

# 关于钢筋混凝土双向偏心受压构件强度计算问题的探讨

史文田\*

(西北农学院水利系)

## 提 要

关于钢筋混凝土双向偏心受压构件的强度计算, 现行规范规定的计算公式, 实际上是个复核公式, 必须选择截面后, 才能用规范公式进行复核, 可能还要多次反复试算。本文根据双向偏心受压构件的受力特征, 参考《Notes on ACI 318-77 Building Code》, 进行分析比较, 提出了简化设计公式, 可以直接设计截面, 计算工作量省, 应用简便。

## 一、引 言

在现行设计规范<sup>[1][2]</sup>中, 钢筋混凝土双向偏心受压构件的正截面强度, 当截面具有两个互相垂直的对称轴时(图1), 规定按下式进行计算:

$$KN \leq \frac{N_u}{\frac{N_{ox}}{N_x} + \frac{N_{oy}}{N_y} - 1} \quad (1)$$

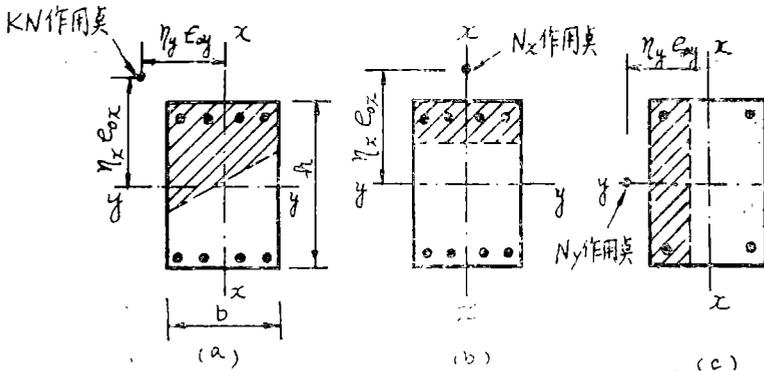


图 1

(a) 实际截面图; (b) 计算  $N_x$  的截面图; (c) 计算  $N_y$  的截面图。

\* 本文承蒙王从兴、饶宏先、李陆翔、周坚等同志提出宝贵的修改意见, 在此表示感谢。

式中  $N_x$  ——轴心受压时截面所能承受的纵向力, 此时, 考虑全部纵向钢筋, 但不考虑纵向弯曲系数  $\varphi$ ;

$N_x$  ——纵向力作用于  $x$  轴, 当考虑增大系数后的偏心距为  $\eta_x e_{0x}$  时截面所能承受的纵向力, 此时, 仅考虑沿平行于  $y$  轴两对边的纵向钢筋;

$N_y$  ——纵向力作用于  $y$  轴, 当考虑增大系数后的偏心距为  $\eta_y e_{0y}$  时截面所能承受的纵向力, 此时, 仅考虑沿平行于  $x$  轴两对边的纵向钢筋;

$N_{x0}$  ——轴心受压时截面所能承受的纵向力, 此时, 所考虑的纵向钢筋同  $N_x$ , 但不考虑纵向弯曲系数  $\varphi$ ;

$N_{y0}$  ——轴心受压时截面所能承受的纵向力, 此时, 所考虑的纵向钢筋同  $N_y$ , 但不考虑纵向弯曲系数  $\varphi$ 。

公式(1)实际是一个强度复核公式, 必须先选定截面和钢筋后, 才能用此式进行计算。

用公式(1)计算存在的问题是: 计算较麻烦, 如果截面和钢筋选择不当, 需反复进行计算, 将更加麻烦; 同时也较难获得恰当的结果。为了克服这些缺点, 本文建议用近似计算公式, 先选择截面和钢筋, 然后再用公式(1)进行复核; 对一般常用的建筑结构, 按本文建议的近似计算公式选择的截面和钢筋, 均可满足规范规定的公式(1), 不必再进行复核。

## 二、建议的近似公式和计算步骤

对于截面具有两个互相垂直对称轴的、对称配筋的双向偏心受压构件, 其正截面强度可按下列步骤进行计算:

1. 如果  $M_x/M_y$  大于  $b/h$ , 可用公式(2)计算  $M_{dx}$ ; 如果  $M_x/M_y$  小于  $b/h$ , 可用公式(3)计算  $M_{dx}$ 。

$$M_{dx} = M_x + \alpha M_y \frac{b}{h} \quad (2)$$

$$M_{dx} = M_x + \alpha M_y \frac{h}{b} \quad (3)$$

式中  $h$  ——与  $x$  轴平行的矩形截面边长;

$b$  ——与  $y$  轴平行的矩形截面边长;

$M_x$  ——由于外荷载产生的作用于  $x$  平面内的弯矩, 即  $M_x = N e_{0x}$ ;

