

U型薄壳渡槽的简化空间算法

于 志 秋

(西北农学院水利系)

前 言

一九七四年,我们提出了“U型薄壳渡槽的空间算法”⁽²⁾,不久就在工程实践中获得了应用和发展⁽³⁾⁽⁴⁾。去年十月,在河南省伊川县召开的全国“U型薄壳渡槽会议”上,在同原型观测,模型实验以及其它计算方法的成果充分比较的基础上,肯定了“U型薄壳渡槽的空间算法”(亦称折板法)是计算长壳和中长壳U型薄壳渡槽比较好的实用方法,并建议尽量简化,尽快推广应用。本文是在此基础上,省略了许多繁琐的公式推导过程,对方法的基本假定,基本原理作了比较详细的说明,并针对筒支式等厚U型薄壳渡槽按内接九面棱柱壳计算的情况,将原“空间算法”的公式进行简化和补充,对解题方法和步骤作了比较详细的介绍,俾使便于掌握和应用。

基 本 假 定

园柱壳可近似地用其内接棱柱壳代替(图1,a)。内接棱柱壳的板数可多可少,其园弧段板宽也不一定全等,只要板宽不大于壳长 l 的 $1/5$,这种代替的误差是不大的。

在棱柱壳中任取一板 k (图1,b),其中间面上任一点 m 的位置决定于坐标 (z,s) 在 $m(z,s)$ 点取一边长为 dz 、 ds 的微分单元体 $mabc$ 。一般讲,在这个单元体上作用有八种独立的力(图1,c),即:法向力 N_z 、 N_s ,剪力 H ,弯矩 M_z 、 M_s ,横向力 T_z 、 T_s 及扭矩 M_v ,它们都是按单位线长给出的。单元体 $mabc$ 的变形状态主要为六个独立值所决定,即:与力 N_z 、 N_s 及 H 相应的伸长(缩短)变形及剪切变形,与力矩 M_z 、 M_s 及 M_v 相应的弯曲变形及扭转变形。

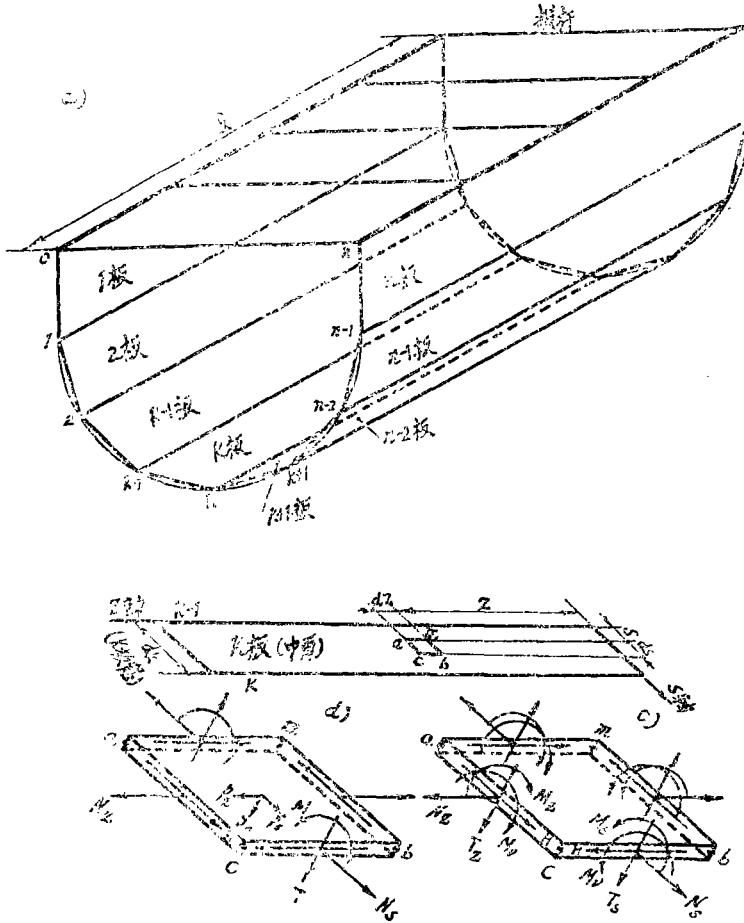
根据壳体理论的基本原理及一些实验资料证明,对中长壳及长壳渡槽起控制作用的内力是(图1,d): N_z 、 N_s 、 H 、 M_s 及 T_s (因忽略 M_z 、 T_z ,在图1,d中 M_s 、 T_s 用 M 、 T 表示,不再加脚标);其余三力 M_z 、 M_v 及 T_z 都很小,可忽略不计。至于变形,除了与 M_v 相应的扭转变形为零外,尚发现与 N_s 相应的横向伸长(缩短)变形,与 H 相应的剪切变形,亦都很小,仍可忽略不计。

除内力外,单元体 $mabc$ 上也可能有外力作用。单位面积上外荷载的主矢量沿坐标轴的三个分量分别用 P_z 、 P_s 、 P_r 表示(图1,d)。

综上所述,单元体 $mabc$ 所承受的力如图1,d示。这些力的符号规定为:当作用面的外法线指向坐标轴 Z 或 S 正向时,则 N_z 或 N_s 相应地指向坐标轴 Z 或 S 正向为正, H 相应

