个结点都在那部分电路中），即包含有整个电路中的所有支路电流。不过抽出的结点 i 中的电流在这些方程中只出现一次，而结点 i 中没有的电流在这些方程中则出现两次，而且符号相反。

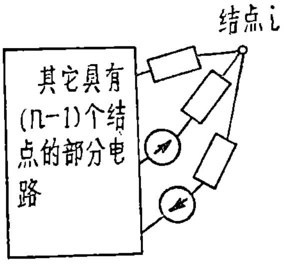


图　1

因此，如果把这（n－1）个电流方程 $\Sigma I=0$ 加起来，那么抽出去的结点 i 中没有的电流，因为在这些方程中要出现两次，而且符号相反，所以都互相抵消，剩下的就是在这些方程中只出现一次的结点 i 的电流的代数和，即抽出去的那个结点的电流方程。也即：

$$
(n-1)\text{个}\left\{\begin{array}{l}\Sigma_1 I=0\\ \Sigma_2 I=0\\ -\,-\,-\,-\,-\\ +)\ \Sigma_n I=0\end{array}\right.
\over \Sigma_i I=0
$$

式中1、2…………i及n为各电流方程的序号。

既然抽出去的结点的电流方程可以由其它（n－1）个结点的电流方程相加得到，所以这个结点的电流方程不是独立的。

现有对这定理给出证明的教材都只证到这一步。但是在这里还存在着问题，就是那（n－1）个结点的电流方程中是否还有不是独立的？

为了进一步作出证明，我们可以从原先剩下的具有（n－1）个结点的部分电路中再把任意的另一个结点 j 以及跟它联接的各条支路也抽出去（图2）。这时不外有下面两种情况：

①后抽出去的结点 j 与先抽出去的结点 i 之间没有支路联接、即图2中的 $R_{ij}=\infty$ 和 $I_{ij}=0$。

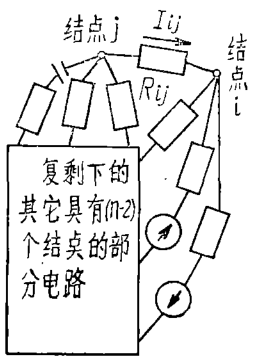


图　2

这时按照上面的分析，在复剩下部分电路的（n－2）个结点的电流方程中，仍包含有整个电路中的所有支路电流。但是抽出去的两个结点 i 和 j 中的电流在这些方程中只出现一次，而 i 和 j 两个结点中没有的电流则在这些方程中出现两次，而且符号相反。因此如果把这（n－2）个结点的电流方程也相加起来，则抽出去的两个结点中没有的电流在这些方程中都互相抵消，剩下的就是 i 和 j 两个结点电流方程之和。也即：

$$
(n-2)\text{个}\left\{\begin{array}{l}\Sigma_1 I = 0\\ \Sigma_2 I = 0\\ ------\\ +)\ \Sigma_n I = 0\end{array}\right.
$$

$$
\overline{\Sigma_i I + \Sigma_j I = 0}
$$

式中 1 、 2 ………… i 、 j 及 n 仍为各电流方程的序号。

因为从这（ n － 2 ）个结点的电流方程中得不到后抽出去结点 j 的单独的电流方程，因此这个结点的电流方程是独立的。

②后抽出去的结点 j 与先抽出去的结点 i 之间有支路联结，即图 2 中的 $R_{ij} \neq \infty$ 和 $I_{ij} \neq 0$ 。

这时因为两个抽出的结点 i 和 j 都不在复剩下的具有（ n － 2 ）个结点的部分电路中，因此它们之间的支路电流 $I_{ij}$ 不包含在这（ n － 2 ）个结点的电流方程中，所以其中包含有电流 $I_{ij}$ 的后抽出去的结点 j 的电流方程不能由这（ n － 2 ）个结点的电流方程得到，所以这个结点的电流方程也是独立的。