$M_y$  ——由于外荷载产生的作用于  $y$  平面内的弯矩, 即  $M_y = N e_{0y}$ ;

$M_{dx}$  ——与双向弯矩 ( $M_x$ 、 $M_y$ ) 等效的作用于  $x$  平面内的单向弯矩, 简称等效

的单向弯矩, 此时,  $e_{0y} = 0$ ,  $e_{0x} = \frac{M_{dx}}{N}$ ;

$M_{dy}$  ——与双向弯矩 ( $M_x$ 、 $M_y$ ) 等效的作用于  $y$  平面内的单向弯矩, 此时,

$$e_{0x} = 0, \quad e_{0y} = \frac{M_{dy}}{N};$$

$\alpha$ ——计算系数，建议取  $\alpha = 0.587$ 。

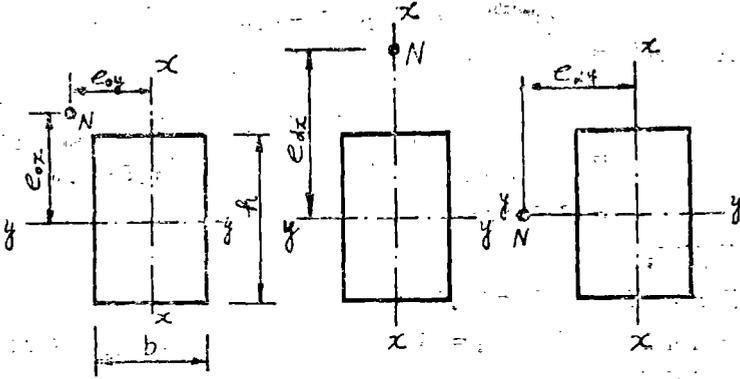


图 2

2. 根据外荷载产生的轴向力  $N$  和等效的单向弯矩  $M_{ax}$  或  $M_{ay}$ ，按单向偏心受压构件计算配筋，并按本文第三节的建议布置钢筋。

3. 按公式 (1) 进行强度复核，一般情况下若符合本文第三节对钢筋布置的要求这一步也可不进行。

〔例题 1〕 已知矩形截面双向偏心受压柱，由外荷载产生的内力为：

$N = 41.34'$ ， $M_x = 19.2'$ ， $M_y = 7.42'$ ，柱的计算长度  $l_0 = 3.71'$ ，采用 I 级钢筋，200 号混凝土， $K = 1.55$ 。试设计该柱截面并配筋。

〔解〕

1. 假定拟采用方形截面柱，则

$$\frac{M_y}{M_x} = \frac{7.42}{19.2} < \frac{b}{h} = 1$$

故由公式 (3) 可算得等量的单向弯矩：

$$\begin{aligned} M_{ax} &= M_x + \alpha M_y \frac{h}{b} \\ &= 19.2 + 0.587 \times 7.42 \times 1 \\ &= 23.558' \end{aligned}$$

2. 根据  $N = 41.34'$ ， $M_{ax} = 23.558'$  按单向偏心受压设计截面：

初选截面尺寸  $b \times h = 50 \times 50'$ ，因为  $\frac{l_0}{h} = 3.71/0.5 < 8$  故不考虑纵向弯曲，即

$\eta = 1$ ，取  $a = 3.5' = a'$ 。

$$e_{ax} = \frac{M_{ax}}{N} = \frac{23.558}{41.34} = 0.57' > 0.3 h_0 = 0.14'$$

故可按大偏心受压计算钢筋面积：

$$e = e_{0x} + \frac{h}{2} - a = 57 + \frac{50}{2} - 3.5 = 78.5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A_s = A'_s &= \frac{KN}{R_s} \times \frac{e - h_0 \left( 1 - 0.5 \frac{KN}{bh_0 R_w} \right)}{h_0 - a'} \\ &= \frac{1.55 \times 41340}{3400} \times \frac{78.5 - 46.5 \left( 1 - \frac{0.5 \times 1.55 \times 41340}{50 \times 46.5 \times 140} \right)}{46.5 - 3.5} \\ &= 16.02 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

全截面所需钢筋面积:

$$\Sigma A_s = 2 \times 16.02 = 32.04 \text{ cm}^2$$

选 4  $\Phi 22 + 4 \Phi 24$ , 实配  $\Sigma A_s = 15.2 + 18.08 = 33.28 \text{ cm}^2$ , 将 4  $\Phi 24$  布置在四角, 4  $\Phi 22$  布置在四边中点处, 如图 3 所示。