地指向坐标轴S或Z正向为正, M使板向下弯曲为正、T向下为正。在对面, 则上述各力方向相反为正。在图1,d中, 按正向给出了这些力。

象一般壳体理论一样, 在以后计算中取泊桑比 $\mu = 0$ 。



未知函数、基本体系和法方程式

根据基本假定, 应用建筑力学的一般原理, 对K板(图1,b)的应力和变形进行分析, 可得出下面重要结论: K板内任一点的内力和变形, 都可用板边K和K-1处的横向弯矩 $M_K(Z)$ 、 $M_{K-1}(Z)$ 和纵向正应力 $\sigma_K(Z)$ 、 $\sigma_{K-1}(Z)$ 来表示^{*}。因此壳的计算就在于推求壳棱处的这两组基本未知函数。只要求到这两组基本未知函数, 整个壳的位移场和应力场就可以用它们表示出来。

用类似于结构力学“混合法”中推求基本未知力和变形的的方法推求这两组基本未知

^{*} 因为限实在壳棱处, 所以横向弯矩 $M_K(Z)$ 、 $M_{K-1}(Z)$ 和纵向正应力 $\sigma_K(Z)$ 、 $\sigma_{K-1}(Z)$ 只是坐标Z的函数; 脚标K、K-1是指明该弯矩或应力是属于K或K-1棱。

在这样一基本体系中, 在外荷载作用下, 在每根刚性铰轴处将发生相邻两板的夹角改变 $\theta_{kp}(Z)$ 和约束纵向变形的纵向反力 $\gamma_{kp}(Z)$ 。在基本未知函数 $\sigma_k(Z)$ 、 $M_k(Z)$ 作用下, 亦引起相应的夹角改变 $\theta_{k\sigma}(Z)$ 、 $\theta_{kM}(Z)$ 和纵向反力 $\gamma_{k\sigma}(Z)$ 、 $\gamma_{kM}(Z)$ 。这些夹角改变和纵向反力, 在 $dz = 1$ 的单元基本体系中, 不难用建筑力学方法求到 (详细推导请看〔1〕、〔2〕、〔3〕, 本文从略)。因为在原体系中, 这些夹角改变和纵向反力都不存在, 据此可写出基本未知函数数目相同的两组法方程式:

©1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

简支等厚U型薄壳渡槽的法方程式

图2, a为一等厚U型薄壳渡槽的横断面, 在“简化空间计算法”中, 近似按该壳槽的内接九面棱柱壳* (图2, b) 进行计算。其中0号板实际上是由许多间距为 e , 断面为 $b \times \delta$ 的横杆组成。它与其它板不同, 只能承受横向法向力 N_s , 横向弯矩 M 及相应横向力 T , 不能承受纵向法向力 N_z 和剪力 H 。在推导法方程式时, 已注意到0号板的这些特点。

当上述壳槽两端设有在自身平面内为刚性, 在自身平面外为柔性, 并简支于支座上的端肋时, 即当符合边界条件 $\sigma_K(0) = M_K(0) = \sigma_K(l) = M_K(l) = 0$ 时, 可假定基本未知函数为:

$$\begin{cases} \sigma_K(Z) = \sigma_K \sin \frac{\pi Z}{l} \\ M_K(Z) = M_K \sin \frac{\pi Z}{l} \end{cases} \quad (2) \text{ 注}$$

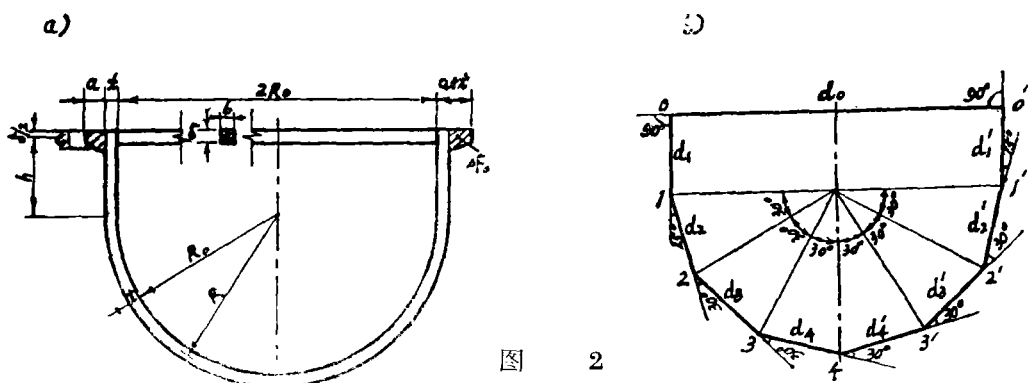


图 2

在壳槽跨中断面, $Z = l/2$, 由(2)式得:

$$\begin{cases} \sigma_K\left(\frac{l}{2}\right) = \sigma_K \sin \frac{\pi}{2} = \sigma_K \\ M_K\left(\frac{l}{2}\right) = M_K \sin \frac{\pi}{2} = M_K \end{cases}$$

