

用光弹性实验法测定应力强度因子 K_I

西北农学院西安水利实验站 黄松梅 杨志山

提 要

本文用求出平均应力 $\bar{\sigma}$ 的光弹性实验方法对测定应力强度因子 K_I 进行了实验研究。实验研究指出在用平均应力法时,应除去受缝端根部半径影响及可能产生塑性区的那一段范围内的应力。在此基础上改进了用平均应力法测定 K_I 的计算公式。用冻结切片逐渐磨薄片的方法可方便地求出平均应力。用紧凑拉伸试件进行了求 K_I 的实验,实验结果和用边界配置法的计算结果是一致的。

在线弹性断裂力学中,需要确定描述裂缝尖端附近力场的参数——应力强度因子 K_I 。对于缝端应力没有现成理论解答的任意构件,则需用边界配置法、有限单元法及实验方法来测定应力强度因子 K_I 。光弹性实验方法是测定应力强度因子方法之一,本文对张开型的应力强度因子 K_I 的测定进行了实验研究。

一、理论及分析

如图 1 对平面问题裂缝尖端附近的弹性应力场可用下列各式表示:

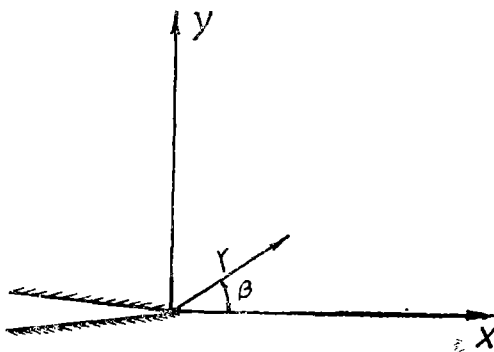


图 1

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \sigma_0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \dots\dots\dots (3)$$

上列各式中 K_I 是应力强度因子,它是描述裂缝尖端附近弹性应力场的一个参数, σ_0 和远场应力有关。

用光弹性实验法测定应力强度因子有下面几种方法。^{〔1〕〔2〕}

1、按主应力差法测定 K_I

任一点的主应力差

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \dots\dots\dots (4)$$

在(1), (2), (3)式中令 $\theta = 90^\circ$ 代入(4)式得

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 = \left(\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} + \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{2} \sigma_0^2 \dots\dots\dots (5)$$

2、按求出 σ_y 的方法测定 K_I

在(2)式中当 $\theta = 0$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \dots\dots\dots (6)$$

在求得缝端附近的应力后,可得出 σ_y 和 $r^{-\frac{1}{2}}$ 的关系曲线,斜率为 $\frac{K_I}{\sqrt{2\pi}}$

3、用求出平均应力 $\overline{\sigma_y}$ 的方法测定 K_I

$$\text{令 } \overline{\sigma_y} = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^\varepsilon \sigma_y dr \dots\dots\dots (7)$$

ε 为从缝端算起的微小距离。

当 $\theta = 0$,对(7)式进行积分后得

$$\overline{\sigma_y} = K_I \sqrt{\frac{2}{\pi r}} \dots\dots\dots (8)$$

$$\therefore K_I = \sqrt{\frac{\pi r}{2}} \overline{\sigma_y} \dots\dots\dots (9)$$

上式中 r 为距裂缝尖端的距离, $\overline{\sigma_y}$ 为裂缝尖端到 r 范围内的平均应力。求得平均应力 $\overline{\sigma_y}$ 后即可求出 K_I

4、用求出缝端根部为某一有限半径 R_0 时缝端最大应力的方法

$$K_I = \lim_{R_0 \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\pi R_0} \right) \sigma_{y \max} \dots\dots\dots (10)$$

上述诸法中方法(1)对工程中的许多构件,在求 K_I 时应考虑 σ_0 ,有些问题如不考虑 σ_0 会产生较大误差,有时甚至会得到错误的结果^{〔2〕},这样当 σ_0 为未知时,用这一方法求得不方便,且易引起误差。

方法(2)及方法(3)都要求出应力 σ_y ，在平面光弹性实验中用一般方法准确求出缝端附近的应力 σ_y 是比较困难的。我们认为在这种情况下对平面应力问题，采取冻结切片法分离应力是适宜的，如图2从缝端取一切片，光线由x方向入射，由于在平面应力问题中 $\sigma_z = 0$ ，故可求得

$$\sigma_y = n_x \frac{f}{t} \dots\dots\dots (11)$$

上式中 n_x 是条纹级数， f 是材料条纹值， t 是切片厚度。

用逐渐磨薄切片的方法，可以求得缝端附近各段范围内的平均应力 $\overline{\sigma_y}$ 。采用这一方法可以比较准确的求得平均应力 σ_y 。因此用平均应力法来测定应力强度因子 K_I 是一个可行的方法。