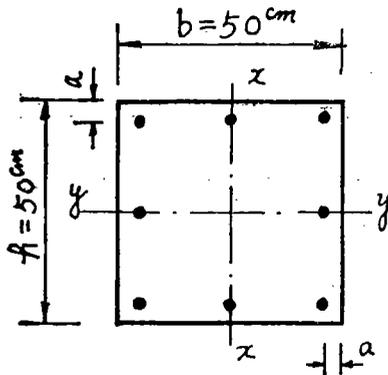


图 3

### 3. 按公式(1)进行强度复核

#### ① 算 $N_c$ .

$$\begin{aligned} N_c &= R_w b h + \Sigma A_s R_s \\ &= 110 \times 50 \times 50 + 33.28 \times 3400 \\ &= 388000 \text{ kg} \end{aligned}$$

#### ② 算 $N_x$ 和 $N_{0x}$ .

$$e_{0x} = \frac{M_x}{N} = \frac{1920000}{41340} = 46.44 \text{ cm}$$

$$e = e_{0x} + \frac{h}{2} - a = 46.44 + \frac{50}{2} - 3.5 = 67.94 \text{ cm}$$

$$e' = e_{0x} - \frac{h}{2} + a' = 46.44 - \frac{50}{2} + 3.5 = 24.94 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 x &= (h_0 - e) + \sqrt{(h_0 - e)^2 + \frac{2(A_s R_s e - A_s' R_s' e')}{b R_w}} \\
 &= (46.5 - 67.94) + \sqrt{(46.5 - 67.94)^2 + \frac{2 \times 12.841 \times 3400 (67.94 - 24.94)}{50 \times 140}} \\
 &= 10.12^{\text{cm}} < 0.55h_0 = 0.55 \times 46.5 = 25.575^{\text{cm}}
 \end{aligned}$$

故应按大偏心受压计算：

$$\begin{aligned}
 N_x &= \frac{R_w b x (h_0 - \frac{x}{2}) + A_s' R_s' (h_0 - a')}{e} \\
 &= \frac{140 \times 50 \times 10.12 (46.5 - \frac{10.12}{2}) + 12.841 \times 3400 (46.5 - 3.5)}{67.94} \\
 &= 70841 \text{ kg} \\
 N_{0x} &= 110 \times 50 \times 50 + 25.684 \times 3400 = 362319 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

③ 算  $N_y$  和  $N_{0y}$

$$\begin{aligned}
 e_{0y} &= \frac{M_y}{N} = \frac{742000}{41340} = 17.95^{\text{cm}} \\
 e &= e_{0y} + \frac{h}{2} - a = 17.95 + \frac{50}{2} - 3.5 = 39.45^{\text{cm}} \\
 e' &= \frac{h}{2} - e_{0y} - a' = 25 - 17.95 - 3.5 = 3.55^{\text{cm}} \\
 x &= (h_0 - e) + \sqrt{(h_0 - e)^2 + \frac{2(A_s R_s e + A_s' R_s' e')}{b R_w}} \\
 &= (46.5 - 39.45) + \sqrt{(46.5 - 39.45)^2 + \frac{2 \times 12.841 \times 3400 (39.45 + 3.55)}{50 \times 140}} \\
 &= 31.26^{\text{cm}} > 0.55h_0 = 25.575^{\text{cm}}
 \end{aligned}$$

故应按小偏心受压计算：

$$\begin{aligned}
 N_y &= \frac{0.5b h_0^2 R_s + A_s' R_s' (h_0 - a')}{e} \\
 &= \frac{0.5 \times 50 \times 46.5^2 \times 110 + 12.841 \times 3400 (46.5 - 3.5)}{39.45} \\
 &= 265673 \text{ kg} \\
 N_{0y} &= N_{0x} = 362319 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

④ 算  $N$ 

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{N_0}{K \left( \frac{N_{0,x}}{N_x} + \frac{N_{0,y}}{N_y} - 1 \right)} \\
 &= \frac{388000}{1.55 \left( \frac{362319}{70841} + \frac{362319}{265673} - 1 \right)} = 45847 \text{ kg} \\
 &= 45.85' > 41.34', \quad \text{满足要求}
 \end{aligned}$$

从这个例题可以说明：(1)按本文的近似设计公式与现行规范规定的强度复核公式所得结果基本上是一致的。不仅对本例的方形截面柱如此，根据对试验资料 and 实际设计资料的几十个实例的对比计算，表明这个结论对矩形截面柱也均基本一致（参阅表1及表2）。(2)先按建议的近似设计公式选配钢筋然后再按规范规定的公式复核，这样可以避免因钢筋选配不当而需进行的反复计算；若第三步强度复核计算不进行，则计算工作可以减少的更多。(3)若按建议的近似设计公式算出钢筋面积后，按下节所建议要求布置钢筋，则可不必要再按规范规定的公式进行强度复核。