可见, (2)式中的 σ_K 、 M_K 实为壳槽跨中断面K棱处的纵向正应力和横向变矩。

根据前述基本原理, 结合图2所示壳槽的构造特点, 考虑到对称性及 $d_0 = 2R$, $d_1 = AR$ ($A = h/R$), $d_2 = d_3 = d_4 = 2R \sin 15^\circ$ 等, 并引入(2)式, 经简单处理后,

* 与一般“空间计算”法不同, 在“简化空间计算法”中, 圆弧段板宽必须全等。

注: 本式实为富氏级数第一项; 若取多项, 精度提高很少, 但计算大为麻烦。

表 I

土元数 方程 类别	δ_0	δ_1	δ_2	ϵ_3	δ_4	M_4	M_5	M_2	M_1	M_3	自由项
0	$-\frac{\pi^2}{l^2} \left(\frac{AR^4}{3} \Delta F_0 \right) - \frac{\pi^2}{l^2} \times \frac{AR^4}{6}$		0	0	0	0	0	$-\frac{7.4641}{AR^2}$	$\frac{3.7321}{A^2R^2} + \frac{7.4641}{AR^2}$	$-\frac{3.7321}{A^2R^2}$	R_2
1	$-\frac{\pi^2}{l^2} \times \frac{AR^4}{6}$	$-\frac{\pi^2}{l^2} \cdot \frac{0.1725 \cdot A}{8} R^4 - 0.08627 \frac{\pi^2}{l^2} R^4$		0	0	0	$-\frac{7.4641}{R^2}$	$-\frac{27.8564}{R^2} + \frac{7.4641}{AR^2}$	$-\left(\frac{3.7321}{A^2R^2} + \frac{14.9282 \cdot 20.3923}{AR^2} \cdot \frac{R^2}{R^2} \right)$	$\frac{3.7321}{A^2R^2} + \frac{7.4641}{A^2R^2 + AR^2}$	R_1
2	0	$-0.08627 \frac{\pi^2}{l^2} R^4$	$-0.3451 \frac{\pi^2}{l^2} R^4$	$-0.08627 \frac{\pi^2}{l^2} R^4$	0	$-\frac{7.4641}{R^2}$	$\frac{27.8564}{R^2}$	$-\frac{48.2487}{R^2}$	$\frac{27.8564}{R^2} + \frac{7.4641}{AR^2}$	$-\frac{7.4641}{AR^2}$	R_2
3	0	0	$-0.08627 \frac{\pi^2}{l^2} R^4$	$-0.3451 \frac{\pi^2}{l^2} R^4$	$-0.08627 \frac{\pi^2}{l^2} R^4$	$\frac{27.8564}{R^2}$	$-\frac{48.2487}{R^2}$	$\frac{27.8564}{R^2}$	$-\frac{7.4641}{R^2}$	0	R_3
4	0	0	0	$-0.08627 \frac{\pi^2}{l^2} R^4$	$-0.1725 \frac{\pi^2}{l^2} R^4$	$-\frac{20.3923}{R^2}$	$\frac{27.8564}{R^2}$	$-\frac{7.4641}{R^2}$	0	0	R_4
4	0	0	$-\frac{7.4641}{R^2}$	$\frac{27.8564}{R^2}$	$-\frac{20.3923}{R^2}$	$\frac{2.0705 \pi^2 R^4}{l^2 t^3}$	$\frac{1.0353 \pi^3 R^3}{l^2 t^3}$	0	0	0	0
8	0	$-\frac{7.4641}{R^2}$	$\frac{27.8564}{R^2}$	$-\frac{48.2487}{R^2}$	$\frac{27.8564}{R^2}$	$\frac{1.0353 \pi^2 R^4}{l^2 t^3}$	$\frac{4.1411 \pi^2 R^2}{l^2 t^3}$	$\frac{\pi^2 R^2}{1.0353 l^2 t^3}$	0	0	0
2	$-\frac{7.4641}{AR^2}$	$\frac{27.8564}{R^2} + \frac{7.4641}{AR^2}$	$-\frac{48.2487}{R^2}$	$\frac{27.8564}{R^2}$	$\frac{7.4641}{R^2}$	0	$\frac{1.0353 \pi^2 R^2}{l^2 t^3}$	$\frac{4.1411 \pi^2 R^2}{l^2 t^3}$	$\frac{1.0353 \pi^2 R^2}{l^2 t^3}$	0	0
1	$\frac{3.7321}{A^2R^2} + \frac{7.4641}{A^2R^2}$	$-\left(\frac{3.7321}{A^2R^2} + \frac{14.9282 \cdot 20.3923}{A^2R^2} \cdot \frac{R^2}{R^2} \right)$	$-\frac{27.8564}{R^2} + \frac{7.4641}{AR^2}$	$-\frac{7.4641}{R^2}$	0	0	0	$\frac{1.0353 \pi^2 R^2}{l^2 t^3}$	$\frac{2.0705 \cdot 4A}{l^2 t^3} \pi^2 R^2$	$2A \frac{\pi^2 R^2}{l^2 t^3}$	0
0	$-\frac{3.7321}{A^2R^2}$	$\frac{3.7321}{A^2R^2} + \frac{7.4641}{AR^2}$	$-\frac{7.4641}{AR^2}$	0	0	0	0	0	$2A \frac{\pi^2 R^2}{l^2 t^3}$	$\left(\frac{t^3}{30} + 4A \right) \frac{\pi^2 R^2}{l^2 t^3}$	0