到此综上所述，便可得到这样的结论：在 n 个结点列出的 n 个电流方程中，只有 1 个不是独立的。即电路中的 n 个结点可以列出（ n － 1 ）个独立的电流方程。于是本定理全部证完。

2． 定理 2 的证明

本定理我们用数学归纳法证明。即：如果当结点数目 n ＝ 2 时电路中有 m － n ＋ 1 ＝ m － 2 ＋ 1 ＝ m － 1 个独立迴路是真实的。要是我们在 n ＝ k 时假定电路中有 m － n ＋ 1 ＝ m － k ＋ 1 个独立迴路，能够推出 n ＝ k ＋ 1 时电路中也有 m － n ＋ 1 ＝ m －（ k ＋ 1 ）＋ 1 ＝ m － k 个独立迴路，那么对于 n 为任意正整数时电路中有（ m － n ＋ 1 ）个独立迴路都是真实的。

第一步证明 n ＝ 2 时真实。

因为这时电路中的所有支路都是并联的（图 3 ），因此其中任意一条支路都可分别与其它（ m － 1 ）条支路构成相同数目的迴路。所谓独立迴路，就是与电路中其它所有迴路比较至少有一条新支路的迴路。因为这（ m － 1 ）个迴路中都有一条新的支路，所以都是独立的。于是证完。

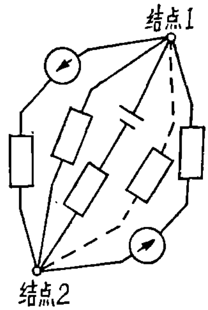


图 3

第二步在 n ＝ k 时假定电路中有（ m － k ＋ 1 ）个独立迴路，推出 n ＝ k ＋ 1 时电路中有 m －（ k ＋ 1 ）＋ 1 ＝ m － k 个独立迴路。

这时我们把结点数目为 n ＝ k ＋ 1 的电路中任意一个结点 i 以及跟它联接的 m′（ 3 ≤ m′ ＜ m ）条支路抽出去（图 4 ），因此在剩下的具有 k 个结点的部分电路中就只有（ m － m′ ）条支路。

因为前面已经假定在结点数目为 $n=k$ 的电路中，当其支路数目为m时有 $(m-k+1)$ 个独立迴路。因此当其支路数目为 $(m-m')$ 时，则有

$(m-m')-n+1=m-m'-k+1$ 个独立迴路。而这些独立迴路又可与抽出去的结点i的 $m'$ 条支路组成 $(m'-1)$ 个独立迴路，因此在这结点数目为 $n=k+1$ 和支路数目仍为m的电路中，共有独立迴路的数目为

$$(m-m'-k+1)+(m'-1)=m-k$$

也即由 $n=k$ 真实推出了 $n=k+1$ 也真实。所以在支路数目为m的电路中，当其结点数目n为任意的正整数时，都有 $(m-n+1)$ 个独立迴路，因而可列出 $(m-n+1)$ 个独立的迴路方程。于是本定理也全部证完。

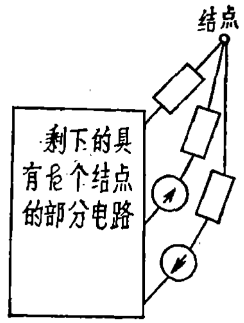


图 4

## 二、结 论

复杂电路理论中的两个基本定理是复杂电路计算方法的理论基础，本文提出了简单而且严格的证明方法，不仅可以提高学生的思维能力，还可加深他们对由此引伸出来的各种计算方法的理解，可供高等学校有关电工课教学的参考。

## 参 考 文 献

1. Л.г.Кагантаров И Г.Т.Нейман, Теоретические Основы Эгектротехники, T.I, Тосэнергоnzcaм, 1959

2. 俞大光编，电工基础，上册，人民教育出版社，1962年

3. 邱光源主编，电路，人民教育出版社，1978年