## 三、对钢筋布置的要求

用本文建议的近似公式算出之钢筋面积  $\Sigma A_g$ ，为全截面所需。钢筋布置不同则截面的承载能力也将不同。因为双向偏心受压构件的承载能力是由混凝土和钢筋两部分组成，而起主要作用的是混凝土，钢筋的作用相对较小。因此，钢筋在两个方向的布置，应当考虑在两个方向上，截面的有效高度和实际高度的相对关系以及两向弯矩的不同而有所区别，按两向弯矩的比例分配稍作调正。

根据对实际设计资料的计算分析，建议以下几点：

1. 若钢筋直径不等应将大直径钢筋布置在四角（如例题1）。
2. 若两向弯矩相差不大（例如  $\frac{M_x}{M_y} < 5$ ），可沿两个方向布置相同数量的钢筋（如例题1）。
3. 若两向弯矩相差较大（例如  $5 < \frac{M_x}{M_y} < 10$ ），宜在垂直于大弯矩方向适当多布置些钢筋，另一方向适当少布置些钢筋。例如，共需要10根钢筋，则可按一边4根，另一边3根布置；如需要6根钢筋，则可按一边3根另一边2根布置等（如例题2）。
4. 若两向弯矩相差很大（例如  $\frac{M_x}{M_y} > 10$ ），为了保证单向偏心受压承载能力，宜将计算所需钢筋均布置在垂直于大弯矩作用方向，另一方向则应满足构造要求。

〔例题2〕 已知矩形截面偏心受压柱， $b=40\text{cm}$ ， $h=60\text{cm}$ ， $a=a'=3.5\text{cm}$ ， $N=77.8'$ ， $e_{0x}=30\text{cm}$ ， $e_{0y}=4\text{cm}$ ， $\eta_x=\eta_y=1$ ， $K=1.55$ ，采用Ⅰ级钢筋，200号混凝土，试求纵向钢筋面积并布置钢筋。

〔解〕

1. 按本文建议的近似公式计算：

$$M_x = N e_{ox} = 2334000 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$M_y = N e_{oy} = 311200 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$\therefore \frac{M_y}{M_x} = \frac{4}{30} < \frac{b}{h} = \frac{40}{60}$$

$$\begin{aligned} \therefore N_{dx} &= M_x + 0.587 M_y \frac{h}{b} \\ &= 2608000 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 26.08 \end{aligned}$$

$$e_{dx} = \frac{M_{dx}}{N} = \frac{26.08}{77.8} = 0.335 \text{ m} > 0.3 h_0 = 0.17 \text{ m}$$

可按大偏心受压计算：

$$e = e_{dx} + \frac{h}{2} - a = 33.5 + 30 - 3.5 = 60 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A_g = A_g' &= \frac{1.55 \times 77800}{3400} \times \frac{60 - 56.5 \left( 1 - 0.5 \frac{1.55 \times 77800}{40 \times 56.5 \times 140} \right)}{56.5 - 3.5} \\ &= 9.53 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\Sigma A_g = 2 \times 9.53 = 19.06 \text{ cm}^2$$

选 10  $\Phi$  16  $\Sigma A_g = 20.11 \text{ cm}^2$

因为  $\frac{M_x}{M_y} = \frac{30}{4} = 7.5 > \frac{5}{10}$ ，即两向弯矩相差较大，故宜在垂直于大弯矩 ( $M_x$ )

方向适当多布置些钢筋，今布置如图 4 所示。

2. 按规范规定公式 (1) 复核：

$$\textcircled{1} N_0 = 110 \times 40 \times 60 + 20.11 \times 3400 = 332374 \text{ kg}$$

$$\textcircled{2} e_{ox} = 30 \text{ cm}$$

$$e = 30 + \frac{60}{2} - 3.5 = 56.5 \text{ cm}$$

$$e' = 30 - \frac{60}{2} + 3.5 = 3.5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} X &= (56.5 - 56.5) + \sqrt{(56.5 - 56.5)^2 + \frac{2 \times 8.04 \times 3400 (56.5 - 3.5)}{40 \times 140}} \\ &= 22.8 \text{ cm} < 0.55 h_0 = 31 \text{ cm} \end{aligned}$$