可将微分方程组(1)改造成代数方程组,如表1示。这就是简支式等厚U型薄壳渡槽按内接九面棱柱壳计算时,用代数方程组表示的法方程式。

在表1中, $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_4$ 和 $M_0, M_1, \dots, M_4$ 分别表示壳槽跨中断面第0、1...4棱处的纵向正应力和横向弯矩。它们是方程组的主元素。各栏的公式是相应于各主元素的主、付系数计算公式,在这些公式中:

R ——壳槽的计算半径;

t ——等厚壳槽的壁厚;

ΔF_0 ——一个侧梁的截面面积(图2, a阴影部分);

$A = h/R$ ——计算直段高与计算半径之比。

表1中与自由项行相应的 $R_0, R_1, \dots, R_4$,其计算公式随荷载而异。

在自重作用下各自由项的计算公式为:

$$\left. \begin{aligned} R_{0\text{自}} &= -\left[\left(1.27324 + \frac{0.32954}{A} \right) \gamma_{\text{自}} t + 1.27324 \frac{G_0}{AR} \right] \\ R_{1\text{自}} &= \left(\frac{0.32954}{A} - 0.52739 \right) \gamma_{\text{自}} t + 1.27324 \frac{G_0}{AR} \\ R_{2\text{自}} &= 0 \\ R_{3\text{自}} &= 1.14155 \gamma_{\text{自}} t \\ R_{4\text{自}} &= 0.65908 \gamma_{\text{自}} t \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

在满槽水(槽内水深 $h_{\text{水}} = h + R$)荷载作用下各自由项的计算公式为:

$$\left. \begin{aligned} R_{0\text{水}} &= -\left(\frac{0.21221}{A} + 1.27324 + 1.58394A \right) \gamma_{\text{水}} R \\ R_{1\text{水}} &= \left(\frac{0.21221}{A} + 0.50972 + 1.58394A + 3.16786A^2 \right) \gamma_{\text{水}} R \\ R_{2\text{水}} &= -\left(0.106088 + 3.16786A^2 \right) \gamma_{\text{水}} R \\ R_{3\text{水}} &= 0.55134 \gamma_{\text{水}} R \\ R_{4\text{水}} &= 0.31828 \gamma_{\text{水}} R \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(3)、(4)两式中, A, R, t 意义同前; $\gamma_{\text{自}}, \gamma_{\text{水}}$ 分别为壳体材料(钢筋混凝土或钢丝网水泥)和水的容重; G_0 为横杆、便桥、人群(如考虑这一荷载),侧梁(图2, a阴影部分)等在单位跨长内的重量传至0点(图2, b)的垂直集中力。

将 $R_K = R_{K\text{自}}$ 或 $R_K = R_{K\text{水}}$ 或 $R_K = R_{K\text{自}} + R_{K\text{水}}$ 代入表 1, 求得的 σ_K 、 M_K 分别为在自重或满槽水或自重加满槽水荷载作用下, 壳槽跨中断面 K 棱处的纵向正应力和横向弯矩。

跨中断面壳棱处的 σ_K 、 M_K 求出后, 其它断面壳棱处的纵向正应力和横向弯矩可由 (2) 式计算。

剪应力和横向法向力 (亦称横向轴力)

σ_K 、 M_K 求出后, 剪应力 (与图 1, c、d 中的 H 相应) 和横向轴力可按下面给出的公式计算:

(一) 剪应力计算公式

支座断面壳棱处剪应力 τ_k , 可按半跨板的静力平衡条件推得。对右支座断面 ($Z = 0$) 有:

$$\left. \begin{aligned} \tau_0 &= 0 \\ \tau_1 &= -\frac{\pi}{1} \left(\frac{\sigma_0 + \sigma_1}{2} AR + \frac{\sigma_0 \cdot \Delta F_0}{t} \right) \\ \tau_2 &= \tau_1 - 0.25882 \frac{\pi}{1} (\sigma_1 + \sigma_2) R \\ \tau_3 &= \tau_2 - 0.25882 \frac{\pi}{1} (\sigma_2 + \sigma_3) R \\ \tau_4 &= \tau_3 - 0.25882 \frac{\pi}{1} (\sigma_3 + \sigma_4) R \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式 (5) 中: τ_0 、 τ_1 …… τ_4 为右支座断面壳棱 0、1……4 处的剪应力, 正方向如图 1, d 中的 H。右支座断面壳棱处的剪应力求得后, 其它断面壳棱处剪应力可按下式计算:

$$\tau_k(Z) = \tau_k \cos \frac{\pi Z}{1} \quad (6)$$

在跨中断面, $Z = 1/2$ 代入 (6) 式得 $\tau_k(\frac{1}{2}) = 0$; 在左支座断面, $Z = 1$ 代入 (6) 式得 $\tau_k(1) = -\tau_k$ 。