但应指出公式(1)~(3)及(9)都是假定缝端根部半径 $R_a = 0$ 推导出来的，而实际加工出来的模型缝端根部 R_a 总是为一有限的数值。此外靠近缝端其应力很大，可能产生塑性区。有人研究^[1]在离缝端 $1 \sim 4 R_a$ 倍的范围内，公式(1)~(3)是不适用的，从而根据公式(2)推导出来的公式(9)也不适用。这是因为在求平均应力 $\overline{\sigma_y}$ 时其积分限为 $0 \sim r$ 。即包含了交缝端根部半径影响那一段范围内的应力，所以用公式(9)求 K_I 有一定误差。因此我们对公式(9)作了一些改进，而用 r_1 到 r_2 范围内的平均应力 $\overline{\sigma_y}$ 来求 K_I ，现推导如下

$$\overline{\sigma_y} = \frac{1}{r_2 - r_1} \int_{r_1}^{r_2} \sigma_y dr \dots\dots\dots (12)$$

当 $\theta = 0$ 时，将(2)式代入上式，积分整理后得

$$K_I = \sqrt{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{r_2} + \sqrt{r_1}) \overline{\sigma_y} \dots\dots\dots (13)$$

上式中当 $r_1 = 0$ 时，即得公式(9)

$$K_I = \sqrt{\frac{\pi r_2}{2}} \overline{\sigma_y}$$

还应注意，当到缝端的距离 r_2 超过某一数值后，公式(1)~(3)已不适用，从而(13)亦不适用。

二、实验结果

用紧凑拉伸试件进行了求应力强度因子 K_I 的实验，紧凑拉伸试件是测试断裂韧性试验的标准试件之一，已有计算结果。^[3]

试件尺寸如图3所示，模型厚度为4.1mm，裂缝由人工制作，其根部 $R_a < 0.06\text{mm}$ 。

用冻结法加荷后，所得等差线如图4所示。用逐渐磨薄切片的方法，可求得相应的平均应力 $\overline{\sigma_y}$ 。按公式(13)求应力强度因子 K_I 。采用 $r_1 = 0.3\text{mm}$ ，即相当于除去离缝端为

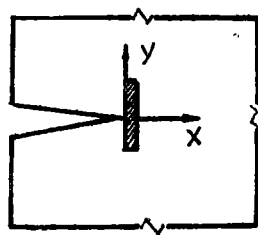


图 2

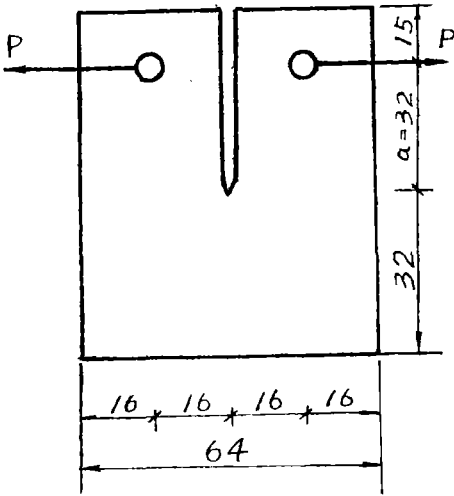


图 4

图 3 模型尺寸图
(单位 MM)

5 倍根部半径范围内缝端应力来求平均应力及 K_I 。所得应力强度因子 K_I 如表 1 所示。为了比较亦列出了用公式 (9) 计算的应力强度 K_I 。如前所述公式 (9) 包括缝端附近容易引起误差的那一部分应力。

表 1、实验测定的 K_I 值 $\text{Kg} - \text{cm}^{-\frac{3}{2}}$

$r_2 \text{ mm}$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.4	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0
用公式 (13) 计算 $r_1 = 0.3 \text{ mm}$		1.35	1.44	1.38	1.41	1.48	1.38	1.48	1.44	1.48	1.51	1.6
用公式 (9) 计算 即 $r_1 = 0$	0.99	1.03	1.12	1.14	1.19	1.24	1.21	1.31	1.31	1.32	1.34	1.44

根据试件尺寸及相应的荷载, 按已有的边界配置法成果所得计算值是

$$K_I = 1.435 \text{ Kg} - \text{cm}^{-\frac{3}{2}}.$$

从表 1 可以看出, 用改进后的公式 (13), 在本实验的具体条件下, 当取 $r_1 = 0.3 \text{ mm}$ 时, 在 $r_2 \leq 4 \text{ mm}$ 即 $r/a = 0.125$ 时, (缝深 $a = 32 \text{ mm}$), K_I 有一相对常数段, 实验值与计算值甚为接近。和计算值比较以个别点计, 最大误差为 6%, 如以平均值计则误差仅为 1%。而按公式 (9), 则不仅没有相对常数段, 且其误差甚大, 即以平均值计和计算值比较其误差亦达 16%。

综合上述分析及实验结果。我们认为按冻结切片法用改进的计算公式 (13) 取 K_I 为相

对常数段的平均值的方法, 来测定 K_I 可得到满意的实验精度。

参 考 文 献

[1] R·H·Marloff, M·M, Leven, T·N·Rinqier and R·L·Johnson.
photoelastic Determination of stress-intensity Factors,
Expor. Mech. 11, No12, 1971, 529-539。

[2] 杨槐堂: 应力强度因子 K_I 的光弹性测定法。《力学学报》, 1 (1978)。

[3] 陈箴等: 《工程断裂力学》, 《国防工业出版社》, 123页。