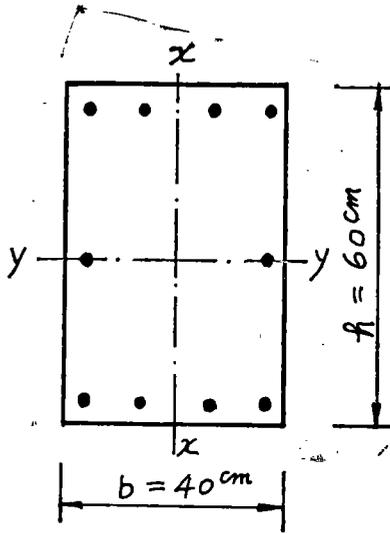


图 4

应按大偏心受压计算

$$N_x = \frac{140 \times 40 \times 22.8 \left( 56.5 - \frac{22.8}{2} \right) + 8.04 \times 3400 (56.5 - 3.5)}{56.5}$$

$$= 127560 \text{ kg}$$

$$N_{0x} = 110 \times 40 \times 60 + 2 \times 8.04 \times 3400 = 318672 \text{ kg}$$

$$\textcircled{3} \quad e_{0y} = 4 \text{ cm}$$

$$e = 4 + \frac{40}{2} - 3.5 = 20.5 \text{ cm}$$

$$e' = \frac{40}{2} - 4 - 3.5 = 12.5 \text{ cm}$$

$$X = (26.5 - 20.5) + \sqrt{(26.5 - 20.5)^2 + \frac{2 \times 6.03 \times 3400 (20.5 + 12.5)}{60 \times 140}}$$

$$= 20 \text{ cm} < 0.55 h_0 = 20.1 \text{ cm}$$

应按大偏心受压计算

$$N_y = \frac{140 \times 60 \times 20 \left( 36.5 - \frac{20}{2} \right) + 6.03 \times 3400 (36.5 - 3.5)}{20.5}$$

$$= 250174 \text{ kg}$$

$$N_{0y} = 110 \times 60 \times 60 + 2 \times 6.03 \times 3400 = 305004 \text{ kg}$$

## ④ 算N

$$N = \frac{332374}{1.55 \left( \frac{318672}{127560} + \frac{305004}{250174} - 1 \right)}$$

$$= 79004 \text{ kg} = 79' > 77.8' \quad \text{满足要求}$$

## 四、近似公式与试验数据的比较

在表1和表2中，我们把根据试验荷载按本文建议的近似设计公式算得的钢筋面积，与原来试件的配筋面积进行了比较。

从比较结果可以看出：用本文建议的近似设计公式计算所需配筋面积，与25个试验数据比较，平均比值为1.07；当两个方向均为小偏心受压时，比值平均为1.15；当两个或一个方向为大偏心受压时，比值平均为1.01；而且均在偏于安全方面。

## 五、近似公式之理论依据

配置对称钢筋之矩形截面偏心受压构件的基本公式如下<sup>[3]</sup>：

大偏心受压构件

$$x = \frac{K N}{b R_w} \quad (4)$$

$$A_g = A_s' = \frac{K N}{R_g} \times \frac{e - h_0 \left( 1 - 0.5 \frac{K N}{b h_0 R_w} \right)}{h_0 - a'} \quad (5)$$

小偏心受压构件

$$A_s = A_s' = \frac{K N e - 0.5 b h_0^2 R_s}{R_s' (h_0 - a')} \quad (6)$$

上述基本公式(4)，(5)可以改写如下：

$$x = \frac{N_p}{b R_w} \quad (7)$$

$$A_s = A_s' = \frac{N_p}{R_s} \times \frac{e - h_0 \left( 1 - 0.5 \frac{N_p}{b h_0 R_w} \right)}{h_0 - a'} \quad (8)$$

将  $e = e_0 + \frac{h}{2} - a$  代入式(8)可得：

$$M_p = N_p e_0 = -\frac{N_p^2}{2 b R_w} + N_p \frac{h}{2} + A_s R_s (h_0 - a') \quad (9)$$

由式(9)可知，在大偏心受压范围内，对于某一给定的截面和配筋极限弯矩与极限纵向压力之间具有二次函数关系，故可作出  $M_p$  与  $N_p$  的关系曲线如图5中的  $\widehat{ab}$  段。

表 1

双向偏心受压构件配筋计算值与试验值比较表  
(当两个方向均为小偏心受压时)

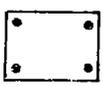
试验者	截面	原编号	b × h (cm)	R (kg/cm <sup>2</sup> )	σ <sub>s</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	e <sub>x</sub> (cm)	e <sub>y</sub> (cm)	a (cm)	试验荷载 N <sub>t</sub> (t)	原配筋 ΣAg (cm <sup>2</sup> )	计算配筋 [ΣAg] (cm <sup>2</sup> )	比较 [ΣAg] / ΣAg
浙 江 大 学		7	15 × 21	134	2910	3	1.5	1.5	31.0	4.52	5.40	1.19
		8	15 × 21	124	3440	11	2	1.5	19.0	5.09	4.84	0.95
		13	15 × 21	124	3440	11	2	1.5	21.0	5.09	5.76	1.13
		14	15 × 21	124	3440	3	1.5	1.5	35.1	5.09	6.90	1.37
		16	15 × 21	124	3440	3	1.5	1.5	32.7	5.09	6.00	1.18
		17	15 × 21	124	3440	3	1.5	1.5	36.6	5.09	7.60	1.49
		18	15 × 21	211	3000	4	2.5	1.5	38.8	5.03	6.08	1.21
		25	15 × 21	211	3000	4	2.5	1.5	39.8	5.03	6.62	1.31
		26	15 × 21	166	3250	11	2	1.5	28.6	9.04	8.24	0.91
		30	15 × 21	166	3250	11	2	1.5	25.6	9.04	7.20	0.80
			31									
	平 均											
												1.15