各断面最大剪应力发生在各断面的中性轴 (即纵向正应力为零的轴) 处。

(二) 横向轴力计算公式

壳槽跨中断面壳棱处的横向轴力 N_K (按单位跨长计), 可按相应棱的静力平衡条件推得:

$$\left. \begin{aligned}
 N_{00}' &= T_{01} \\
 N_{01} &= -T_{00}' \\
 N_1 &= 3.7979(T_{12} - T_{10}) \\
 N_2 &= 1.8660(T_{23} - T_{21}) \\
 N_3 &= 1.8660(T_{34} - T_{32}) \\
 N_4 &= -3.73205T_{43}
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(7) 式中: N_{00}' 为 0 号板在 0 点的轴力 (即单位跨长内的横杆轴力); N_{01} 为 1 号板在 0 点的轴力; $N_1, N_2, \dots, N_4$ 分别为壳棱 1、2、……、4 处的平均轴力 (取相邻二板的平均值)。轴力以拉为正。 T_{ik} 为具有 ik 棱的板在 i 棱处的横向力, 正方向如图 1, d 示, 其值按 (8) 式计算:

$$\left. \begin{aligned}
 T_{00}' &= G_0 \\
 T_{01} &= \frac{M_1 - M_0}{AR} + \frac{1}{6} \gamma_{\text{水}} A^2 R^2 \\
 T_{10} &= \frac{M_1 - M_0}{AR} - \frac{1}{3} \gamma_{\text{水}} A^2 R^2 \\
 T_{11} &= 1.93185 \left(\frac{M_2 - M_1}{R} \right) + 0.066987 \gamma_{\text{自}} R t + (0.043137 + 0.25882A) \gamma_{\text{水}} R^2 \\
 T_{21} &= 1.93185 \left(\frac{M_2 - M_1}{R} \right) - 0.066987 \gamma_{\text{自}} R t - (0.086273 + 0.25882A) \gamma_{\text{水}} R^2 \\
 T_{12} &= 1.93185 \left(\frac{M_3 - M_2}{R} \right) + 0.18301 \gamma_{\text{自}} R t + (0.16099 + 0.25882A) \gamma_{\text{水}} R^2 \\
 T_{22} &= 1.93185 \left(\frac{M_3 - M_2}{R} \right) - 0.18301 \gamma_{\text{自}} R t - (0.19257 + 0.25882A) \gamma_{\text{水}} R^2 \\
 T_{23} &= 1.93185 \left(\frac{M_4 - M_3}{R} \right) + 0.25000 \gamma_{\text{自}} R t + (0.23570 + 0.25882A) \gamma_{\text{水}} R^2 \\
 T_{33} &= 1.93185 \left(\frac{M_4 - M_3}{R} \right) - 0.25000 \gamma_{\text{自}} R t - (0.24726 + 0.25882A) \gamma_{\text{水}} R^2
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

如果只计满槽水引起的轴力, 则按 (8) 式计算 T_{ik} 时, 取 $G_0 = 0, \gamma_{\text{自}} = 0, M_K$ 为满槽水荷载引起的槽向弯矩; 如果只计自重引起的轴力, 则取 $\gamma_{\text{水}} = 0, M_K$ 为自重引起的横向弯矩。

壳槽其它断面壳棱处横轴力仍按 (7) 式计算, 只是在按 (8) 式求 T_{ik} 时, M_K 应代入计算断面壳棱处的横向弯矩, 不再是跨中断面壳棱处的横向弯矩。

计算步骤和算例

按简化空间计算法计算筒支式等厚U型薄壳渡槽的步骤为:

1、按表1所列公式和公式(3)、(4)建立代数法方程式;这是一个以跨中断面各壳棱处的纵向正应力 $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_4$ 和横向弯矩 $M_0, M_1, \dots, M_4$ 为主元的十元一次联立方程组。

2、按高斯消去法求解这个十元一次联立方程组得 σ_k 和 M_k 。

3、按公式(5)、(6)计算各控制断面(一般为左、右两个支座断面)壳棱处的剪应力 $\tau_k(Z)$ 。

4、按公式(7)计算各控制断面壳棱处横向轴力 N_k 。

[算例]已知某渡槽(参看图2)

$$R = 2.3^m \quad t = 0.20^m \quad A = h/R = 0.95/2.30 = 0.41304$$

$$\Delta F_0 = a \cdot c = 0.3 \times 0.325 = 0.0975^m \quad G_0 = 0.2325^T$$

$$\gamma_{\text{水}} = 1 \text{ T/m}^3 \quad T_0 = \frac{b\delta^3}{12e} = \frac{0.15 \times 0.2^3}{12 \times 1.27} = 7.874 \times 10^{-5}^m$$

试按简化空间计算法计算自重加满槽水荷载作用下的内力。

1、建立法方程式

由表1所列公式和公式(3)、(4)分别求出主、付系数和自由项,得代数法方程式(表2)

表2第四象限系数最大数量级为 10^3 ,第一象限系数最小数量级为 10^{-3} ,二者相差 10^6 倍,这给解方程带来很大不便。为解题方便,将主元素 σ_1 缩小100倍,相应的第三象系数则增大100倍。为保持第二象限与第三象系数对称,且第四象限系数不致过大,再将变形方程的系数和自由项皆缩小100倍。最后得代数法方程式如表3。

2、求解表3所示法方程式

表3给出一个具有对称系数矩阵的代数方程组,可用高斯消去法求解。表4就是用高斯消去法求解具有对称系数矩阵方程组的一种比较简明的表格形式。由表4及推得主元素为:

表 2

主元素 方程号	δ_0	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0	自由项
0	-0.015937	-0.0031378	0	0	0	0	0	-3.4161	7.5510	-4.1353	-7.6197
1	-0.0031378	-0.014139	-0.0039324	0	0	0	-1.4110	8.6820	-14.8216	7.5510	6.2063
2	0	-0.0039324	-0.015730	-0.0039324	0	-1.4110	5.2659	-9.1207	8.6820	-3.4161	-1.4870
3	0	0	-0.0039324	-0.015730	-0.0039324	5.2659	-9.1207	5.2659	-1.4110	0	1.8389
4	0	0	0	-0.0039324	-0.0078629	-3.8549	5.2659	-1.4110	0	0	1.0616
4	0	0	-1.4110	5.2659	-3.8549	58.986	29.495	0	0	0	0
3	0	-1.4110	5.2659	-9.1207	5.2659	29.495	117.975	29.495	0	0	0
2	-3.4161	8.6820	-9.1207	5.2659	-1.4110	0	29.495	117.975	29.495	0	0
1	7.5510	-14.8216	8.6820	-1.4110	0	0	0	29.495	106.06	23.534	0
0	-4.1353	7.5510	-3.4161	0	0	0	0	0	23.534	2941.5	0

表 3

主元素 方程号		0.016 ₀	0.016 ₁	0.016 ₂	0.016 ₃	0.016 ₄	M ₄	M ₃	M ₂	M ₁	M ₀	自由项
静力方程	0	-1.5937	-0.31378	0	0	0	0	0	-3.4146	7.5510	-4.1353	-7.6197
	1	-0.31378	-1.4139	-0.39324	0	0	0	-1.4110	8.6820	-14.8216	7.5510	6.2063
	2	0	-0.39324	-1.5730	-0.39324	0	-1.4110	5.2659	-9.1207	8.6820	-3.4161	-1.4870
	3	0	0	-0.39324	-1.5730	-0.39324	5.2659	-9.1207	5.2659	-1.4110	0	1.8389
	4	0	0	0	-0.39324	-0.78629	-3.8549	5.2659	-1.4110	0	0	1.0616
变形方程	4	0	0	-1.4110	5.2659	-3.8549	0.58986	0.29495	0	0	0	0
	3	0	-1.4110	5.2659	-9.1207	5.2659	0.29495	1.17975	0.29495	0	0	0
	2	-3.4161	8.6820	-9.1207	5.2659	-1.4110	0	0.29495	1.17975	0.29495	0	0
	1	7.5510	-14.8210	8.6820	-1.4110	0	0	0	0.29495	1.0606	0.23534	0
	0	-4.1353	7.5510	-3.4161	0	0	0	0	0	0.23534	29.415	0