表 2 双向偏心受压构件配筋计算值与试验值比较表

(当一个或两个方向为大偏心受压时)

试验者	截面	原编号	b × h (cm)	R (kg/cm <sup>2</sup> )	σ <sub>s</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	e <sub>ox</sub> (cm)	e <sub>oy</sub> (cm)	a (cm)	试验荷载 N <sub>t</sub> (t)	原配筋 ΣAg (cm <sup>2</sup> )	计算配筋 [ΣAg] (cm <sup>2</sup> )	比较 [ΣAg] / ΣAg
浙		1							9.1		5.30	1.17
		2	15 × 21	134	2910	15	10	1.5	9.0	4.52	5.24	1.16
		3							7.7		4.34	0.96
江		10	15 × 21	124	3440	14	9	1.5	10.85	5.09	4.96	0.98
		11							10.86		5.01	0.99
		12	15 × 21	124	3440	15	10	1.5	9.14	5.09	4.60	0.91
大		19							10.8		5.14	1.02
		20	15 × 21	211	3000	14	9	1.5	10.7	5.03	5.10	1.01
		21							10.5		5.00	0.99
学		22							19.6		5.46	1.09
		23	15 × 21	211	3000	12	3	1.5	18.4	5.03	5.00	0.99
		24							18.2		4.96	0.98
		28	15 × 21	166	3250	14	9	1.5	17.15	9.04	8.70	0.96
		29						16.25		8.20	0.91	
										平均	1.01	

同样, 可将基本公式(6)改写为:

$$A_s = A_s' = \frac{N_p e - 0.5 b h_0^2 R_s}{R_s' (h_0 - a')} \quad (10)$$

将  $e = c_0 + \frac{h}{2} - a$  及  $M_p = N_p e$ . 代入式(10)可得:

$$M_p = -N_p \left( \frac{h}{2} - a \right) + 0.5 b h_0^2 R_s + A_s R_s' (h_0 - a') \quad (11)$$

由式(11)可知, 在小偏心受压范围内, 极限弯矩  $M_p$  与极限纵向压力  $N_p$  之间具有直线关系, 故可作出  $M_p$  与  $N_p$  的关系如图5中的  $bc$  段。

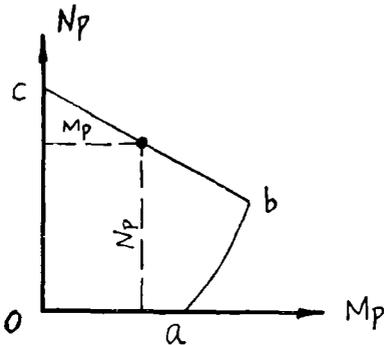


图 5

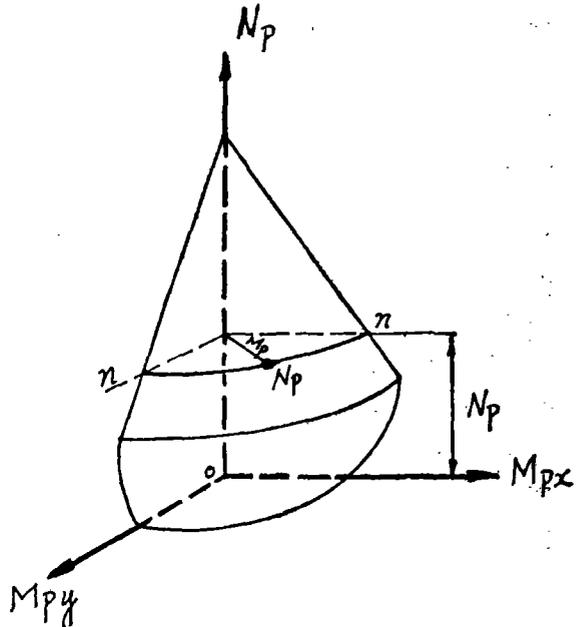


图 6

曲线  $abc$  上的任一点, 即表示构件截面能承受的一组极限内力 ( $M_p$ 、 $N_p$ ), 当外荷载产生的内力 ( $M$ 、 $N$ ) 坐标位于曲线  $abc$  的外侧时, 就表示构件的承载能力不满足。曲线  $abc$  称为破裂线。