表 4

0.016_0	0.016_1	0.016_2	0.016_3	0.016_4	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0	自由项	校核
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I (1)-1.5937	-0.31378	0	0	0	0	0	-3.4641	7.5510	-4.1353	-7.6197	-9.5276
2	-1.4139	-0.39324	0	0	0	-1.4110	8.6320	-14.8216	7.5510	6.2063	4.3996
$\alpha I 2 = -0.196888$	0.06178	0	0	0	0	0	0.67259	-1.4867	0.8142	1.5002	1.5621
II Σ	-1.3521	-0.39324	0	0	0	-1.4110	9.3546	-16.3083	8.3652	7.7065	5.9617
3	-1.5730	-0.39324	0	0	-1.4110	5.2656	-9.1201	8.6820	-3.4161	-1.4870	-3.4531
$\alpha I 3 = -0.29084$	0.1144	0	0	0	0	0.4104	-2.7206	4.7430	2.4329	-2.2413	-2.1270
III Σ	-1.4586	-0.39324	0	0	-1.4110	5.6763	-11.8413	13.4250	-5.8490	-3.7283	-5.5801
4	-1.5730	-0.39324	5.2659	-9.1207	5.2659	-1.4110	0	1.8389	-0.1272		
$\alpha I 4 = -0.26960$	0.1060	0	0.3804	-1.5303	3.1924	-3.6194	1.5769	1.0052	1.1112		
IV Σ	-1.4670	-0.39324	5.6463	-10.6510	8.4583	-5.0304	1.5769	2.8441	0.9840		
5	-0.78620	-3.8519	5.2659	-1.1110	0	0	1.0616	0.2754			
$\alpha I 5 = -0.26806$	0.1054	-1.5135	2.8551	-2.2673	1.3484	-0.4227	-0.7624	-0.6570			
V Σ	-0.6809	-5.3684	8.1210	-3.6783	1.3484	-0.4227	0.2992	-0.3818			
6	0.58986	0.29495	0	0	0	0	0	0.88481			
$\alpha I 6 = -0.96737$	1.3650	-5.4911	11.4549	-12.9869	5.6581	3.6066	3.6066				
$\alpha I 6 = 3.84887$	21.7319	-40.9944	32.5549	-16.3614	6.0693	10.9466	10.9469				
$\alpha I 6 = -7.88427$	42.3259	-64.0282	29.0007	-10.6311	3.3327	-2.3590	-2.3590				
VI Σ	66.0127	-110.2188	73.0105	-42.9794	15.0601	12.1942	13.0793				
7	1.17979	0.29495	0	0	0	0	0	1.4747			
$\alpha I 7 = -1.04356$	1.4725	-9.7621	17.0187	-8.7296	-8.7296	-8.0427	-8.0427				
$\alpha I 7 = 3.89161$	22.0899	-46.0817	52.2448	-22.7620	14.5091	-9.0181	-9.0181				
$\alpha I 7 = -7.26040$	77.3305	-61.4106	36.5227	-11.4489	-20.6493	20.3441	20.3441				
$\alpha I 7 = 11.92686$	96.8580	-43.8706	16.0822	-5.0415	3.5685	67.5966	67.5966				
$\alpha I 7 = 1.66966$	-184.0280	121.9027	-71.7610	25.1453	20.3602	-88.3808	-88.3808				
VII Σ	14.9027	-38.9274	50.1074	-22.8367	-19.2719	-16.0259	-16.0259				
8	1.17975	0.29495	0	0	0	0	0	1.4747			
$\alpha I 8 = -2.14350$	7.3224	-16.1856	8.8640	16.3328	16.3336	16.3336					
$\alpha I 8 = 6.91857$	64.7205	-112.8301	57.8752	53.3180	63.0836	63.0836					
$\alpha I 8 = -8.11826$	96.1308	-108.9877	47.4837	30.2673	64.8941	64.8941					
$\alpha I 8 = 5.76571$	48.7681	-29.0038	9.0920	16.3983	45.2546	45.2546					
$\alpha I 8 = -5.40211$	19.8706	-7.2842	2.2835	-1.6163	13.2536	13.2536					
$\alpha I 8 = -1.10601$	-80.7501	47.5355	-16.6566	-13.4869	-63.3581	-63.3581					
$\alpha I 8 = 2.61210$	-101.6824	130.8857	-59.6518	-50.3401	-80.2886	-80.2886					
VIII Σ	55.5597	-95.5756	49.2900	50.8731	60.1472	60.1472					
9	1.0606	0.23534	0	0	0	0	0	1.29594			
$\alpha I 9 = 4.73803$	35.7769	-19.5932	-36.1024	-19.9187	-19.9187						
$\alpha I 9 = 12.06146$	196.7019	-100.8965	-82.9516	2.8538	2.8538						
$\alpha I 9 = 9.20403$	123.5641	-53.8344	-34.3154	35.4143	35.4143						
$\alpha I 9 = -3.42904$	17.2494	5.4073	9.7525	2.0896	2.0896						
$\alpha I 9 = 1.98032$	2.6703	-0.8371	0.5925	2.4257	2.4257						
$\alpha I 9 = 0.65108$	-27.9829	9.8053	7.9394	-10.2382	-10.2382						
$\alpha I 9 = -3.36230$	-168.4763	56.7839	64.7979	-26.8945	-26.8945						
$\alpha I 9 = 1.72023$	-151.4122	84.7903	87.5134	7.8915	7.8915						
IX Σ	16.1518	-8.9537	-12.2787	-5.0806	-5.0806						
10	29.415	0	0	0	0	0	0	29.415			
$\alpha I 10 = -2.59478$	10.7302	19.7714	30.5016	30.5016							
$\alpha I 10 = 6.18682$	51.7540	47.6787	99.4326	99.4326							
$\alpha I 10 = -4.01010$	23.4545	14.9508	38.4053	38.4053							
$\alpha I 10 = 1.07491$	1.6950	3.0572	4.7522	4.7522							
$\alpha I 10 = -0.62080$	0.2624	-0.1857	0.0767	0.0767							
$\alpha I 10 = -0.22814$	-3.4358	-2.7820	-6.2178	-6.2178							
$\alpha I 10 = 1.53239$	-34.9966	-29.5321	-64.5267	-64.5267							
$\alpha I 10 = -0.887154$	-43.7278	-45.1323	-88.8601	-88.8601							
$\alpha I 10 = 0.55435$	-4.9635	-6.8067	-11.7702	-11.7702							
X Σ	30.1894	1.0193	31.2087	31.2087							

$\alpha_{ik} = -\frac{nik}{mi}$

nik—付系数;

mi—主系数;

i—注有罗马字母的水平行号数;

k—重直行号数。

例: $\alpha_{III 4} = -\frac{-0.39324}{-1.4586} = -0.26960$ 。

i—注有罗马字母的水平行号数；

k—重直行号数。

例： $\alpha III 4 = -\frac{0.39324}{-1.4586} = -0.26960$ 。

$$\alpha_{ik} = -\frac{nik}{mi}$$

nik—付系数；

mi—主系数；

$$\begin{aligned}
 M_0 &= -0.0338T^{-m} & \sigma_0 &= -188.35T/m^2 \\
 M_1 &= 0.7415T^{-m} & \sigma_1 &= -67.29T/m^2 \\
 M_2 &= 0.3898T^{-m} & \sigma_2 &= 55.31T/m^2 \\
 M_3 &= -0.2334T^{-m} & \sigma_3 &= 102.45T/m^2 \\
 M_4 &= -0.5151T^{-m} & \sigma_4 &= 110.04T/m^2
 \end{aligned}$$

3、计算支座断面壳棱处剪应力

由公式(5)得右支座断面壳棱处剪应力为:

$$\tau_0 = 0$$

$$\tau_1 = -\frac{3.1416}{9.98} \left(\frac{-188.35 - 67.29}{2} \times 0.41034 \times 2.3 + \frac{-188.35 \times 0.095}{0.2} \right) = 67.13T$$

$$\tau_2 = 67.13 - 0.25882 \times \frac{3.1416}{9.98} (-67.29 + 55.31) \times 2.3 = 69.37T$$

$$\tau_3 = 69.37 - 0.25882 \times \frac{3.1416}{9.98} (55.31 + 102.45) \times 2.3 = 39.81T$$

$$\tau_4 = 39.81 - 0.25882 \times \frac{3.1416}{9.98} (102.45 + 110.04) \times 2.3 = -0.008 \approx 0 \text{ (计算无误)}$$

由公式(6)知,左支座断面剪应力与右支座断面剪应力绝对值相等,符号相反。

4、计算横向轴力

由公式(8)得壳槽跨中断面各壳棱处的横向力为:

$$T_{00}' = G_0 = 0.72325T$$

$$T_{01} = \frac{0.7415 + 0.0338}{0.41304 \times 2.3} + \frac{1}{6} \times 1 \times 0.41304^2 \times 2.3^2 = 0.9665T$$

$$T_{10} = \frac{0.7415 + 0.0338}{0.41304 \times 2.3} - \frac{1}{8} \times 1 \times 0.41304^2 \times 2.3^2 = 0.5153T$$

$$T_{12} = 1.93185 \left(\frac{0.3898 - 0.7415}{2.3} \right) + 0.066987 \times 2.5 \times 2.3 \times 0.2$$

$$+ (0.043137 + 0.25882 \times 0.41304) \times 1 \times 2.3^2 = 0.5753T$$

$$T_{21} = 1.93185 \left(\frac{0.3898 - 0.7415}{2.3} \right) - 0.066987 \times 2.5 \times 2.3 \times 0.2$$

$$- (0.086273 + 0.25882 \times 0.41304) \times 1 \times 2.3^2 = -1.3943T$$

$$T_{23} = 1.93185 \left(\frac{-0.2334 - 0.3898}{2.3} \right) + 0.18301 \times 2.5 \times 2.3 \times 0.2$$

$$+ (0.16099 + 0.25882 \times 0.41304) \times 1 \times 2.3^2 = 1.1042T$$

$$T_{32} = 1.93185 \left(\frac{-0.2334 - 0.3898}{2.3} \right) - 0.18301 \times 2.5 \times 2.3 \times 0.2$$

$$- (0.19257 + 0.25882 \times 0.41304) \times 1 \times 2.3^2 = -2.3181T$$

$$T_{34} = 1.93185 \left(\frac{-0.5151 + 0.2334}{2.3} \right) + 0.2500 \times 2.5 \times 2.3 \times 0.2$$

$$+ (0.23570 + 0.25882 \times 0.41304) \times 1 \times 2.3^2 = 1.8633^T$$

$$T_{43} = 1.93185 \left(\frac{-0.5151 + 0.2334}{2.3} \right) - 0.2500 \times 2.5 \times 2.3 \times 0.2$$

$$- (0.24726 + 0.25882 \times 0.41304) \times 1 \times 2.3^2 = -2.3976^T$$

由公式(6)得壳槽跨中断面各壳棱处的横向轴力为:

$$N_{00}' = T_{01} = 0.9695^T$$

$$N_{01} = -T_{00}' = -0.72325^T$$

$$N_1 = 3.7979(0.5753 - 0.5153) = 0.2279^T$$

$$N_2 = 1.8660(1.1042 + 1.3943) = 4.6322^T$$

$$N_3 = 1.8660(1.8633 + 2.3181) = 7.8025^T$$

$$N_4 = -3.7205(-2.3976) = 8.9480^T$$

参 考 资 料

- [1]《薄壁空间体系的建筑力学》,B.3.伏拉索夫,1957年。
- [2]《U型薄壳渡槽的空间算法》,西北农学院水利系,1974年。
- [3]《U形渡槽壳体理论算法》,武汉水利电力学院农水系,河南陆浑灌区洛阳地区工程指挥部,1978年。
- [4]《简支式U型槽身壳体理论算法》武汉水利电力学院农水系,1979年。

A simplified method of space analysis for the thin-walled structure of U-shaped aqueduct

Yn Zhiqiu

Department of Hydraulics

Abstract

This method is based on the principle from the book "Structural mechanics of skin space system" by V. Z. Vlasov. For convenience in computation, the thin fold-plate structure is used as alternative to the U-shaped aqueduct. Combining the structural characteristics of simply supported thin fold-plate structure, a number of simplified formulae are presented in this paper. With specific statement in view, the derivations of the formulae are left out, but the assumptions and the basic principle of this method specified in detail.