根据与单向偏心受压同样的道理, 当双向偏心受压时, 极限纵向压力  $N_p$  与双向极限弯矩  $M_{px}$  和  $M_{py}$  之间的关系, 可作出如图6所示的曲面关系, 当外荷载产生的内力 ( $M_x$ 、 $M_y$ 、 $N$ ) 坐标位于曲面  $S$  的外侧时, 就表示构件的承载能力不满足。曲面  $S$  称为破裂面。

现在我们按实际的极限纵向压力  $N_p$  从图6中切出一个平面  $n-n$ , 绘出如图7所示。

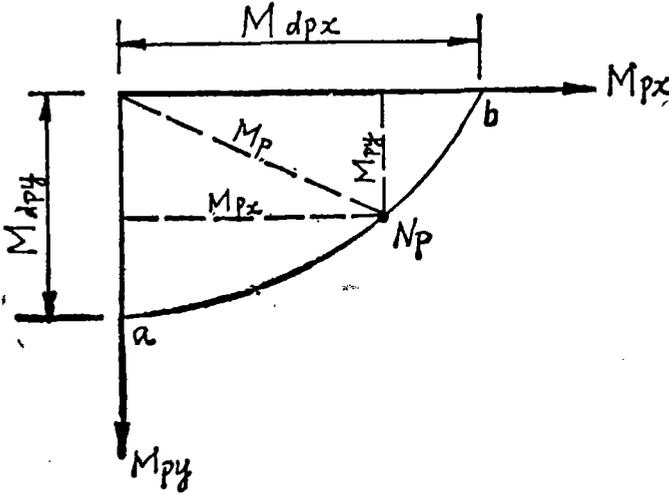


图 7

图 7 中的曲线  $\widehat{ab}$  称为荷载等高线，在曲线  $\widehat{ab}$  上每一点的极限纵向压力  $N_p$  均相同，只是两向的偏心距不同而已。例如，在  $a$  点截面的极限承载能力是单向的  $(N_p, M_{dpy})$ ，在  $b$  点截面的极限承载能力是单向的  $(N_p, M_{dpx})$ ，在  $ab$  之间曲线上任一点截面的极限承载能力是斜向的  $(N_p, M_P)$  或双向的  $(N_p, M_{Px}, M_{Py})$  等；就是说，在曲线  $ab$  上，虽然每个点的两向极限弯矩不同，但当极限纵向力  $N_p$  不变时其极限弯矩是等效的。

兹将图 7 重新绘出如图 8。我们可在图 8 荷载等高线上寻找一个  $n$  点，在  $n$  点其两个方向的弯矩比值与相应坐标轴上的单向弯矩比值相等，即：

$$\frac{M_{Px}}{M_{Py}} = \frac{M_{dpx}}{M_{dpy}} \quad (12)$$

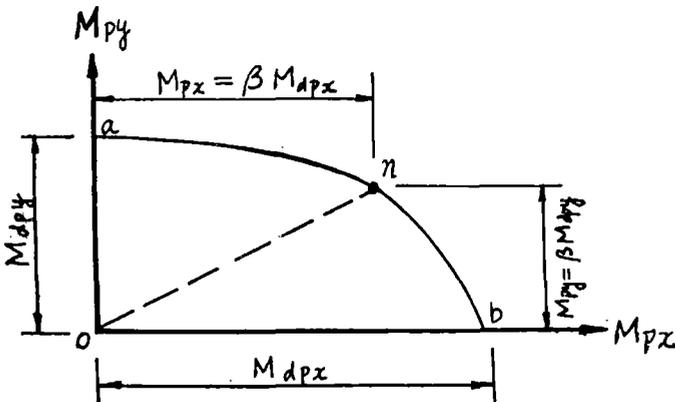


图 8

把图8改画成以无量纲表示的图9, 因为  $\beta = \frac{M_{px}}{M_{dpx}} = \frac{M_{py}}{M_{dpy}}$ , 所以在图9中n点在两个方向有相同的座标  $\beta$ 。

在图9中, 我们近似用两条直线  $\overline{an}$  和  $\overline{nb}$  代替圆弧曲线  $\widehat{ab}$ , 这两条直线的方程式可以分别表示为:

当  $\frac{M_{py}}{M_{px}} > \frac{M_{dpy}}{M_{dpx}}$  时, 直线  $\overline{an}$  的方程式是:

$$\frac{M_{py}}{M_{dpy}} + \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) \frac{M_{px}}{M_{dpx}} = 1 \quad (13)$$

式(13)可以改写为:

$$M_{py} + \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) M_{px} \frac{M_{dpy}}{M_{dpx}} = M_{dpy} \quad (14)$$

对于钢筋沿每边相等分布的矩形截面, 式(14)可以近似写成:

$$M_{dpy} \approx M_{py} + \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) M_{px} \frac{b}{h} \quad (15)$$

用一般弯矩符号代换极限弯矩符号并以  $\alpha$  代替  $\left( \frac{1-\beta}{\beta} \right)$ , 式(15)可写成:

当  $\frac{M_y}{M_x} > \frac{b}{h}$  时,

$$M_{dy} = M_y + \alpha M_x \frac{b}{h} \quad (16)$$

同样地, 当  $\frac{M_{py}}{M_{px}} < \frac{M_{dpy}}{M_{dpx}}$  时直线  $\overline{nb}$  的方程式是:

$$\frac{M_{px}}{M_{dpx}} + \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) \frac{M_{py}}{M_{dpy}} = 1 \quad (17)$$

$$M_{px} + \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) M_{py} \frac{M_{dpx}}{M_{dpy}} = M_{dpx} \quad (18)$$

$$M_{dpx} = M_{px} + \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) M_{py} \frac{h}{b} \quad (19)$$

用一般符号代换极限弯矩符号并以  $\alpha$  代替  $\left( \frac{1-\beta}{\beta} \right)$ , 式(19)可写成:

当  $\frac{M_y}{M_x} < \frac{b}{h}$  时

$$M_{dx} = M_x + \alpha M_y \frac{h}{b} \quad (20)$$

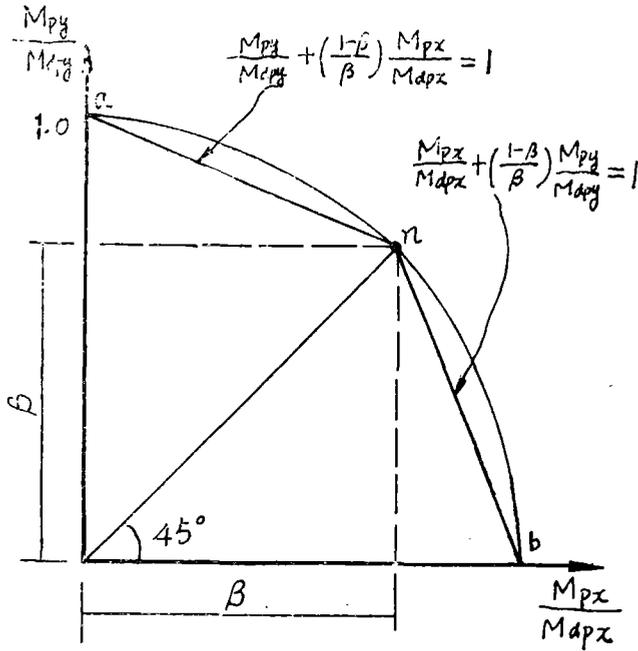


图 9

公式(16)和(20)就是本文所建议的近似设计公式(2)和(3),通过对实际设计资料以及对试验资料的对比计算,建议取系数 $\alpha = 0.587$ 。

## 六、结 语

按照本文建议的矩形截面双向偏心受压构件的近似设计公式来代替现行钢筋混凝土结构设计规范的强度复核公式,可以直接确定截面尺寸和钢筋用量,使计算工作量可以大大节省;如果将建议的公式编入多层框架电算程序中,则可直接得出配筋结果,而不需按电算给出成果后,还要再进行双向偏心受压的核算。

## 参 考 文 献

- [1] 《钢筋混凝土结构设计规范 T J 10—74(试行)》,中国工业出版社,1974年
- [2] 《水工钢筋混凝土结构设计规范 S D J 20—78(试行)》,水利电力出版社,1979年
- [3] 华东水利学院、大连工学院、西北农学院、清华大学合编《水工钢筋混凝土结构学》,水利电力出版社,1979年
- [4] 《Notes on ACI 318—77 Building Code Requirements for Reinforced

Concrete With Design Applications》, PORTLAND CEMENT ASSOCIATION, 1977 年

〔5〕 《钢筋混凝土结构研究报告选集》, 第五设计院 鲍质孙 “钢筋混凝土双向偏心受压构件的强度计算”, 中国建筑工业出版社, 1977 年

〔6〕 R. PARK and T. PAULAY 《Reinforced Concrete Structures》, 1975 年

## Discussion About the strength of Eccentrically Loaded R. C. Columns with Biaxial Bending

Shi Wen Tian

( Department of hydraulic engineering )

### Abstract

In Current Specifications, the methods given to determine the ultimate Strength of eccentrically loaded R. C. Columns are in effect only the formulae for checking up, and the calculations may be repeated. In this paper, a simplified calculating method based on the character of collapse of the columns and referred to 《Notes on ACI 318-77 Building code》 is given, with which the required reinforcements and section of the column will be directly calculated and speedily arrived at the final result.